



بررسی آزمایشگاهی الگوی جریان در قوس 90 درجه

مسعود قدسیان¹، محمد واقفی²، نیما پناه پور³

1- استاد مهندسی هیدرولیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

2- دانشجوی دکتری مهندسی سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

3- فارغ التحصیل کارشناس ارشد مهندسی آب، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

Vaghefi@modares.ac.ir

خلاصه

در این مقاله به بررسی آزمایشگاهی الگوی جریان در یک خم 90 درجه پرداخته شده است. تغییرات موقعیت سرعت ماکزیمم و تعیین مقدار تنش برشی ماکزیمم در عبور جریان در قوس 90 درجه و برای سه مقدار دبی 15، 30 و 45 لیتر بر ثانیه در این تحقیق مد نظر قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که محدوده سرعت‌های ماکزیمم تا زاویه 45 درجه در نزدیکی دیواره داخلی قرار دارد و از 45 درجه به بعد به طرف میانه کانال منحرف می‌شود. همچنین مقدار تغییرات تنش برشی در قوس به تنش برشی در مسیر مستقیم بین 0/9 تا 1/2 متغیر می‌باشد.

کلمات کلیدی: دبی، ناحیه جداسازی، سرعت دو بعدی، الگوی جریان، تنش برشی

مقدمه

رودخانه یکی از سیستم‌های طبیعی است که از دیرباز، ارتباط تنگاتنگی با زندگی بشر داشته‌اند. از زمانهای قدیم محل سکونت و فعالیتهای بشر در اطراف رودخانه‌ها متمرکز بوده است. هرگاه بشر توانسته است که رودخانه را در خدمت خود قرار دهد، احساس رضایت و خوشحالی کرده، اما در زمانیکه اینکار عملی نبوده است در اثر نیروی مخرب رودخانه، خسارتهایی را متحمل شده و احساس نارضایتی نموده است. الگوی غالب برای شکل رودخانه در پلان پیچانوردی می‌باشد. بخاطر حرکت پیچانوردها به پائین دست و ناپایداری آن خاکهای با ارزش کناره‌ها شسته شده و از بین می‌روند. علت اصلی این ناپایداری توزیع نامتقارن سرعت در عرض و طول رودخانه می‌باشد. علاوه بر آن تراز سطح آب در قسمت قوس خارجی بالاتر از قوس داخلی قرار می‌گیرد و این امر غرقابی شدن سیلابدشته‌ها، که نقاط تمرکز جمعیت، صنعت و تجارت می‌باشند، را تشدید می‌کند. با وارد شدن جریان در قوس رودخانه توزیع سرعت آن عوض می‌شود، توزیع قائم سرعت در رودخانه‌های مستقیم در جریان دائم از قانون لگاریتمی بخوبی پیروی می‌کند ولی در قوس رودخانه‌ها توزیع سرعت لگاریتمی نیست. اضافه افت اصطکاکی در قوس رودخانه‌ها ناشی از اثر جریانهای ثانویه می‌باشد و روشهای مختلفی جهت تعیین آن با توجه به هندسه پیچانورد و شرایط جریان ارائه شده است. در قوس رودخانه‌ها معمولاً یافتن محل مناسب آبگیرها، تثبیت کناره‌ها یا بستر فرسایشی و یا انحراف جریان، کارهای کشتیرانی و جانمایی سازه‌های ورود مواد آلوده به رودخانه از جهات مختلف مورد بررسی است و این مسائل به ضعف و قوت جریانهای ثانویه، خیزاب، توزیع سرعت، توپوگرافی بستر و مشخصات هندسی پیچانورد بستگی دارد. از این جهت شناخت رفتار جریان در مسیر رودخانه بخصوص در خم رودخانه‌ها از جمله مسائل مهمی است که مهندسان رودخانه به بررسی آن علاقه مند می‌باشند.

درک هیدرولیک جریان در قوس رودخانه، مطالعه جریانهای ثانویه، سرعتهای طولی و عرضی، قدرت جریانهای ثانویه، آشفتگی جریان و پیچیدگی آن توجه بسیاری از محققین را بخود جلب نموده است. توزیع سرعت طولی و عرضی، نوسانات سرعت و همچنین تغییرات توزیع سرعت در عمق، تغییرات بردارهای سرعت در پلان و در مقطع عرضی، شدت جریانها، سرعت جریان در نقاط مختلف و اثر هندسه رودخانه بر آنها نیز مسائل دیگری از الگوی جریان در قوس رودخانه هستند که مورد تحقیق و بررسی می‌باشد. جریانهای ثانویه و یا حلزونی به حرکت مارپیچی ذرات آب که در جهت کلی جریان آب حرکت می‌نماید، گفته می‌شود. و چنین استنباط می‌گردد که علاوه بر مولفه کلی سرعت در جهت عمود بر سطح مقطع جریان مولفه‌های دیگری از سرعت وجود دارند که بر مقطع جریان عمود نیستند [1].

مروری بر تحقیقات گذشته

شگری در سال 1950 اولین فردی بود که بررسی الگوی جریان در قوس رودخانه با استفاده از مدل فیزیک را انجام دادشگری با استفاده از یک فلوم مستطیلی با پلان دایره ای شکل با زاویه مرکزی 45 تا 180 درجه افزایش عمق آب در کناره خارجی فلوم را مورد بررسی قرار داد. رزوسکی با استفاده از یک فلوم آزمایشگاهی 180 درجه که ورودی و خروجی آن بصورت مستقیم بود، آزمایش‌هایی بر روی توزیع سرعت، عمق آب و توزیع تنش انجام داد. طول فلوم مورد استفاده ایشان 6 متر و قسمت خروجی 3 متر بود. شاید بتوان گفت که کامل ترین تحقیق انجام شده روی الگوی جریان در قوس رودخانه‌ها توسط رزوسکی انجام شده است. وی در سال 1957 ابتدا جریان در قوس رودخانه را بصورت ریاضی بسط داده و توزیع سرعت های طولی و عرضی را



مورد بررسی قرار داد و پس از آن با استفاده از مدل فیزیکی جریان در یک قوس 180 درجه با نسبت شعاع به عرض 1 را بررسی نمود. ایشان اثر پارامترهای مختلف را تشریح نمود ولی اثر دیوارهای کانال مستطیلی را روی جریان های عرضی نادیده گرفته و نتایج آزمایش های خود در نزدیکی دیواره را غیرقابل اطمینان عنوان نموده است [2]. آیین در سال 1962 و بین در سال 1998 توزیع سرعت در قوس منظم و با مقطع دوزنقه ای را مورد بررسی قرار داده اند. مشاهدات آنها نشان می دهد که حداکثر سرعت با توجه به مشخصه های مدل فیزیکی آنها در کنار دیواره داخلی ورودی رخ می دهد و سپس توزیع سرعت در عمق به سمت یکنواخت شدن میل می کند و در زاویه 60 درجه سرعت حداکثر بطرف قوس خارجی حرکت می کند. اولین مطالعات در مورد میدان میانگین سرعت در مجاری روباز توسط بازن و داری انجام شده است. این دو شخص توزیع سرعت در عمق را با لوله پیتو اندازه گیری نمودند و نقطه سرعت ماکزیمم که انتظار می رفت در سطح آب باشد را بدست آوردند. این نقطه اندکی زیر آب قرار دارد و یافته های اخیر نشان می دهد که این موضوع نقش مهمی در ایجاد جریان های ثانویه دارد [4,3]. جکسون نیز آزمایشهایی روی یک قوس 180 و با نسبت شعاع به عرض های 0/5 تا 5/5 و برای تعیین پروفیل سرعت انجام داده است. ترونی و رایس نیز برای اندازه گیری جریان های ثانویه در یک رودخانه با شعاع های 11 و 13 متر و زاویه های به ترتیب 170 و 155 درجه با عرض های مختلف 10/2 متر تا 5/8 متر و عمق متوسط 0/28 تا 0/4 متر انجام داده است [5]. انوردر سال 1986 نیز با اندازه گیری سه بعدی سرعت در قوس رودخانه ای کوچک در انگلیس با شعاع داخلی 19 متر انجام داده است. هدف او از این آزمایش ها بدست آوردن ساختار آشفتگی و تنش های برشی و نرمال و توزیع سرعت های طولی و عرضی در قوس رودخانه ها بوده است و ایشان نتیجه گرفت که الگوی سرعت در ورودی قوس به شعاع قوس بستگی ندارد ولی در خروجی اثرات الگوی جریان مربوط به قوس باقی می ماند [5]. لین در سال 1999 به شبیه سازی جریان دو بعدی مدل عمق متوسط جریان در قوس پرداخت [6]. کاسن و چودری در سال 2002 به بررسی جریان در قوس با استفاده از مدل سازی عددی پرداختند [7]. آقای محمودی و انعلیادار سال 1377 در مورد الگوی جریان در پیچان رودها با استفاده از مدل فیزیکی و مقایسه آن با مدل ریاضی در دانشگاه صنعتی شریف تحقیق نمود ایشان با مقیاس کردن مشخصات یکی از قوس های 90 درجه کارون مدلی با مقیاس 1:50 با کف بتنی طراحی کرد و نتیجه گرفت که توزیع سرعت طولی در طول قوس یکنواخت تر می گردد و یکنواختی توزیع سرعت تا خروجی قوس ادامه می یابد. جریان در پیچان رودهای با نسبت شعاع به عرض کمتر از یک سه بعدی است و ساده سازی آن به جریان دوبعدی و یک بعدی با صرف نظر از توزیع عمقی سرعت های طولی و توزیع سرعت در مقطع عرضی با خطای قابل توجهی همراه است. مدل دوبعدی متوسط گیری در عمق، الگوی جریان در پیچان رودها و گردابه ها را بخوبی شبیه سازی می کند اما بخاطر اثر شکل هندسی پیچانرود و ساده سازی های انجام شده در مورد برخی پارامترها دارای نتایج تقریبی می باشد و بدقت شبکه ها و شبیه سازی هندسه مقادیر ضریب زبری و ضریب آشفتگی بستگی دارد [8].

آزمایشات

آزمایشات در یک فلوم مستطیل شکل به عرض 0/6 متر و ارتفاع 0/7 متر انجام گرفته است. شعاع انحناء قوس 3 برابر پهنای فلوم یعنی 1/8 متری باشد. شکل (1) تصویر فلوم مذکور را نشان می دهد. فلوم دارای جداره و کف شیشه ای می باشد و از یک قسمت مستقیم 5/5 متری، یک قسمت با قوس 90 درجه و یک قسمت مستقیم در انتها تشکیل شده است. در اندازه گیری سرعت ها از دستگاه P-EMS استفاده شده که بر اساس اختلاف الکترو مغناطیسی بین دو الکتروود در یک سیال جاری اندازه گیری را انجام می دهد و زمان نمونه برداری برای هر نقطه بسته به موقعیت نقطه بین 20 تا 50 ثانیه بوده است. جهت مشاهده تاثیر عدد فرود آزمایشات با سه دبی 15، 30 و 45 لیتر بر ثانیه انجام گرفته است برای اندازه گیری سرعت برای هر آزمایش در طول قوس 13 تا 18 مقطع در نظر گرفته شده که هر مقطع نیز شامل 13 نقطه عرضی می باشد. آزمایشات در 5 لایه متفاوت (2، 6، 14، 10، 17 سانتیمتر از کف) به منظور تعیین الگوی جریان انجام گرفته است. بدلیل برداشت داده ها در قوس مختصات نقاط و سرعت های نظیر در مختصات قطبی انجام گرفته است که تبدیل آنها به مختصات دکارتی با روابط مثلثاتی زیر و با توجه به شکل (2) امکان پذیر شده است. و با استفاده از این اندازه گیری ها تنش برشی کف، گردابه های ایجاد شده و تغییرات میدان جریان در طول قوس مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

$$U = U_{\theta} \sin \theta + U_r \cos \theta \quad (1)$$

$$V = U_{\theta} \cos \theta - U_r \sin \theta \quad (2)$$

$$r = r' + \Delta h \quad (3)$$

$$x = r \cos \theta \quad (4)$$

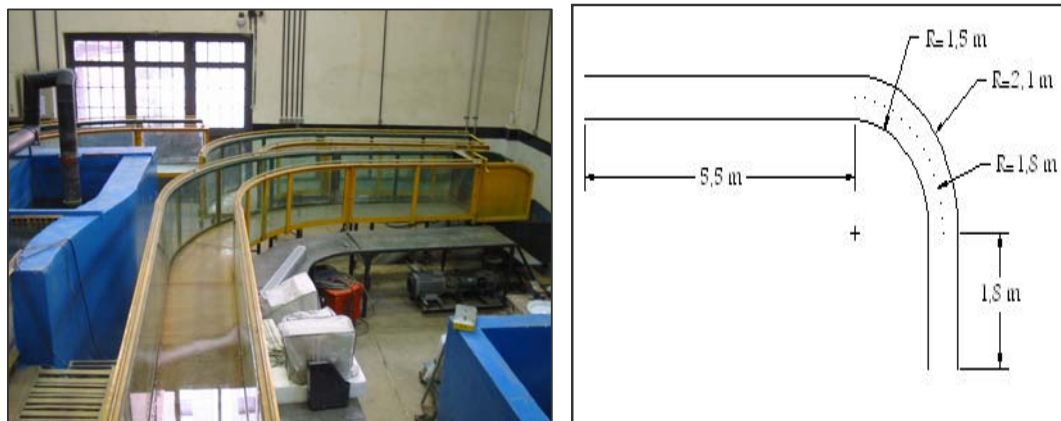
$$y = r \sin \theta \quad (5)$$

که در این روابط:

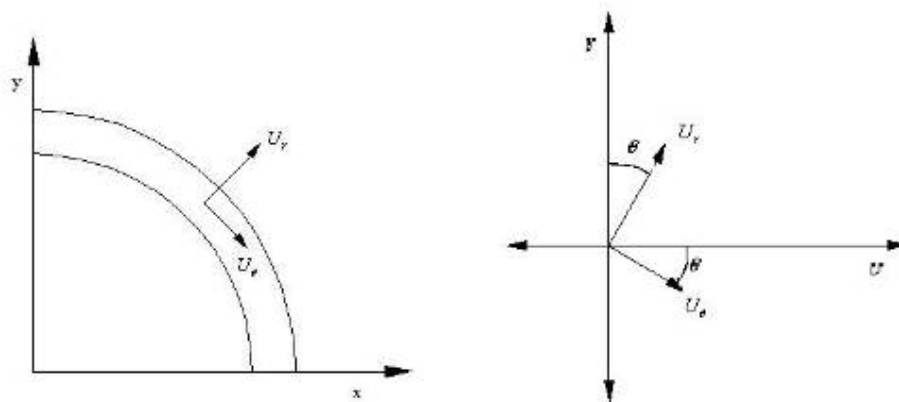
$$\Delta h: \text{فاصله نقطه اندازه گیری از دیواره داخلی (cm)}$$

$$U_{\theta}, U_r: \text{سرعت های دو بعدی در مختصات قطبی}$$

$$V, U: \text{سرعت های دو بعدی در مختصات دکارتی}$$



شکل (1) پلان و جزئیات خم مورد نظر و نمایی از فلوم


 شکل (2) موقعیت U_r و U_θ در فلوم و چگونگی تبدیل U_r و U_θ به U و V

نیز از روابط زیر بدست آمده و تجزیه و تحلیل انجام شده است. تنش برشی V و U با بدست آوردن مختصات دکارتی نقاط و محاسبه

$$\tau_{bx} = \rho c_f \overline{uw} \quad (6)$$

$$\tau_{by} = \rho c_f \overline{vw} \quad (7)$$

$$\tau_b = \rho c_f \overline{w^2} \quad (8)$$

که در این روابط τ_{bx} , τ_{by} , τ_b تنش برشی کف در جهات x و y ، ρ دانسیته آب و g شتاب ثقل میباشند.

همچنین c_f ضریب اصطکاک، \overline{w} برآیند سرعتهای متوسط عمقی برابر $(U^2 + V^2)^{0.5}$ می باشد. برای کف هیدرولیکی صاف c_f می تواند بر

اساس برآیند افقی سرعت \overline{w} بدست آید.

$$c_f = k^2 (\ln ER c_f^{0.5} - 1)^{-2} \quad (9)$$

$$R = \frac{hw}{v} \quad (10)$$

که در آن k ثابت ون کارمن برابر 0.4 ، E ثابت تجربی که به زبری کف وابسته است و در این معادله برای کف های صاف و صیقلی برابر 9 می باشد، R عدد رینولدز جریان میباشد، h عمق آب، v سرعت سینماتیکی مولکولی است.



نتایج

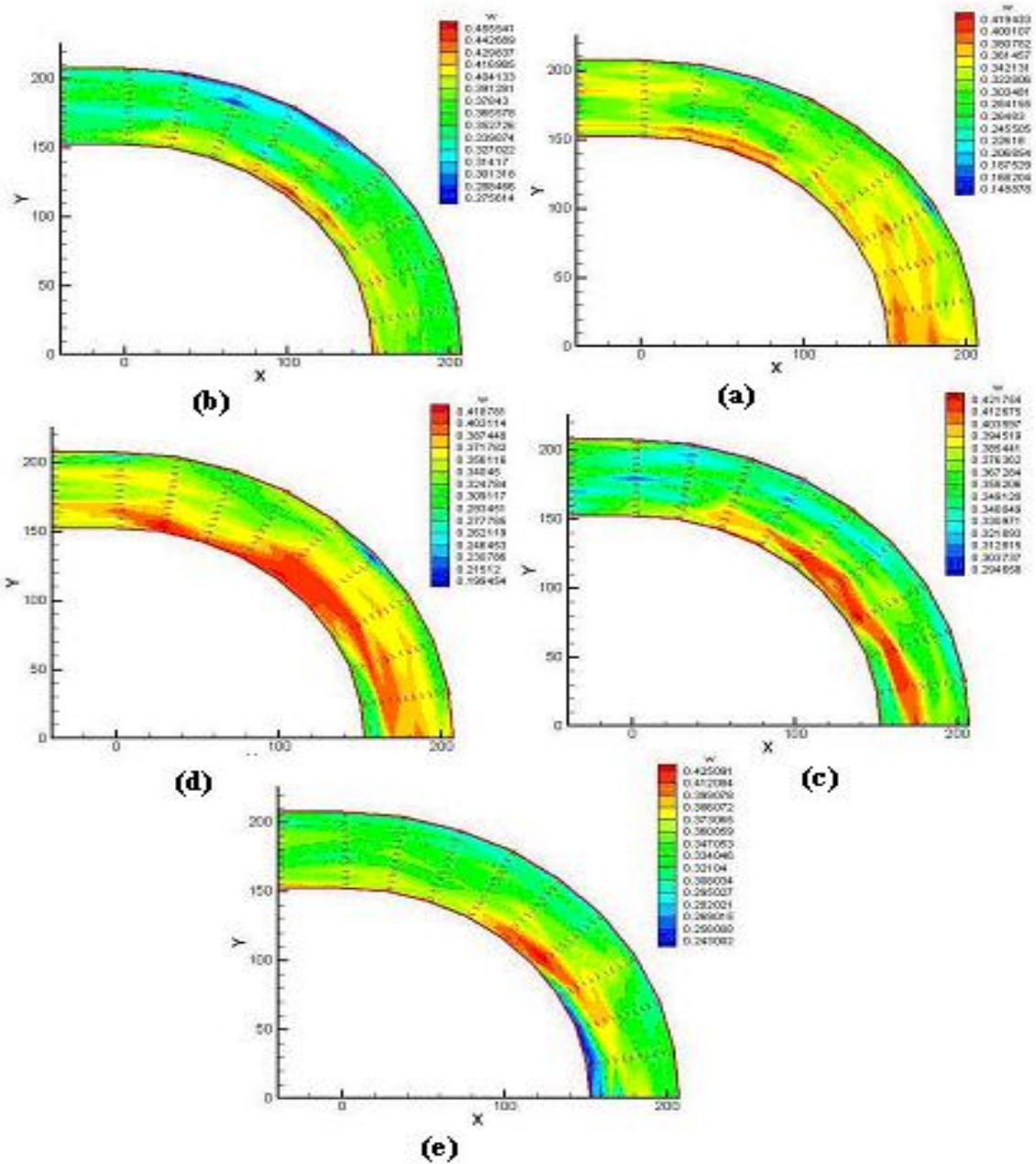
نتایج در دو قسمت بررسی الگوی جریان در قوس و تغییرات تنش برشی ارائه میگردد.

الگوی جریان در قوس

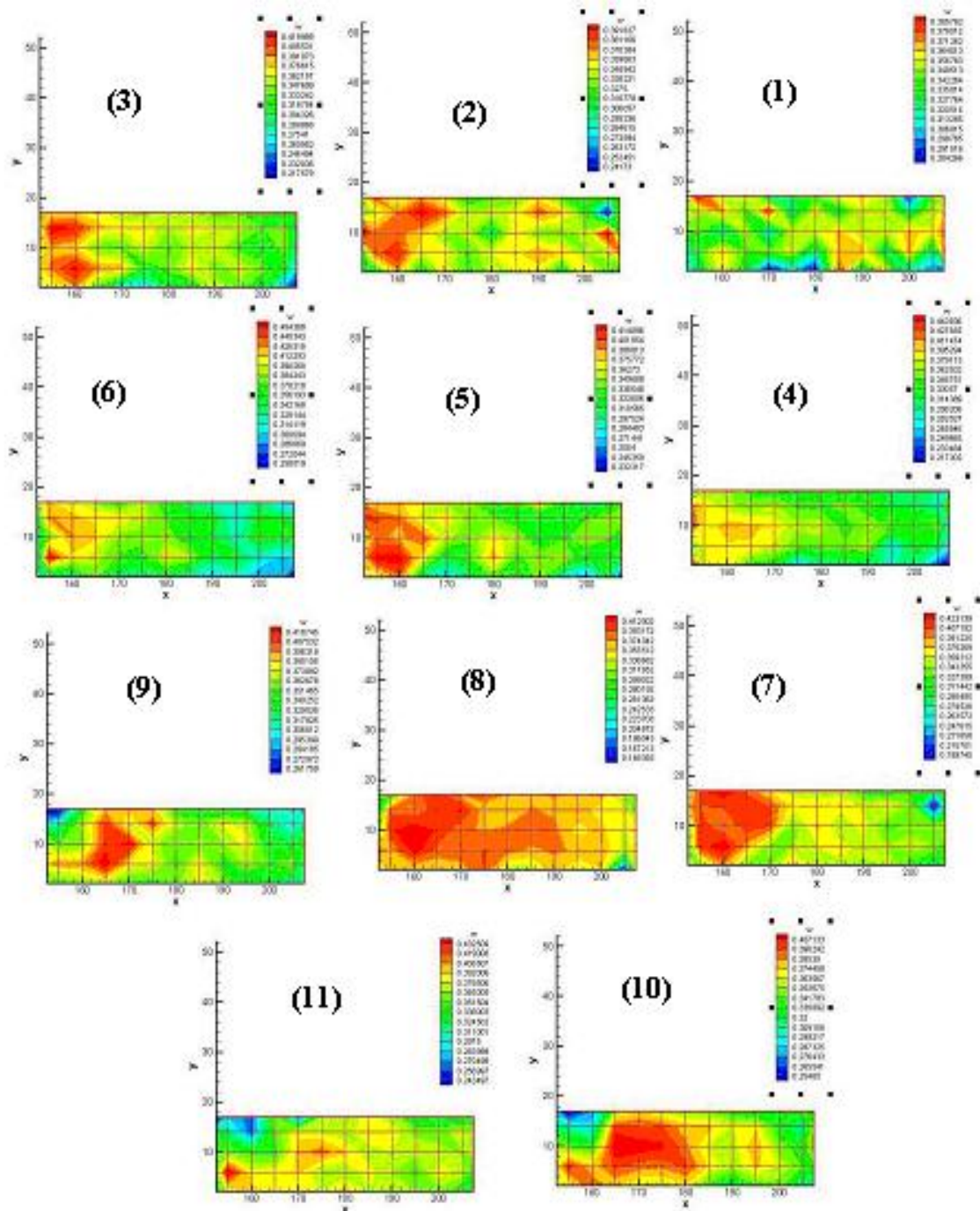
با توجه به تأثیر پارامترهای مختلف مولفه های جریان در قوس، اقدام به بررسی نحوه تغییر میدان جریان در حالت‌های مختلف آزمایش گردید. به این صورت که با استفاده از رابطه $\bar{U} = \sqrt{U^2 + V^2}$ ابتدا مقدار سرعت متوسط جریان محاسبه و سپس میدان جریان ترسیم و مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به مقادیر دبی های انتخابی مشاهدات نشان می دهد که در دبی 15 لیتر بر ثانیه و در لایه کف فلوم تقریباً در تمامی فلوم سرعت جریان دارای توزیع یکنواخت می باشد، فقط در محدوده 10 تا 35 درجه دیواره خارجی قوس محدوده سرعت‌های کم حاکم می باشد و بعد از آن از 40 تا 50 درجه قوس محدوده سرعت‌های کم به طرف دیواره خارجی انتقال پیدا می کند. در لایه دوم (در فاصله 6 سانتیمتری از کف) محدوده سرعت‌های کم به سمت دیواره خارجی گسترش پیدا می کند و تا 50 درجه قوس ادامه می یابد و همچنین بین 10 تا 30 درجه میانه فلوم نیز دارای سرعت کم می باشد و محدوده سرعت‌های زیاد از زاویه 50 درجه قوس تا 90 درجه قوس در دیواره داخلی قوس گسترش می یابد و هرچه از کف به سمت بالا می رویم گسترش سرعت‌های کم در دیواره خارجی بیشتر و گسترش سرعت‌های زیاد در دیواره داخلی بیشتر می شود. ولی در قسمت پایانی قوس از کف به سمت بالا گسترش سرعت‌های کم زیاد می شود یعنی در انتهای قوس سرعت کف بیشتر از سرعت در محدوده بالای کانال می باشد و در لایه انتهایی (17 سانتیمتر از کف) سرعت‌های ماکزیمم به قسمت میانه فلوم منحرف می شود. برای دبی 30 لیتر بر ثانیه و در لایه کف فلوم وقوع سرعت‌های کم در ابتدای فلوم تمام عرض فلوم را دربر می گیرد و در طول فلوم با افزایش زاویه قوس در دیواره داخلی فلوم سرعت بالا رفته و سرعت بیشتر در دیواره داخلی فلوم و سرعت کمتر در دیواره خارجی فلوم قرار دارد و هرچه بطرف پایین دست پیش می رویم سرعت‌ها یکنواخت تر شده تا جایی که در انتهای فلوم در زاویه 80 و 90 درجه قوس سرعت تقریباً یکنواخت می گردد. در لایه 6 سانتیمتری از کف در تمام طول فلوم سرعت بیشتر در دیواره داخلی و سرعت کمتر در دیواره خارجی قرار دارد و لایه سوم (10 سانتیمتری از کف) میدان سرعت‌های کم در ابتدای فلوم در میانه فلوم قرار دارد و به تدریج به قسمت دیواره خارجی منحرف می شود (تا زاویه 40 درجه قوس) و در لایه چهارم میدان‌های سرعت کم کاملاً در دیواره خارجی قرار دارد. در لایه آخر تا 60 درجه قوس نزدیک دیواره خارجی سرعت پایین بوده ولی در زاویه 60 تا 80 درجه قوس سرعت بیشتر در قسمت میانه فلوم متمایل به قسمت خارجی قوس می باشد. عنوان مثال شکل (3) الگوی جریان در پلان کانال در لایه های مختلف و شکل (4) الگوی جریان عمقی در مقاطع مختلف را در دبی 45 لیتر بر ثانیه نشان می دهد همانطور که مشاهده می گردد گسترده ترین میدان‌های سرعت زیاد در لایه چهارم (14 سانتیمتر از کف) مشاهده می شود. به نحوی که تغییرات آن را می توان به این صورت تشریح کرد که از ابتدای قوس تا زاویه 40 درجه قوس در امتداد دیواره داخلی و از آنجا به میانه فلوم انتقال پیدا می کند و تا انتهای قوس ادامه دارد. در لایه اول (2 سانتیمتری از کف) گسترش سرعت‌های زیاد در تمامی قسمت کناره داخلی فلوم گسترش یافته ولی در لایه دوم سرعت‌های بیشتر فقط بین 30 تا 50 درجه قوس فلوم قرار دارد ولی در لایه سوم (10 سانتیمتری از کف) پراکندگی ناحیه سرعت‌های زیاد بیشتری می شود که به آن اشاره شد. در لایه پنجم این ناحیه بسیار محدود می شود (بین 30 تا 60 درجه قسمت کناره داخلی قوس).

تغییرات تنش برشی

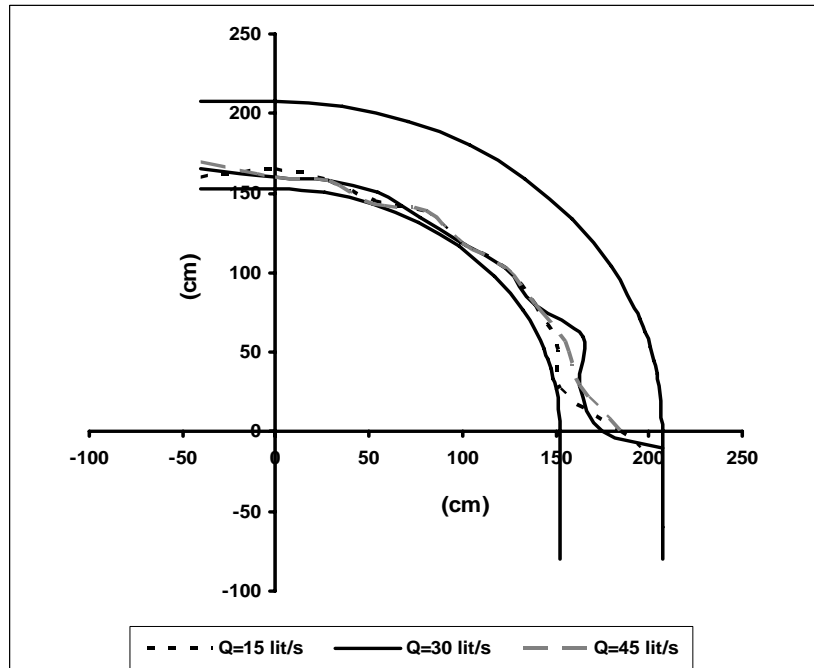
جهت تجزیه و تحلیل تنش های برشی کف تنش های ماکزیمم هر مقطع بدست آمده و نسبت به تنش برشی متوسط مقطع بالادست (40 سانتیمتری بالادست قوس) که به نام T_0 آمده است بی بعد شده و نمودار تغییرات تنش برشی ماکزیمم در طول فلوم ترسیم شده است. همچنین موقعیت این تنش های برشی ماکزیمم در هر مقطع نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و نتایج زیر بدست آمده است. همچنین شکل (5) و (6) بیانگر تغییرات تنش برشی ماکزیمم و تغییرات مقدار تنش برشی بی بعد شده ماکزیمم می باشد. در دبی 15 لیتر بر ثانیه تغییرات تنش برشی ماکزیمم بسیار ناچیز بوده و دبی ماکزیمم بیشتر در ناحیه دیواره داخلی می باشد، از فاصله 40 سانتی متر بالا دست فلوم تا زاویه صفر درجه خم تنش ماکزیمم در فاصله 15 سانتی متری دیواره داخلی می باشد و از صفر تا 80 درجه نیز تنش ماکزیمم به دیواره داخلی نزدیک می شود و از 80 درجه به بعد منطقه تنش ماکزیمم از دیواره داخلی دور می شود و به سمت دیواره خارجی منحرف می شود و بیشترین مقدار تنش ماکزیمم در موقعیت 50 درجه قوس می باشد. و در دبی 30 لیتر بر ثانیه نیز همانند دبی 15 لیتر بر ثانیه در ابتدای قوس تنش ماکزیمم بیشتر در نزدیکی دیواره داخلی قوس قرار دارد و در زاویه 30 درجه به فاصله 5 سانتی متری قوس می رسد و از زاویه 60 درجه به بعد تنش ماکزیمم از دیواره داخلی دور می شود. تغییرات تنش ماکزیمم در دبی 30 لیتر بر ثانیه از تغییرات تنش برشی ماکزیمم در دبی 15 لیتر بر ثانیه بیشتر بوده و بیشترین مقدار آن در 40 درجه قوس فلوم قرار گرفته است. در دبی 45 لیتر بر ثانیه در فاصله 40 سانتی متری بالا دست خم مقدار تنش ماکزیمم در نزدیکی قوس خارجی قرار دارد و وقتی به صفر درجه قوس نزدیک می شود تنش ماکزیمم به دیواره داخلی نزدیک می شود و این حالت تا زاویه 70 درجه قوس ادامه دارد و از این زاویه به بعد دوباره تنش ماکزیمم به دیواره خارجی نزدیک می شود. در زاویه 20 درجه قوس تنش ماکزیمم به فاصله 2/5 سانتی متری از دیواره داخلی می رسد و در این موقعیت (20 درجه قوس) نسبتاً تنش ماکزیمم زیاد است ولی در 50 درجه قوس به ماکزیمم مقدار خود می رسد.



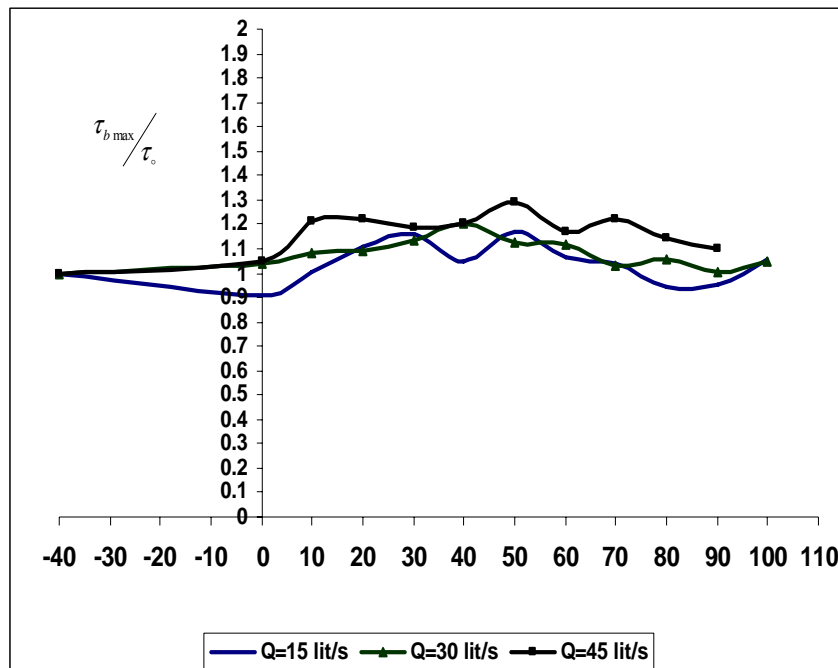
شکل (3) الگوی جریان در کانال بدون آبشکن با دبی لیتر بر ثانیه (a) - لایه اول (2 سانتیمتر از کف) (b) - لایه دوم (6 سانتیمتر از کف) (c) - لایه سوم (10 سانتیمتر از کف) (d) - لایه چهارم (14 سانتیمتر از کف) (e) - لایه پنجم (17 سانتیمتر از کف)



شکل (4) الگوی جریان عمقی در مقاطع مختلف در حالت بدون آبشکن با دبی 45 لیتر بر ثانیه 1- مقطع بالادست کانال 2- مقطع صفر درجه کانال 3- مقطع 10 درجه کانال 4- مقطع 20 درجه کانال 5- مقطع 30 درجه کانال 6- مقطع 40 درجه کانال 7- مقطع 50 درجه کانال 8- مقطع 60 درجه کانال 8- مقطع 70 درجه کانال 9- مقطع 80 درجه کانال 10- مقطع درجه کانال 11- مقطع 90 درجه کانال



شکل (5) تغییرات موقعیت تنش ماکزیمم در حالت بدون آبشکن



شکل (6) تغییرات تنش بی بعد شده ماکزیمم در حالت بدون آبشکن



نتیجه گیری

- 1- محدوده سرعت های زیاد در ابتدای خم تا زاویه 60 درجه قوس در قسمت دیواره داخلی فلوم می باشد و از 60 درجه به بعد به طرف میانه فلوم منحرف میشود
- 2- گسترش سرعتهای زیاد، از لایه های کف به سمت لایه های بالاتر بیشتر می شود تا جایی که بین لایه سوم و چهارم (10 و 14 سانتی متری از کف) به ماکزیمم مقدار خود می رسد و از آنجا به طرف لایه های بالاتر کمتر می شود.
- 3- افزایش مقدار دبی تأثیر چندانی در افزایش نسبت تنش برشی ماکزیمم بستر به تنش برشی بالا دست ندارد.
- 4- بیشترین مقدار تنش برشی ماکزیمم کف در موقعیت 40 تا 50 درجه نزدیک دیواره داخلی فلوم اتفاق می افتد.
- 5- مقدار نسبت تنش برشی ماکزیمم بستر به تنش برشی بالا دست در طول قوس بین 1/2 تا 0/9 متغیر می باشد.

مراجع

- 1- مغربی، م. (1376)، بررسی جریانهای ثانویه در یک فلوم روباز سینوسی با استفاده از مدل آزمایشگاهی، مقالات اولین کنفرانس هیدرولیک، انجمن هیدرولیک ایران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
- 2-Shukry, A, (1950) "Flow around Bends in an open flume" Transactions, ASCE, Vol. 115.
- 3-Ippen A. T., and Drinker, P. A. (1962) "Boundary shear stress in curved trapezoidal channels", Journal of Hydraulic Division, Vol. 88, No. HY5.
- 4-Ian Ye and. Mc Corquadale, J.A (1998) "Simulation of Curved open Channel Flows by 3D Hydrodynamic Model", Journal of hydraulic engineering, Vol. 124, No. 7.
- 5-Anvar, H. (1986) Turbulent Structure in a river bend, ASCE Journal of Hydraulic Engineering .112(8)
- 6 Lien H. C. and Hsied T.Y and Yang J. C. (1999) "Bend-Flow Simulation Using 2d Depth – Averaged Mode", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 125, No. 10.
- 7- Kassen A. A. and chauthry M. H. (2002) "Numerical Modelling of Bed Evolution in channel Bends", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, pp. 507-514.
- 8 محمودی وانعلیا، محسن (1377)، بررسی الگوی جریان در پیچان رودها با استفاده از مدل فیزیکی ومقایسه آن با مدل ریاضی، عمران- آب، دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف.