



## مطالعه عددی رفتار کوتاه مدت و درازمدت خاکریزهای تسلیح شده بر روی بسترهای چسبنده نرم

دکتر عبدالحسین حداد\* و دکتر محمد سعید کریمی\*

گروه عمران-دانشکده مهندسی-دانشگاه سمنان

ahadad@semnan.ac.ir

### خلاصه

احداث خاکریزهای مهندسی بر روی بسترهای چسبنده نرم و با استفاده از فناوری تسلیح خاک، یکی از روشهای مهم تثبیت بستر است. رفتار خاکریزهای تسلیح شده با ژئوتکستایل که بر روی بسترهای چسبنده نرم بنا شده باشد، در شرایط زهکشی شده و یا زهکشی نشده متفاوت است. در این مقاله در ابتدا با استفاده از یک سری تحلیلهای عددی بر روی مدل خاکریز و محیط بستر زیر آن، رفتار خاکریزهای احداث شده بر روی لایه (یا لایه‌های) ژئوتکستایل از نظر توزیع تنشهای داخلی، تغییر شکل کلی خاکریز و نشست مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه از مدل رفتاری الاستو-پلاستیک رس کمبریج، که سازگار با رفتار خاکهای چسبنده و سست است، استفاده شده است. همچنین اثر سختی عنصر تسلیح کننده در زیر خاکریز و موقعیت قرار گیری لایه ژئوتکستایل بر واکنش آنی و درازمدت خاکریز شامل نشست و تغییر مکان افقی بررسی گردید. نتایج این تحلیلهای مشخص نمود که علاوه بر کاهش مقدار نشست نهایی در بخش تاج خاکریز، ضریب اطمینان پایداری خاکریز بخصوص در شرایط زهکشی نشده (یا همان پایداری در حین ساخت) نیز بطور متوسط به مقدار ۱۰ تا ۴۰ درصد افزایش می‌یابد. در نهایت پیشنهاداتی جهت بکار گیری بهینه عناصر تسلیح کننده به منظور افزایش ایمنی و پایداری خاکریزها بر روی بسترهای نرم ارائه گردیده است.

کلمات کلیدی: خاکریز تسلیح شده، ژئوتکستایل، بستر نرم چسبنده، مدل اصلاح شده رس کمبریج

### ۱- مقدمه

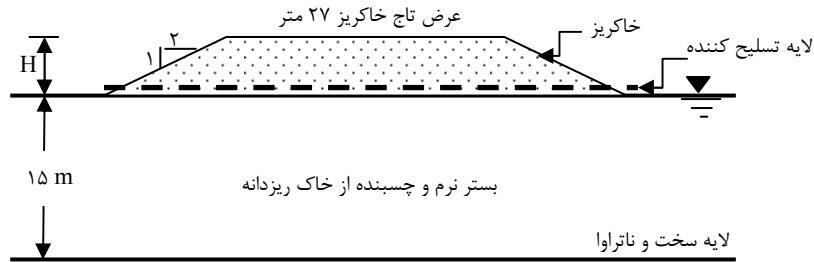
استفاده از خاکریزهای مهندسی در احداث بسیاری از پروژه‌های عمرانی نظیر شبکه راه‌ها و راه آهن، باند فرودگاه‌ها و دیگر سازه‌هایی که می‌بایست بر روی زمین‌های نرم و انعطاف پذیر احداث گردند، امری رایج و شناخته شده است. در اکثر موارد بعلاوه انعطاف پذیری زیاد و نقصان ظرفیت باربری زمین‌های نرم، این خاکریزها نقش تقویت و تثبیت بستر نرم را ایفا می‌کنند. پایداری کلی و جزئی خاکریزهای تسلیح شده را می‌توان با استفاده از روشهای توسعه یافته تعادل حدی مورد ارزیابی قرارداد. همچنین رفتار تغییر شکل پذیری و توسعه میدان تنشها در خاکریز و اجزای تسلیح کننده را نیز می‌توان با بکارگیری روشهای عددی مثل اجزای محدود و با رعایت مدلسازی مناسب برای رفتار خاکریز تحلیل نمود. در این رابطه می‌توان به مطالعات و مقالات متعدد منتشر شده نظیر مراجع [۱] Hird et al.، [۲] Litwinowicz et al. و [۳] Rowe et al. اشاره نمود. اما تاکنون تاثیر عناصر تسلیح کننده بر عملکرد خاکریزهای واقع بر روی زمینهای نرم چسبنده و تحت شرایط کوتاه مدت و درازمدت کمتر مورد توجه قرار گرفته است. هدف از این مقاله بررسی موردی رفتار خاکریز تسلیح شده‌ای است که بر روی بستری نرم و چسبنده در دو حالت زهکشی نشده و یا زهکشی شده احداث می‌گردد. در این بررسی‌ها تاثیر عناصر تسلیح کننده ژئوسنتتیک بر تثبیت بستر مورد توجه قرار گرفته است. در تحقیق حاضر مشخصات هندسی خاکریز بدین شرح انتخاب شده است:

عرض خاکریز در قسمت تاج آن ۲۷ متر و ارتفاع آن بصورت پارامتریک H در نظر گرفته شده است. شیب کناری خاکریز ۲ افقی به ۱ قائم انتخاب شده است. خاکریز بر روی بستری چسبنده نرم از خاک ریزدانه (خاک رس و یا رس لای دار) به ضخامت ۱۵ متر که در زیر آن لایه‌ای نسبتاً سخت و ناتراوا قرار دارد احداث می‌گردد. سطح آب زیر زمینی در محل بر روی سطح طبیعی زمین بوده و فشارهای منفذی اولیه در محل و پیش از احداث خاکریز، تابع فشار هیدرواستاتیکی است. مدل هندسی ایجاد شده برای خاکریز فوق به همراه شرایط مرزی مربوطه در شکل ۱ ارائه شده است. لایه تحتانی خاک در این مدل سخت و ناتراوا فرض شده است. محور مرکزی خاکریز در این مدلسازی محور تقارن مسئله بوده و مرزهای جانبی مدل در فاصله حدود ۸۰

\* استادیار گروه عمران-دانشکده مهندسی-دانشگاه سمنان



متری از محور تقارن قرارداد شده‌اند. لایه ژئوستتیک تسلیح کننده در این مسئله بر روی بستر نرم قرار گرفته است. در مرحله اجرای خاکریز، حداکثر ضخامت لایه‌های خاکریزی معادل ۰/۵ متر در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- مدل هندسی خاکریز تسلیح شده بر روی بستر نرم

## ۲- مشخصات ژئوتکنیکی خاک بستر و خاکریز

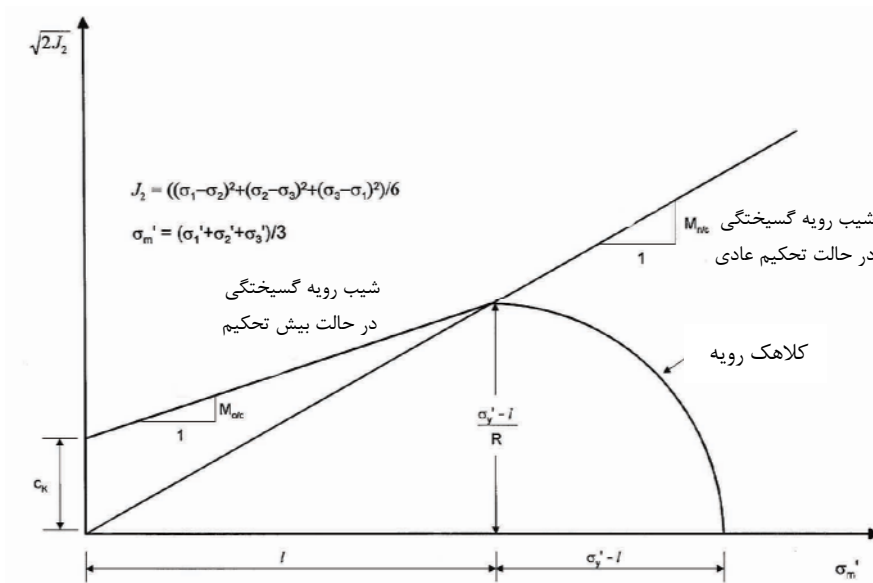
مشخصات فیزیکی و مکانیکی خاک بستر و خاکریز ماسه‌ای احداث شده بر روی آن در جدول ۱ ارائه شده است. بستر مورد مطالعه در منطقه دشت آزادگان واقع در جنوب غربی استان خوزستان قرارداد. اطلاعات ژئوتکنیکی مورد استفاده در این مقاله برگرفته از گزارش مطالعات ژئوتکنیک مرجع شماره [۴] است. مدل رفتاری خاک بستر که در تحلیل عددی مورد استفاده قرار گرفته است، مدل اصلاح شده رس کمبریج موسوم به (Modified Cam-Clay) بوده که سطح رویه گسیختگی و پارامترهای بکار رفته در آن در شکل ۲ نشان داده شده است. پارامترهای مدل رفتاری بر اساس آزمایشهای سه محوری و تحکیم که بر روی نمونه های دست نخورده انجام گرفته و با استفاده از روابط ۱ تا ۳ تعیین شده اند.

$$\lambda = \frac{Cc}{1+e} \quad (1)$$

$$\kappa = \frac{2}{2.3} \frac{Cr}{1+e} \quad (2)$$

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (3)$$

بر اساس این مطالعات علیرغم وجود نهشته‌های جوان در این محل که حاصل فعالیت رسوبگذاری رودخانه‌های عبوری است، فشار بیش تحکیمی خاک تا عمق ۳ متری سطح زمین در حدود ۸۰ کیلوپاسکال و پس از آن به شکل موازی با فشار سربار لایه‌ها افزایش یافته است. به عبارت دیگر به علت تاثیر شرایط جوی (خشک و تر شدن خاک) و نوسانات تراز آب زیرزمینی تا عمق ۳ متری، فشار بیش تحکیمی لایه سطحی تا عمق ۳ متری، بیشتر از فشار سربار طبیعی است. در شکل ۳ نمودار تغییرات تنش موثر بیش تحکیمی و سربار موثر زمین تا عمق ۱۵ متری ترسیم شده است.

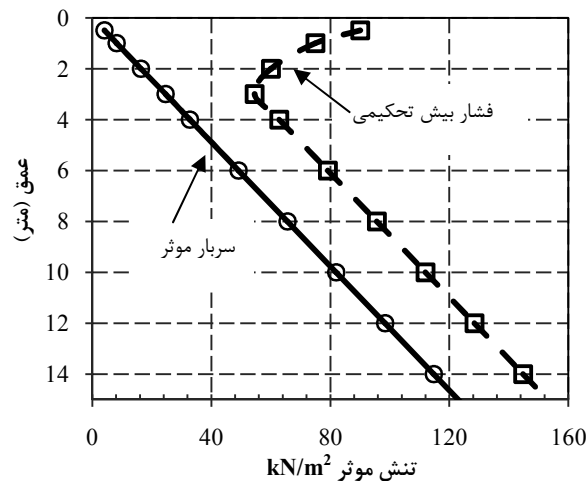


شکل ۲: سطح رویه گسیختگی در مدل رفتاری الاستو پلاستیک خاک بستر



جدول ۱: پارامترهای فیزیکی و مکانیکی خاک بستر و خاکریز [۴]

مشخصات خاک بستر		ادامه مشخصات خاک بستر	
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
حد روانی (درصد)	43	$\lambda$ نشانه فشردگی	0.30
حد خمیری (درصد)	32	$K$ نشانه باربرداری (تورم)	0.03
نسبت بیش تحکیمی	1-3	$R$ نسبت تناظر	0.7
زاویه اصطکاک زهکشی شده	$24^\circ$	شیب پوش گسیختگی $M_{n/c}$	0.94
زاویه اصطکاک زهکشی نشده	$4^\circ$	شیب پوش گسیختگی $M_{o/c}$	0.73
چسبندگی رس زهکشی نشده	45 kPa	ضریب چسبندگی رس $C_k$	5 kPa
چسبندگی رس زهکشی شده	$\cong 5$ kPa	چگالی ذرات جامد خاک	2.620
نسبت منافذ اولیه $e_0$	0.95	وزن مخصوص اشباع خاک	$18 \text{ kN/m}^3$
ضریب پواسن	0.45	مشخصات خاکریز	
وزن مخصوص خشک	$13.1 \text{ kN/m}^3$	پارامتر	مقدار
درصد رطوبت طبیعی خاک	37 (%)	وزن مخصوص ماسه	$20 \text{ kN/m}^3$
مدول ارتجاعی	$1.3 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$	زاویه اصطکاک زهکشی شده	$36^\circ$
ضریب فشار رانش در حالت سکون	0.55	چسبندگی	$\cong 0$
ضریب نفوذپذیری افقی	$3 \times 10^{-8} \text{ m/s}$	مدول ارتجاعی ماسه	$6 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$
ضریب نفوذپذیری قائم	$1 \times 10^{-8} \text{ m/s}$	ضریب پواسن	0.30
اندیس فشردگی $C_c$	0.60	زاویه اتساع	$5^\circ$
اندیس باربرداری $C_r$	0.067	چگالی ذرات جامد ماسه	2.70



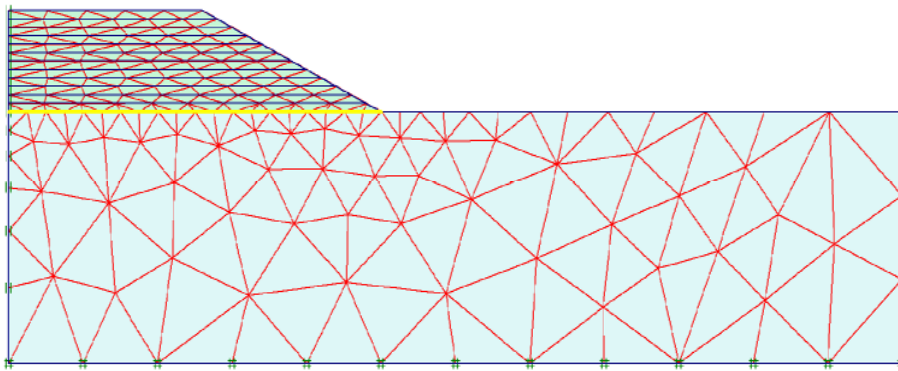
شکل ۳: نمودار فشار بیش تحکیمی و سربار در محل بستر نرم تا عمق ۱۵ متری سطح زمین [۴]

### ۳- مشخصات لایه تسلیح کننده

نفوذپذیری لایه ژئوتکستایل بکار رفته جهت تسلیح بستر معادل ۱۰۰۰ برابر نفوذ پذیری خاک رس زیر آن در نظر گرفته شده است. از این رو امکان زهکشی خاک بستر از سمت بالا همزمان با اعمال فشار خاکریز در مدلسازی از طریق قراردادن خط زهکش در مدل عددی فراهم آمده است. همچنین سختی کششی ژئوسنتتیک، (J) از محدوده صفر (برای خاکریز تسلیح نشده) تا ۸۰۰۰ کیلو نیوتن بر متر، بصورت متغیر در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب امکان بررسی اثر انواع تسلیح کننده با سختی متغیر در این مدلسازی عددی مهیا گشته است. نیروی اصطکاک میان لایه تسلیح کننده و خاک اطراف در مسئله نیز از طریق قرار دادن المانهای رابط (Interface) میان ژئوسنتتیک و خاکریز فوقانی و بستر اعمال گشته است. ضخامت این المانها بصورت مجازی و بسیار کم در نظر گرفته می شود.

#### ۴- مدل سازی عددی

به منظور دستیابی به تاثیر عملکرد لایه تسلیح کننده بر رفتار کوتاه مدت و دراز مدت خاکریز، مدل عددی با استفاده از روش اجزای محدودی و به کمک از نرم افزار Plaxis V8.2، مطابق با شرایط گفته شده تعریف گردید. با توجه به شرایط تقارن محوری حاکم بر مسئله در مدلسازی اجزای محدود، ابعاد هندسی نیمی از خاکریز و شرایط مرزی آن بطور کامل مدل شده است. مدلسازی بصورت دو بعدی و در شرایط کرنش مسطح انجام شده است. در شکل ۴ شبکه بندی مدل عددی ایجاد شده جهت آنالیز نشان داده شده است. در نهایت از تعداد ۳۳۱ المان مثلثی شکل از نوع ۱۵-گره‌ای در مدل نمودن بستر و خاکریز استفاده شده و شرایط مرزی جابجایی و زهکشی سازگار با مسئله و محیط بستر اعمال شده است. تحلیل عددی مدل با در نظر گرفتن دو حالت زهکشی شده و زهکشی نشده برای بستر نرم انجام پذیرفته است. در حالت زهکشی نشده، مسئله تحکیم بستر نیز مورد توجه قرار گرفته و آنالیزهای متعددی با تغییر ارتفاع خاکریز و سختی لایه ژئوسنتتیک صورت گرفته است.



شکل ۴: مدل اجزای محدود خاکریز تسلیح شده بر روی بستر نرم

#### ۵- تحکیم بستر

بخش عمده تغییر شکل خاکریز در این تحقیق ناشی از تحکیم بستر متشکل از خاک چسبنده نرم و اشباع است. با افزایش ارتفاع خاکریزی بر مقدار فشار منفذی بستر افزوده شده و گرادیان هیدرولیکی ایجاد شده در این ناحیه موجب زهکشی آهسته خاک و در نهایت تحکیم خاک می‌گردد. مسیر زهکشی اصلی در این مدل سازی، گرادیان رو به بالا ( به طرف لایه ژئوسنتتیک) است. با توجه به اثر قابل توجه تغییرات نسبت منافذ بر نفوذپذیری خاک، در این مطالعه مقدار نفوذپذیری خاک بصورت تابعی از نسبت منافذ در نظر گرفته شده است. بر اساس پیشنهاد Leroueil و همکاران در مراجع [۵] و [۶] مقدار ضریب نفوذپذیری خاک بر حسب نسبت منافذ آن از رابطه ۴ قابل محاسبه است.

$$K_V = A \cdot K_{V0} \exp\left(\frac{e - e_0}{C_k}\right) \quad (4)$$

در رابطه بالا  $K_V$  ضریب نفوذپذیری در جهت قائم متناظر با نسبت منافذ  $e$ ،  $K_{V0}$  ضریب نفوذپذیری در جهت قائم متناظر با نسبت منافذ اولیه خاک  $e_0$ ،  $A$  ضریب ثابت معادل ۱ برای خاکهای در حال تحکیم و ۱۰ برای خاکهای بیش تحکیم یافته و  $C_k$  ضریب ثابت معادل ۰/۵ است. با توجه به خاصیت غیر همگشتی در تراوایی خاک نیز نسبت ضریب نفوذ پذیر افقی به قائم برای خاکهای در حال تحکیم معادل ۳ در نظر گرفته شده است [۷]. در شکل ۵ نتایج یک نمونه از تحلیل‌های عددی انجام یافته شامل کانتور تغییر شکل‌های کل ایجاد شده پس از خاکریزی نشان داده شده است. مطابق این نتایج بیشترین مقدار جابجایی در لایه بستر نرم و در نزدیکی پای شیب خاکریز رخ داده است. در شکل ۶ نیز مقدار نیروی کششی ایجاد شده در طول لایه تسلیح کننده با سختی ۵۰۰۰ کیلو نیوتن بر متر پس از تکمیل خاکریزی ارائه شده است. مطابق شکل ۶ بیشترین مقدار نیروی کششی در دو نقطه A, B مشاهده می‌گردد.

#### ۶- نتایج حاصل از تحلیل

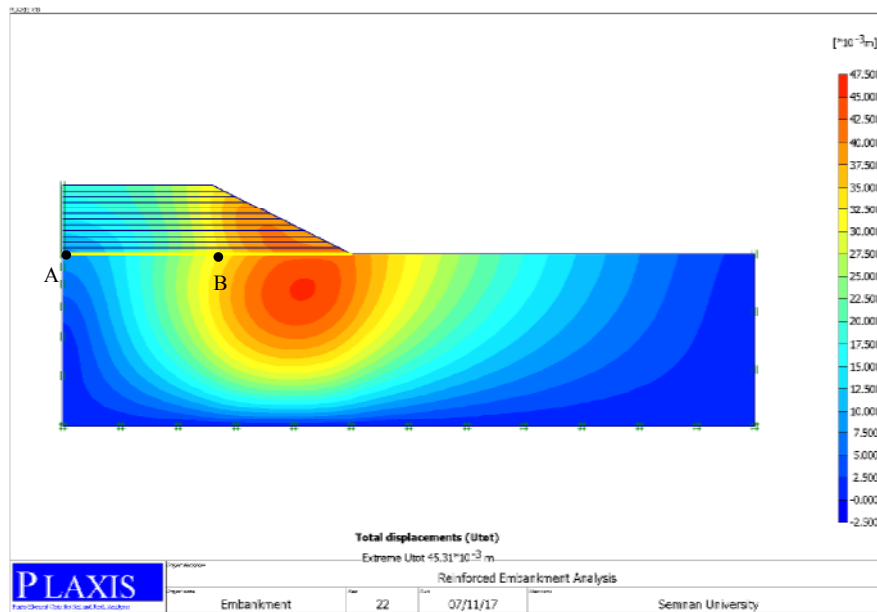
نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی انجام شده بر حسب تغییرات سختی لایه ژئوسنتتیک، شرایط زهکشی بستر و حداکثر ارتفاع خاکریز قابل دستیابی به شرح زیر ارائه می‌گردد.

##### ۶-۱- تاثیر سختی عناصر تسلیح کننده بر ارتفاع حداکثر خاکریز در شرایط زهکشی نشده

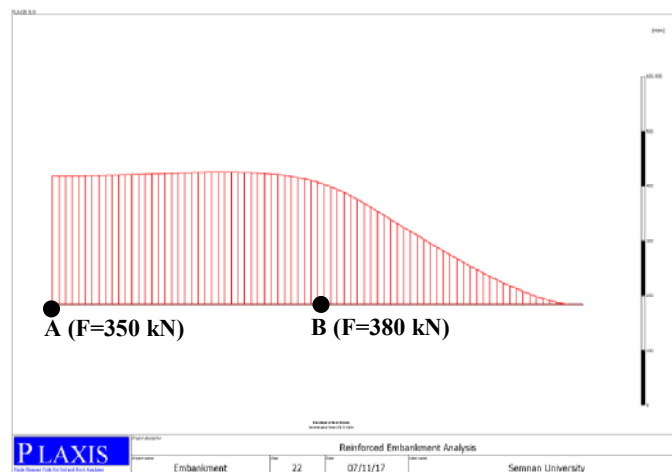
با توجه به ظرفیت محدود باربری بسترهای نرم از نقطه نظر نشست و گسیختگی برشی، افزایش ارتفاع خاکریز در پروژه‌های عمرانی با محدودیت همراه خواهد بود. در تحلیل‌های عددی انجام شده، با محدود ساختن مقدار نشست کل به میزان ۳۰ میلیمتر و کنترل گسیختگی در بستر، ارتفاع مجاز خاکریز به ازای اعمال سختی معینی در لایه ژئوسنتتیک تعیین و نتایج حاصل بصورت نمودار در شکل ۷ ارائه شده است. مطابق شکل ۷-الف با افزایش سختی



لایه ژئوسنتتیک از ۰ تا ۲۵۰۰ کیلونیوتن بر متر، ارتفاع مجاز خاکریزی از ۲/۵ تا ۴/۵ متر افزایش می‌یابد. برای لایه‌های ژئوسنتتیک با سختی بیشتر از ۲۵۰۰ کیلونیوتن بر متر، افزایشی در ارتفاع خاکریز مشاهده نمی‌گردد. علت این امر افزایش تنش برشی گسیختگی در محل پای خاکریز و کاهش ضریب اطمینان پایداری به مقدار کمتر از ۱ است. قابل ذکر است ضریب اطمینان پایداری خاکریز تسلیح شده با سختی ۲۰۰۰ کیلونیوتن بر متر و با ارتفاع ۲/۵ متر معادل ۲/۳ تعیین شده است. شیب کناره خاکریز در تمام حالات ۲ افقی به ۱ عمودی است.



شکل ۵: کانتور تغییر شکل کل خاکریز با ارتفاع ۵ متر در حالت زهکشی نشده



شکل ۶: توزیع نیروی کششی در طول لایه تسلیح کننده ژئوسنتتیک

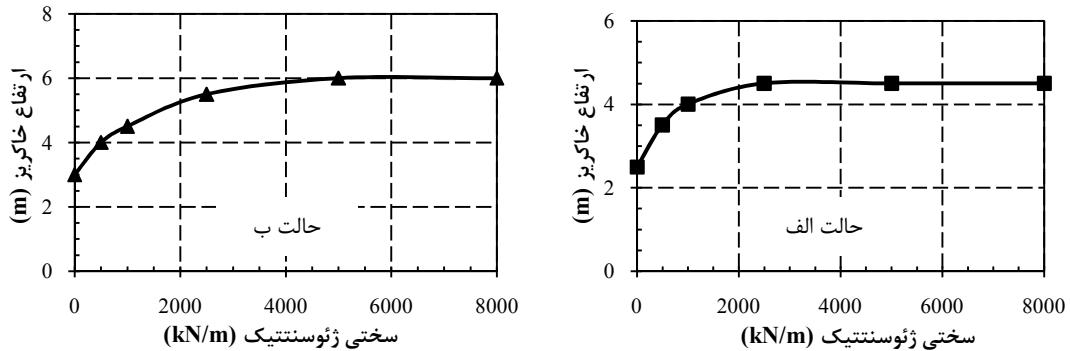
#### ۶-۲ - تأثیر سختی عناصر تسلیح کننده بر ارتفاع حداکثر خاکریز در شرایط زهکشی شده

در شرایط تحلیل زهکشی شده امکان تحکیم خاک و ایجاد گرا دیان هیدرولیکی به سمت خارج بستر فراهم شده است. همچنین پارامترهای مورد استفاده در این حالت از تحلیل عددی، پارامترهای موثر خاک بوده است. نتایج تحلیل در این حالت شامل ارتفاع حداکثر خاکریز بر حسب سختی لایه تسلیح کننده در شکل ۷-ب ترسیم شده است.

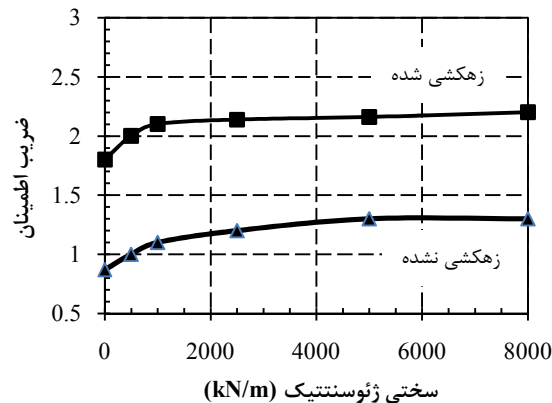
بر اساس نتایج حاصله حداکثر ارتفاع خاکریز پس از بکار بردن لایه ژئوسنتتیک با سختی ۵۰۰۰ کیلونیوتن بر متر به مقدار ۶ متر نزدیک شده و با افزایش بیشتر سختی بر مقدار ارتفاع افزوده نخواهد شد. در این حالت از تحلیل با توجه به برقراری شرایط زهکشی شده، امکان گسترش دامنه نشست



کل (از جمله نشست تحکیمی) بیشتر از شرایط زهکشی نشده است. از همین رو حداکثر ارتفاع خاکریز با توجه به وزن سربار خاکریز به ۶ متر محدود می‌گردد. نکته دیگری که از این تحلیل به خوبی نمایان است، تاثیر بیشتر اثر سختی لایه ژئوسنتتیک بر افزایش ارتفاع خاکریز در حالت زهکشی شده نسبت به حالت زهکشی نشده است. در این مقایسه نسبت اضافه شدن ارتفاع خاکریز در حالت زهکشی شده به شرایط زهکشی نشده،  $(\Delta H_D/\Delta H_U)$  معادل ۱/۷۵ است. همچنین در شکل ۸ نتایج تاثیر سختی تسلیح کننده بر ضریب اطمینان پایداري خاکریز با ارتفاع ۲/۵ متر در حالت های زهکشی شده و نشده ارائه شده است. تاثیر سختی لایه تسلیح کننده بر ضریب اطمینان پایداري خاکریز در کوتاه مدت در حدود ۴۰ درصد افزایش را نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده در این تحقیق با نتایج تحلیل پروژه های مشابه خاکریزی که بر روی بستر نرم واقع در کشور کانادا به انجام رسیده است و در مراجع [۳] و [۸] گزارش شده‌اند، همخوانی نسبتاً نزدیکی را نشان می‌دهد.



شکل ۷: نتایج تاثیر سختی لایه تسلیح کننده بر اضافه ارتفاع لایه خاکریز در دو حالت الف- زهکشی نشده و ب- زهکشی شده



شکل ۸: تاثیر سختی لایه تسلیح کننده بر ضریب اطمینان پایداري برای خاکریز با ارتفاع ۲/۵ متر

## ۷- نتیجه گیری

- بر اساس مطالعات عددی انجام شده که بخشی از نتایج آن در این مقاله ارائه گردیده است، جمع بندی زیر حاصل می‌گردد.
- ۱- عناصر تسلیح کننده ژئوسنتتیک می‌توانند پایداري خاکریزهای مهندسی را بر روی بسترهای سست در هر دو شرایط زهکشی نشده و زهکشی شده به مقدار زیادی افزایش دهد.
  - ۲- تاثیر سختی عناصر تسلیح کننده در شرایط زهکشی شده از شرایط زهکشی نشده بیشتر است. در وضعیت مورد مطالعه در این مقاله، نسبت اضافه ارتفاع خاکریز در شرایط زهکشی شده به زهکشی نشده در حدود ۱/۷۵ محاسبه گردیده است. این امر بدنبال افزایش تنش موثر خاک پس از زهکشی در نزدیکی لایه ژئوسنتتیک و بدنبال آن افزایش نیروی اصطکاک در میان خاک بستر و لایه تسلیح کننده است.
  - ۳- عملیات خاکریزی بر روی بسترهای نرم و اشباع موجب شکل گیری اضافه فشار منفذی در این نوع از بسترها شده و چنانچه سرعت افزایش بارگذاری از نرخ زهکشی طبیعی خاک بیشتر باشد، این امر پایداري کوتاه مدت بستر را با خطر مواجه می‌سازد. استفاده از لایه های ژئوسنتتیک با عملکرد توام تسلیح و زهکشی باعث افزایش نرخ زهکشی و همچنین سرعت بخشیدن به عملیات اجرایی و کاهش هزینه های جاری در فعالیتهای عمرانی می‌گردد.



۴- تاثیر افزایش سختی لایه تسلیح کننده بر اضافه ارتفاع خاکریز و همچنین افزایش ضریب اطمینان پایداری آن با عبور از مقدار مشخصی ثابت شده و شیب آن صفر می‌گردد. همچنین مقدار نسبت افزایش ضریب اطمینان پایداری، در شرایط زهکشی نشده از شرایط زهکشی شده بیشتر است.

### قدردانی

2.5 cm

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند از مساعدت های جناب آقای دکتر هرمزی، معاونت محترم پژوهشی دانشگاه سمنان تشکر نمایند.

### مراجع:

1. Hird, C.C., Pyrah, I.C., Russel, D., 1990. Finite element analysis of the collapse of reinforced embankments on soft ground. *Geotechnique* 40 (4), pp. 633-640.
2. Litwinowicz, A., Wijeyakulasuriya, C.V., Brandon, A.N., 1994. Performance of a reinforced embankment on a sensitive soft clay foundation. *Fifth International Conference on Geotextiles, Geomembranes and Related Products, Singapore, September, Vol. 1*, pp. 11-16.
3. Rowe, R.K., Gnanendran, C.T., Landva, A.O., Valsangkar, A.J., 1996. Calculated and observed behavior of a reinforced embankment over soft compressible soil. *Canadian Geotechnical Journal* 33 (2), 324-338.
4. Geotechnical site Investigation of Azadegan Oil Field Developments, 2006, Mandro Consulting Engineers, No:7th, East Kaveh Alley, Fath Street, Tehran, Iran
5. Leroueil, S., Tavenas, F., Trak, B., La Rochelle, P., Roy, M., 1978a. Construction pore pressures in clay foundations under embankments. Part I: the Sanint-Alban test Dlls. *Canadian Geotechnical Journal* 15 (1), 52-65.
6. Leroueil, S., Tavenas, F., Mieussens, C., Peignaud, M., 1978b. Construction pore pressures in clay foundations under embankments. Part II: generalized behaviour. *Canadian Geotechnical Journal* (15) (1) 65-82.
7. Terzaghi, K., Peck, R.B., Mesri, G., 1996. *Soil mechanics in engineering practice*. Wiley, New York.
8. Litwinowicz, A., Wijeyakulasuriya, C.V., Brandon, A.N., 1994. Performance of a reinforced embankment on a sensitive soft clay foundation. *Fifth International Conference on Geotextiles, Geomembranes and Related Products, Singapore, September, Vol. 1*, pp. 11-16
9. Sethian, J.A. (2006) *Moving interfaces and boundaries: level set methods and fast marching methods*. [http://math.berkeley.edu/~sethian/Explanations/level\\_set\\_explain.html](http://math.berkeley.edu/~sethian/Explanations/level_set_explain.html).