



آنالیز تاریخیچه زمانی با استفاده از تئوری موجکی

امیر بذرافشان مقدم^۱، محمد حسین باقری پور^۲

دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده فنی، گروه عمران، صندوق پستی ۱۳۳-۷۶۱۶۵

Amir.bazrafshan@yahoo.com

خلاصه

بطور کلی پاسخ توده خاک در هنگام وقوع زلزله تحت تاثیر پارامترهای زمین لرزه و مصالح حاکی قرار دارد. روشهای تحلیلی گوناگونی برای آنالیز موج در حوزه زمان-فرکانس وجود دارند که هر کدام مزایا و معایب خاص خودشان را دارا می باشند. از جمله این روش ها می توان به روش تبدیل فوری (FT)، روش تبدیل فوری پنجره‌ای (STFT)، روش تبدیل Hilbert-Huang (HHT) و روش تبدیل موجکی (WT) اشاره نمود. در این تحقیق نشان داده می شود که روش تبدیل موجکی برای آنالیز امواج زلزله از دیگر روشهای ذکر شده فوق جوابهای بهتری بدست می دهد.

کلمات کلیدی: آنالیز تاریخیچه زمانی، تئوری موجکی، حوزه زمان-فرکانس

مقدمه

طی چند دهه گذشته پیشرفت های قابل توجهی در زمینه فهم و توسعه مدل‌های فیزیکی و تحلیلی مسایل ژئوتکنیک بدست آمده است. با این وجود هنوز مسایل بسیاری وجود داشته که نیاز به درک عمیق تر و ابزارهای عددی پیشرفته تر برای شبیه سازی حرکات لایه های زیرین سطح زمین تحت اثر زلزله دارند. از این گونه مسایل می توان به مساله تشدید و تقلیل پاسخ سطح زمین، شبیه سازی حرکات لایه های خاک، بدست آوردن مشخصات زلزله و بررسی ناپایداری زمین در اثر روانگرایی اشاره نمود.

طی سالهای اخیر از آنالیز فوری بطور گسترده‌ای در تجزیه و تحلیل امواج زلزله استفاده شده است اما این روش معایبی همچون نیاز به آنالیز تمام بازه زمانی وقوع زلزله برای بدست آوردن محتوای فرکانس و عدم توانایی در مشخص نمودن زمان وقوع یک فرکانس معین را دارد و لذا ابزار مناسبی برای امواج نامنظم نمی باشد. برای رفع این معایب روش تبدیل فوری پنجره‌ای ابداع گردید که در آن تحلیل امواج در بازه زمانی که به آن پنجره گفته می شود صورت می گیرد و تحلیل موج برای این پنجره و بصورت محلی انجام می شود. اما عیب این روش این است که عرض این پنجره ثابت بوده و قابل تغییر نبوده و برای کل دامنه موج این عرض ثابت می باشد.

Gaupilland et al (1984) اولین کسی بود که با استفاده از موجک داده های لرزه‌ای بکار رفته در پروژه های اکتشاف نفت را تجزیه و تحلیل نمود و Newland (1994) از این روش برای تحلیل امواج حاصل از ارتعاشات استفاده کرد. روش تحلیل موجکی از توابع پایه ای استفاده می نماید که خود مقیاس شده و جابجا شده توابع موجکی مادری می باشند. استفاده از این روش روز به روز در حال گسترش می باشد و عمده کاربرد این روش در تحلیل امواج گوناگون می باشد. اما در زمینه تحلیل امواج زلزله Basu & Gupta (1997, 1998, 1999, 2000)، Iyama & Kuwamura (1999)، Haigh et al (2001) و Rezai & Ventura (2002) کارهای موثری انجام داده اند. یکی از مزیت های مهم در تبدیل موجکی نسبت به تبدیل فوری، توانایی آن در تحلیل محلی و به عبارتی بررسی یک پنجره و یا مقطع کوچکی از یک موج طولانی تر در حوزه زمان می باشد. تحلیل موجکی قادر به نشان دادن وجوهی از اطلاعات مانند تغییرات ناگهانی و ناپیوستگی در مشتقات بالاتر می باشد در حالی که دیگر تکنیک های تحلیل امواج بطور موثر قادر به انجام این کار نمی باشند. علاوه بر این، چون موجک نسبت به تکنیک های قدیمی تر تکامل یافته و کارآمدتر می باشد، توانایی این را دارد که بدون خطای قابل ملاحظه ای، امواج را به فرکانس های متفاوت تجزیه کرده و یا فرکانس های متفاوت را با هم ترکیب کند. لذا انتقال و یا تحلیل های دوگانه در فضای زمان-فرکانس را امکان پذیر می سازد.

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی عمران

^۲ استادیار گروه عمران



در ادامه ابتدا تئوری هر کدام از روش های تحلیلی فوق شرح داده شده سپس با استفاده از این روش ها، امواج زلزله Chi-Chi، که در سال ۱۹۹۹ در تایوان رخ داد، مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته و نتایج با یکدیگر مقایسه می شوند و معایب و مزایای هر روش و علت برتری روش تحلیلی موجکی شرح داده می شود.

مقدمه ای از روشهای تحلیلی متداول

۱- روش تبدیل فوریه (FT)

چنانچه $f(t)$ تابعی انتگرال پذیر باشد، تبدیل فوریه آن برابر است با:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

برای یک موج حقیقی بدلیل آنکه دامنه زمانی موج از $-\infty$ تا $+\infty$ نمی باشد لذا تعریف فوق برای دامنه زمانی محدود بصورت زیر تعریف می گردد:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-n}^n f(t)e^{-i\omega t} dt \quad n > 0 \quad (2)$$

معکوس تبدیل فوریه بصورت زیر تعریف می گردد:

$$f(t) = \int_{-n}^n F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (3)$$

۲- روش تبدیل فوریه پنجره ای (STFT)

اساس این روش این است که در آن موج به قطعات زمانی کوچکی (segments) تقسیم شده و محتوای فرکانس هر قطعه بطور جداگانه بدست می آید. در این روش در مرز بین قطعات ناپیوستگی و پرش هایی ممکن است بوجود آید که باعث ایجاد خطا در روند تحلیل موج می گردد. این تبدیل را می توان به سادگی با رابطه ذیل نشان داد (Carmona 1998):

$$SF(\omega, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-b)e^{-i\omega t} dt \quad (4)$$

که در آن $g(t-b)$ تابع پنجره انتخابی و b ، نقطه مرکزی پنجره فوق می باشد. در این تحقیق از پنجره گوس استفاده شده است:

$$g(t) = \frac{1}{\pi^2} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (5)$$

۳- روش تبدیل Hilbert-Huang (HHT)

از روش HHT برای بدست آوردن فرکانس لحظه ای یک موج استفاده می شود. این روش به نوعی، رابطه بین قسمت حقیقی و مجازی تبدیل فوریه یک طرفه می باشد (Huang 1999):

$$H(t) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} f(t') \frac{1}{t-t'} dt' \quad (6)$$

که در آن PV مقدار کوشی می باشد که از رابطه زیر بدست می آید:

$$PV \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R f(t) dt \quad (7)$$

۴- روش تبدیل موجکی (WT)

چنانچه تابع ورودی مانند $a_0(t)$ را داشته باشیم آنگاه می توان این تابع را به چندین زیر تابع بصورت زیر تجزیه نمود (Strang & Nguyen 1995):

$$a_j(t) = a_{j+1}(t) + d_{j+1}(t) \quad j \in Z, j = 0, \dots, n \quad (8)$$

که در آن j سطح مورد نظر، a_j تابع متوسط محلی در سطح j و d_j تابع جزئیات محلی در سطح j می باشد. با توجه به تعریف فوق، تابع $a_0(t)$ را می توان بصورت زیر نوشت:

$$a_0(t) = \sum_{j=1}^n d_j(t) \quad (9)$$

Daubechies (1992) تابع $d_j(t)$ را بصورت زیر تعریف نمود:



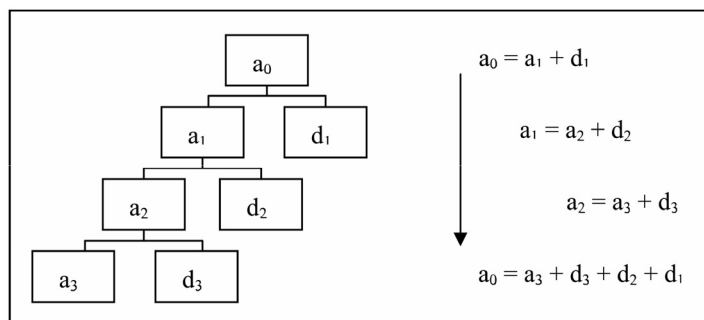
$$d_j(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_{j,k} \psi_{j,k} \quad (10)$$

$$\psi_{j,k} = 2^{\frac{j}{k}} \psi(2^j t - k) \quad \text{که}$$

k اندیس مقیاس زمان، $\psi_{j,k}$ تابع پایه موجکی و $C_{j,k}$ ضرایب موجکی متناظر می باشند. برای یک موج که زمان وقوع آن از 0 تا t_e می باشد، داریم:

$$a_0(t) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{t_e} C_{j,k} \psi_{j,k} \quad (11)$$

شکل ۱ بصورت شماتیک تجزیه یک تابع (یا موج) را به چند زیر موج نشان می دهد.



شکل ۱- نمای شماتیک تجزیه موج در روش موجکی

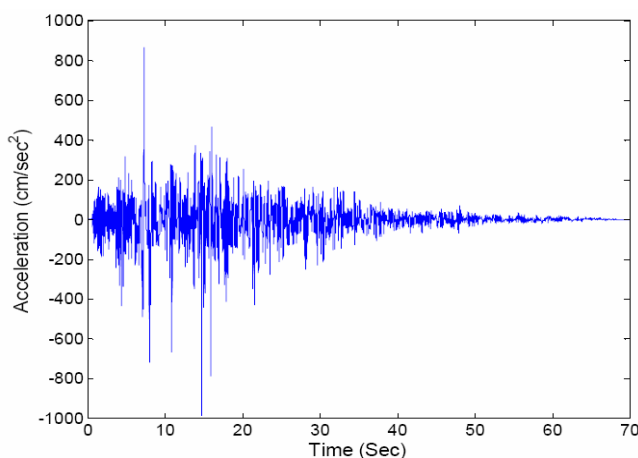
در تجزیه و تحلیل امواج، تمامی انواع مختلف موجکهای مادر به یک اندازه کارا نمی باشند و هر موجک مادر برای یک یا چند موج خاص جوابهای خوبی بدست می دهد و برای امواج دیگر ممکن است کارایی نداشته باشد. در میان موجک های گوناگون، موجک Littlewood-Paley (LP) برای تحلیل امواج زلزله جوابهای مناسبی می دهد و لذا در این تحقیق از این موجک استفاده شده است که عبارت ریاضی آن بصورت زیر می باشد:

$$\psi = \frac{1}{\pi} \frac{\sin(2\pi t') - \sin(\pi t')}{t'} \quad (12)$$

که در آن $t' = \frac{t-b}{a}$ می باشد.

آنالیز موج زلزله و مقایسه روشهای ذکر شده با یکدیگر

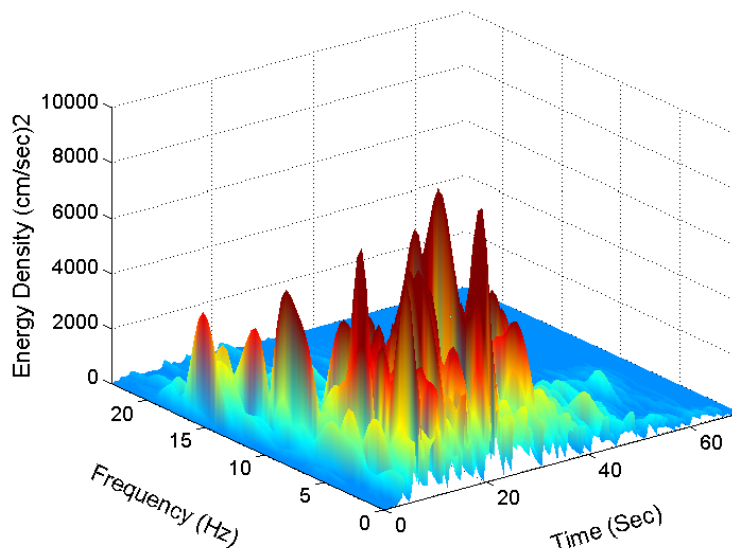
در این تحقیق زلزله Chi-Chi تایوان که در سال ۱۹۹۹ رخ داده است برای نمونه انتخاب شده که منحنی تاریخچه زمانی این زلزله در شکل ۲ آورده شده است.



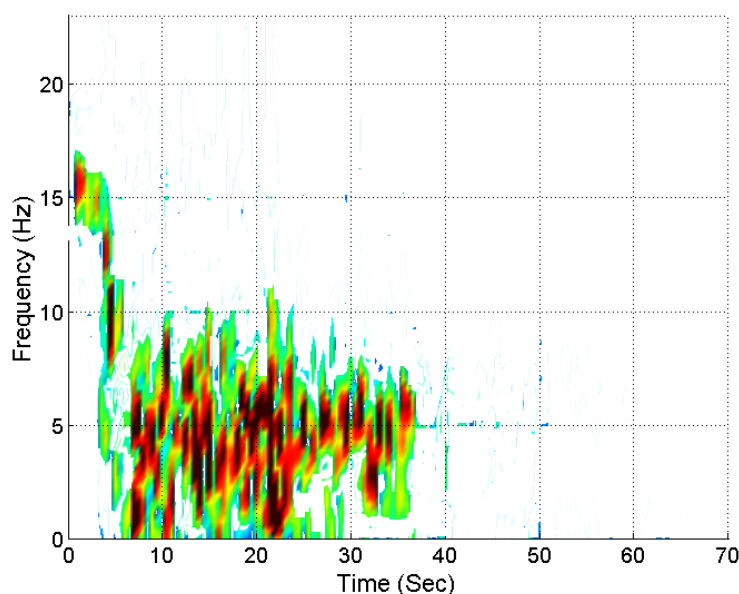
شکل ۲- منحنی شتاب-زمان زلزله Chi-Chi تایوان (مولفه NS)



در شکل ۳، تغییرات چگالی انرژی در حوزه زمان-فرکانس با استفاده از روش STFT نشان داده شده است. در این شکل تغییرات چگالی برای زمان و فرکانس های مختلف بصورت سه بعدی قابل مشاهده است. در شکل ۴، نمای دو بعدی این نمودار در صفحه زمان و فرکانس نشان داده شده است. در این دو شکل مشخص می شود که تا ثانیه ۵ تنها فرکانس ۱۵ Hz و در ثانیه ۵، فرکانس های ۷.۵ Hz و ۱۳ Hz غالب می باشند. از ثانیه ۷ تا ۳۶ فرکانس ها حول ۵ Hz پخش شده اند و این پراکندگی از ۰.۰۰۵ Hz تا ۹ Hz متغیر می باشد.

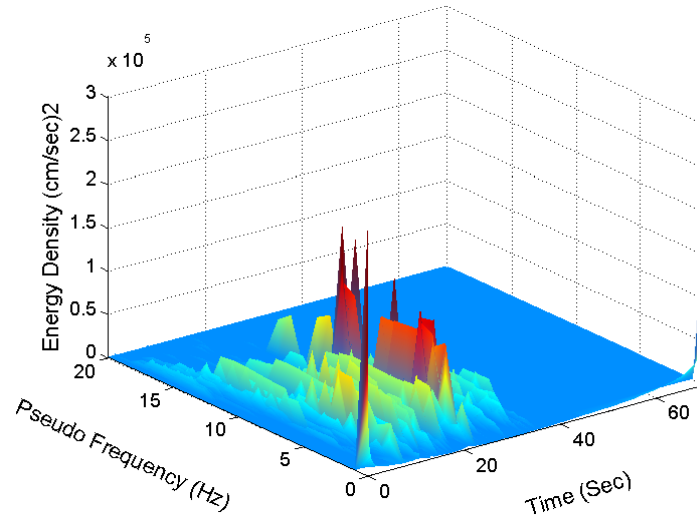


شکل ۳- طیف سه بعدی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش STFT

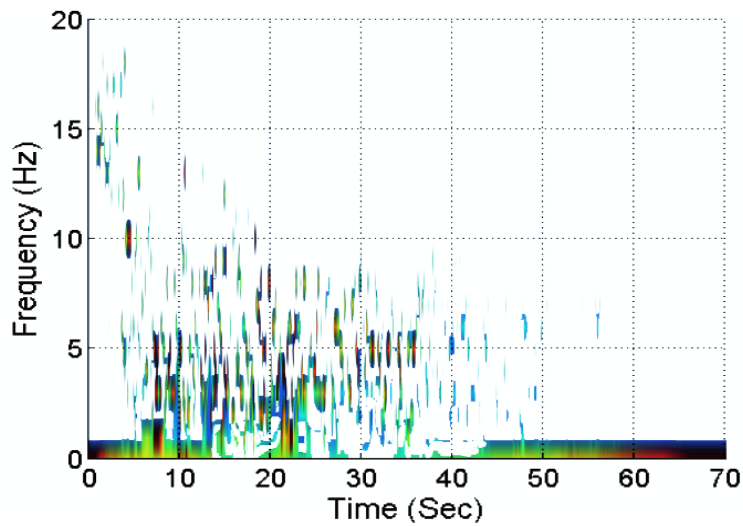


شکل ۴- طیف محتوی فرکانسی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش STFT

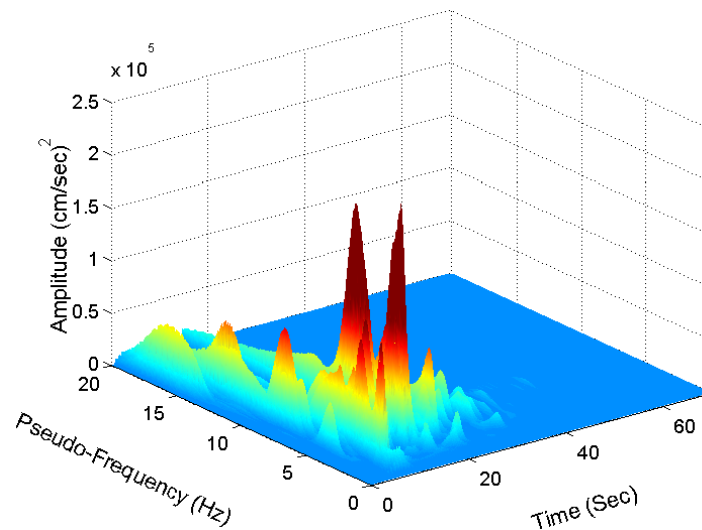
در شکل ۵ توزیع چگالی انرژی با استفاده از روش تبدیل HHT نشان داده شده است. مشاهده می شود که مقادیر غیرواقعی و بسیار بالای انرژی در فرکانس های بسیار کم در دو انتهای محور زمان (در آغاز و پایان موج) بوجود آمده است. با اینکه نمودار دو بعدی این روش (شکل ۶) شبیه نمودار روش STFT می باشد اما این توزیع انرژی زیاد در فرکانس های کم غیر واقعی بوده و باعث ایجاد خطا می گردد. این روش برای حجم مقادیر داده های بسیار زیاد ناپایدار می گردد.



شکل ۵- طیف سه بعدی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش HHT



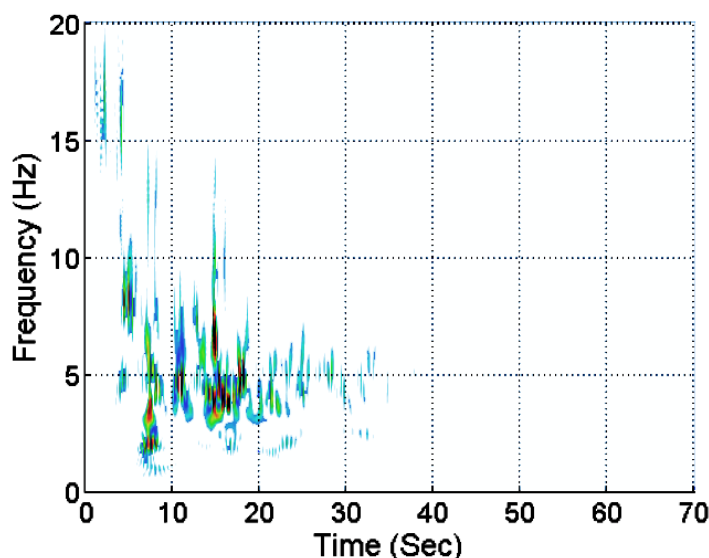
شکل ۶- طیف محتوی فرکانسی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش HHT



شکل ۷- طیف سه بعدی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش WT



در شکل ۷ توزیع چگالی انرژی در حوزه زمان-فرکانس برای روش WT آورده شده است و شکل ۸ این نمودار را بصورت دو بعدی نشان می دهد. این دو شکل نتایجی مشابه نتایج دو روش قبل را ارائه می دهد اما این اشکال واضح تر بوده و تفسیر نتایج با استفاده از آنها راحت تر می باشد. مشاهده می شود که بر خلاف روش HHT، انرژی های غیرواقعی در نمودارهای WT ظاهر نشده و لذا از بدست آمدن مقادیر محتوای فرکانسی اشتباه جلوگیری می شود. در ثانیه ۵، انرژی در فرکانس ۸ Hz غالب می باشد. در ثانیه ۷، فرکانس ۳ Hz و ۴ Hz، از ثانیه ۱۰ تا ۲۰، تمرکز فرکانس ها بین ۴ Hz و ۷ Hz بوده و از ثانیه ۲۰ تا ۳۰ فرکانس ۵ Hz غالب می باشد.



شکل ۸- طیف محتوای فرکانسی زلزله Chi-Chi تایوان با استفاده از روش WT

نتیجه گیری

در این تحقیق روش های STFT، HHT و WT برای یک زلزله واقعی با یکدیگر مقایسه شده اند. مشاهده شد با اینکه روش HHT روش کارآمدی برای تحلیل امواج زلزله محسوب می شود اما روش تحلیل موجکی جوابهای بهتر و مشخص تری بدست می دهد. همچنین این روش در فرکانس های کم مقداری ناپایداری در ابتدا و انتهای موج از خود نشان می دهد. در روش STFT به سختی می توان فرکانس های غالب را در زمان های مختلف شناسایی نمود و نتایج حاصله پراکندگی زیادی از خود نشان می دهند.

مراجع

1. Gaupillaud P., Grossmann A., Morlet J. (1984) Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, 23, 85-102.
2. Basu B, Gupta V. K. (1997) Nonstationary seismic response of MDOF systems by wavelet Transform. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26, 1243-1258.
3. Basu B, Gupta V. K. (1998) Seismic response of SDOF systems by wavelet modelling of nonstationary processes. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE 1998, 124 (10), 1142-1150.
4. Basu B, Gupta V. K. (1999) Wavelet-based analysis of nonstationary response of a slipping Foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 222 (4), 547-563.
5. Basu, B., and Gupta, V. K. (2000) Stochastic seismic response of single-degree-of-freedom systems through wavelets. *Engineering Structures*, 22, 1714-1722.
6. Iyama, J., and Kuwamura, H. (1999) Application of Wavelets to analysis and simulation of earthquake motions. *Earthquake Engineering and Structural Dyn.*, 28, 255-272.
7. Haigh S. K., Teymur B., Madabhushi S. P. G., Newland D.E. (2001) Applications of wavelet analysis to the investigation of the dynamic behaviour of geotechnical structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22, 995-1005.
8. Rezaei M, Ventura C. E. (2002) Analysis of strong and weak ground motions recorded at two sites during Loma Prieta earthquake by wavelet transform. *Canadian Journal of Civil Engineers*, 29, 157-170.
9. Carmona H., Hwang W-L., and Torresani, B. (1998) *Practical Time-Frequency Analysis*. Gabor and Wavelet Transforms with an implementation in S, Academic Press.



10. Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R. (1999) A new view of nonlinear water waves: The Hilbert Spectrum. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 31, 417–57.
11. Strang, G., and Nguyen T. (1995) *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA.
12. Daubechies I. (1992) *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, PA.