



## بررسی رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورقهای FRP با استفاده از مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن

طیبه محمدی<sup>۱</sup>، محمد رضا اصفهانی<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی

۲- دانشیار دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی

[esfahani@ferdowsi.um.ac.ir](mailto:esfahani@ferdowsi.um.ac.ir)

### خلاصه

در این مقاله، با استفاده از روش های عددی و نتایج آزمایشگاهی، رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورقهای FRP مورد بررسی قرار می گیرد. در تحلیل عددی، از مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن برای شبیه سازی رفتار غیر خطی بتن و نرم شوندگی کرنش آن استفاده می گردد. بدین منظور تعدادی تیر بتن مسلح تقویت شده که قبلاً در آزمایشگاه ساخته و آزمایش شده اند، به کمک نرم افزار توانمند اجزای محدود ABAQUS که قادر به استفاده از مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن می باشد، تحلیل می شوند. بر اساس مقایسه بین نتایج بدست آمده از تحلیل های عددی و نتایج آزمایشگاهی می توان گفت که تحلیل عددی انجام شده با دقت بالایی قادر به پیش بینی نمودار بار-جابجایی، بار حداکثر، توزیع کرنش و حالت شکست تیرهای بتنی تقویت شده با FRP می باشد.

کلمات کلیدی: تقویت خمشی، بتن مسلح، مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن، FRP، مکانیک شکست

### مقدمه

امروزه تقویت سازه های بتن مسلح به کمک ورقهای پلیمری مسلح شده با الیاف یا FRP بعنوان یک روش جدید مورد استفاده قرار می گیرد. استفاده از FRP برای مقاوم سازی نسبت به روش های سنتی دارای مزایایی شامل افزایش مقاومت و سختی زیاد، سبکی وزن، مقاومت در برابر خوردگی، ضخامت کم و حمل و نقل و نصب آسان می باشد. پس از چسباندن ورق FRP به تیر بتنی، پاسخ سازه در مواردی از قبیل شکل پذیری، مقاومت و نوع شکست با رفتار سازه تقویت نشده متفاوت است. بنابراین آزمایش های تجربی و یافتن روش های تحلیلی و عددی برای پیش بینی رفتار سازه های تقویت شده ضروری بنظر می رسد. به همین دلیل تاکنون مطالعات زیادی بر روی سازه های تقویت شده انجام شده است. بر اساس آزمایش های تجربی انجام شده انواع شکست تیرهای خمشی بتنی مسلح تقویت شده با ورقهای FRP عبارتند از: ۱- تسلیم فولادهای طولی به همراه گسیختگی ورقهای FRP؛ ۲- خردشدن بتن در فشار قبل از گسیختگی ورقهای FRP؛ ۳- جدا شدن انتهای ورق های FRP از سطح بتن به همراه پوشش بتن روی میلگردهای طولی؛ ۴- جدا شدن انتهای ورق های FRP از سطح بتن به همراه قسمتی از پوشش بتن؛ ۵- جدا شدن ورقهای FRP از سطح بتن به همراه قسمتی از پوشش بتن به علت ترک خمشی و یا ترک خمشی-برشی [1].

از میان روش های عددی متفاوت بکار گرفته شده می توان به روش اجزای محدود غیر خطی برای شبیه سازی رفتار کلی تیرهای بتنی مسلح تقویت شده با ورقهای FRP ارائه شده توسط Ziraba and Baluch [2] اشاره نمود. این روش قادر است رفتار اعضای تقویت شده دارای هر نوع تاریخچه بارگذاری قبل از تقویت را پیش بینی نماید. در این روش رفتار بین بتن و آرماتور و ورقهای FRP بوسیله اجزای بین رویه ای ۶ نقطه ای مدل شده است. Arduini و همکارانش [3] نیز هشت تیر تقویت شده با ورقهای FRP را با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS تحلیل نموده اند. این تحلیل به تیرهای با تاریخچه بارگذاری یکنواخت و بدون آسیب دیدگی قبل از تقویت محدود می شود.

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد

<sup>۲</sup> دانشیار دانشگاه فردوسی



### نتایج آزمایشگاهی

نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده برای مقایسه با تحلیل عددی، نتایج بدست آمده از دو سری کار تحقیقاتی مجزا می باشند [4,5]. چهار نمونه آزمایش شده سری اول (B1, B3, B5, B7) [4] تیرهایی به عرض مقطع ۲۰۰، ارتفاع ۱۵۰ و طول ۲۳۰۰ میلیمتری باشند (شکل ۱). سه نمونه با ورقهای FRP با تعداد لایه های مختلف تقویت شده اند و یک نمونه دیگر به عنوان نمونه کنترلی تقویت نشده مورد آزمایش قرار گرفته است. ابعاد هندسی و آرایش میلگردهای طولی و عرضی هر یک از نمونه ها در شکل ۱ آورده شده است. همچنین جزئیات نمونه های آزمایشگاهی و حالت شکست هر یک از تیرها در جدول ۱ ارائه شده است. برای جزئیات مشخصات مکانیکی بتن، آرماتورها و ورقهای FRP به مرجع [4] مراجعه گردد. نمونه های آزمایشگاهی سری دوم [5] تیرهایی به عرض مقطع ۱۵۰، ارتفاع ۲۰۰ و طول ۲۰۰۰ میلیمتر می باشند. شش نمونه با ورقهای CFRP با عرض و تعداد لایه های مختلف تقویت شده اند و دو نمونه دیگر به عنوان نمونه های کنترلی تقویت نشده مورد آزمایش قرار گرفته اند. به منظور جلوگیری از جدا شدن انتهای ورقهای FRP از سطح تیر در تعدادی از نمونه های تقویت شده، ورقهای CFRP از روی تکیه گاه عبور داده شده اند تا زمینه برای بررسی حالت های دیگر شکست (غیر از جدا شدن انتهای ورقهای FRP) فراهم آید (شکل ۲). ابعاد هندسی و آرایش میلگردهای طولی و عرضی هر یک از نمونه ها در شکل ۲ آورده شده است. همچنین جزئیات نمونه های آزمایشگاهی و حالت شکست هر یک از آنها در جدول ۲ ارائه شده است. برای جزئیات مشخصات مکانیکی بتن، آرماتورها و ورقهای FRP به مرجع [5] مراجعه گردد.

### شبیه سازی رفتار مصالح

#### بتن

از مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن برای شبیه سازی رفتار آن استفاده می شود. در این مدل فرض می شود که خردشدگی فشاری بتن و ترک خوردگی آن مکانیزیم های اصلی شکست بتن می باشند [6]. هر دوی این پدیده ها ناشی از شروع و گسترش ترک ها می باشند. پارامترهای اصلی مورد نیاز برای استفاده از این مدل عبارتند از:

الف- منحنی نرم شوندگی بتن تحت بارگذاری کششی تک محوری که در شکل ۳ نمایش داده شده است. در منحنی های شکل ۳،  $f_t^p$  مقاومت کششی بتن است که شروع ترکهای ریز در بتن را کنترل می کند،  $G_F$  کل انرژی شکست است که بنابر تعریف میزان انرژی لازم برای شروع، گسترش و شکست کامل یک ترک در واحد سطح می باشد و  $W$  مقدار بازشدگی عرض ترک است. برای مقایسه نتایج، از سه نوع منحنی نرم شوندگی بتن تحت بار کششی در تحلیل ها استفاده می شود. در تئوری مکانیک شکست  $G_F$  با رابطه زیر داده می شود.

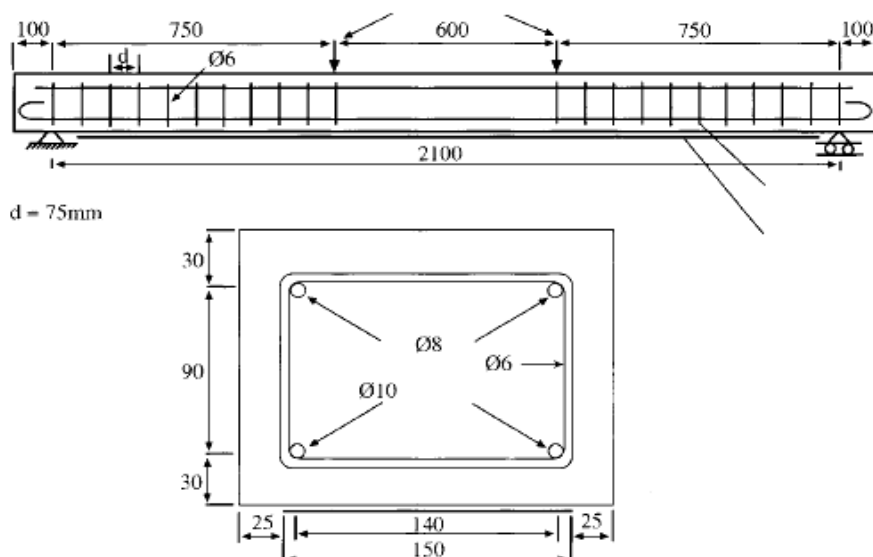
$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w)dw \quad (1)$$

در رابطه ۱،  $\sigma$  تنش کششی بتن تابع باز شدگی عرض ترک  $W$  می باشد.  $W_c$  عرض ترک بحرانی بوده که با ازای آن تنش  $\sigma$  صفر است. منحنی نرم شدگی بتن را می توان بصورت تجربی بدست آورد. به عنوان مثال، مقاومت کششی  $(f_t^p)$  را می توان از طریق نتایج آزمایش شکاف خوردگی استوانه<sup>۱</sup> بدست آورد [7] و انرژی شکست ( $G_F$ ) با استفاده از رفتار بار - تغییر شکل تیرهای بتنی شکاف دار قابل محاسبه می باشد [8]. در صورتی که این پارامترهای تجربی در دسترس نباشند می توان از روابط ۲ و ۳ برای محاسبه آنها استفاده نمود [9-11].

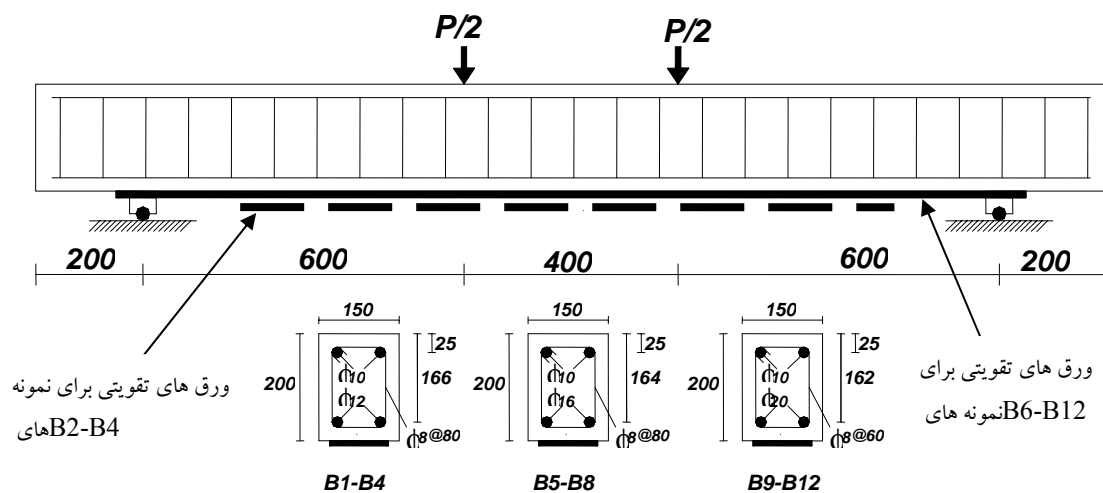
$$f_t^p = 0.6\sqrt{f_c'} \quad (2)$$

$$G_F = 2.5\alpha_0 \left(\frac{f_c'}{0.051}\right)^{0.46} \left(1 + \frac{d_a}{11.27}\right)^{2.2} \left(\frac{W}{c}\right)^{-0.3} \quad (3)$$

<sup>۱</sup> Split Cylinder Test



شکل ۱- ابعاد هندسی و آرایش میلگردهای طولی و عرضی نمونه های سری اول [4]



شکل ۲- ابعاد هندسی و آرایش میلگردهای طولی و عرضی نمونه های سری دوم [5]

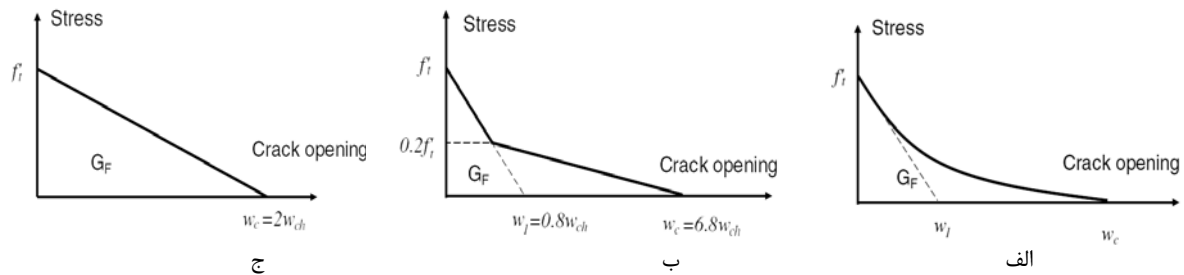
جدول ۱- جزئیات نمونه های آزمایشگاهی سری اول [4]

| نمونه‌ها | $f_c$ | نوع و سطح مقطع ورقهای FRP<br>$mm^2$ | نوع شکست                                  |
|----------|-------|-------------------------------------|---|
| B1       | 61    | .                                   | خرد شدگی فشاری بتن بعد از تسلیم آرماتورها |
| B3       | 61    | ۶۰- کربن                            | جدا شدن انتهای ورقهای FRP                 |
| B5       | 61    | ۱۸۰- کربن                           | جدا شدن انتهای ورقهای FRP                 |
| B7       | 61    | ۲۷۰- شیشه                           | جدا شدن انتهای ورقهای FRP                 |

**جدول ۲- جزئیات نمونه های آزمایشگاهی نمونه های سری دوم [5]**

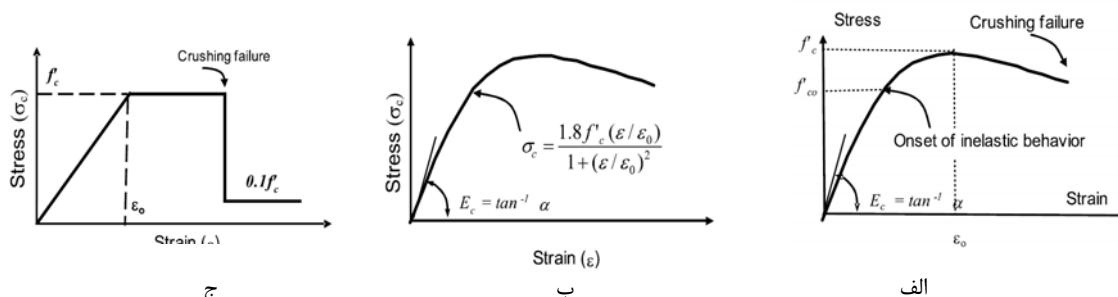
| نمونه ها     | $f'_c$<br>(MPa) | عرض هر لایه<br>از ورقهای FRP<br>(mm) | تعداد لایه های<br>ورقهای FRP | فاصله انتهای ورقهای<br>FRP از تکیه گاه (mm) | حالت<br>شکست* |
|--------------|-----------------|--------------------------------------|------------------------------|---|---------------|
| B1-12D-0L    | ۲۵/۲            | ۰                                    | ۰                            | ۰   | ۲             |
| B2-12D-1L15  | ۲۵/۲            | ۱۵۰                                  | ۱                            | ۱۰۰   | ۱             |
| B3-12D-2L15  | ۲۵/۲            | ۱۵۰                                  | ۲                            | ۱۰۰   | ۳             |
| B4-12D-3L15  | ۲۵/۲            | ۱۵۰                                  | ۳                            | ۱۰۰   | ۳             |
| B9-20D-0L    | ۲۴/۱            | ۰                                    | ۰                            | ۰   | ۲             |
| B10-20D-1L10 | ۲۴/۱            | ۱۰۰                                  | ۱                            | ۰   | ۱             |
| B11-20D-1L15 | ۲۴/۱            | ۱۵۰                                  | ۱                            | ۰   | ۵             |
| B12-20D-2L15 | ۲۴/۱            | ۱۵۰                                  | ۲                            | ۰   | ۵             |

\*حالت ۱: تسلیم فولادهای طولی و گسیختگی ورق FRP به همراه خرد شدن بتن ناحیه فشاری؛ حالت ۲: جاری شدن فولادهای طولی و خرد شدن بتن ناحیه فشاری بعد از تسلیم آرماتورهای طولی؛ حالت ۳: جدا شدن انتهای ورقهای FRP از سطح بتن به همراه پوشش بتن روی میلگردهای طولی؛ حالت ۵: جدا شدن ورقهای FRP از سطح بتن به همراه قسمتی از پوشش بتن به علت ترک خمشی و یا خمشی-برشی و خرد شدگی فشاری بتن.


**شکل ۳- منحنی نرم شوندگی بتن: (الف) حالت کلی (ب) تقریب دو خطی (ج) تقریب خطی [7, 8]**

در روابط ۲ و ۳ مقاومت کششی بتن  $f_t$  (MPa)، مقاومت فشاری بتن  $f'_c$  (MPa)، انرژی شکست بتن  $G_F$  (N/m)، برای سنگدانه های گوشه دار و شکسته  $a_0=1.44$ ، حداکثر اندازه سنگدانه  $d_a$  (mm) و نسبت آب به سیمان در اختلاط بتن  $w/c$  است. زمانیکه پارامترهای  $f_t$  و  $G_F$  معلوم شوند همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است می توان منحنی نرم شوندگی را با استفاده از توابع خطی و یا دو خطی تخمین زد [8].

ب- منحنی تنش- کرنش بتن تحت بارگذاری فشاری تک محوری در شکل ۴ نشان داده شده است. در شکل ۴،  $E_c$  ضریب کشسانی بتن،  $f_{c0}$  تنش بحرانی است که شروع ترکها را کنترل می نماید و  $f'_c$  مقاومت فشاری بتن می باشد. در تحلیل های عددی این پژوهش از منحنی تنش-کرنش انواع ب و ج شکل ۴ [9, 10] برای مقایسه استفاده شده است.


**شکل ۴- منحنی تنش-کرنش بتن در فشار تک محوری: (الف) حالت کلی، (ب) مدل A [9]، (ج) مدل B [10]**

اگر اطلاعات تجربی از ضریب کشسانی بتن ( $E_c$ ) و رفتار فشاری بتن در دست نباشد می توان از روابط ۴ و ۵ استفاده نمود [9].

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (4)$$

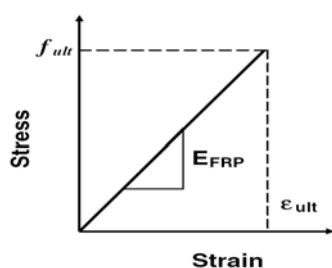
$$\varepsilon_0 = 1.71 \frac{f'_c}{E_c} \quad (5)$$

### فولاد

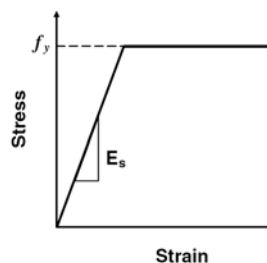
از مدل الاستیک-پلاستیک کامل برای شبیه سازی رفتار فولاد استفاده می شود [12]. در این روش رفتار فولاد تا رسیدن به تنش تسلیم الاستیک می باشد. در این نقطه فولاد تحت بار ثابت جاری می شود (شکل ۵). پارامترهای مورد نیاز این مدل، ضریب کشسانی فولاد ( $E_s$ )، نسبت پواسون ( $\nu$ ) و تنش تسلیم ( $f_y$ ) می باشند.

### ورقه های FRP

از مدل شکست ترد برای شبیه سازی رفتار ورقه های FRP استفاده می شود [12]. در این روش فرض می شود که رفتار ورقه های FRP تا رسیدن به کرنش نهایی ( $\varepsilon_{FRP}$ ) خطی می باشد (شکل ۶). در این نقطه، ترک گسترش می یابد و ماده تمامی ظرفیت باربری خود را به یکباره از دست می دهد. پارامترهای مورد نیاز برای این مدل، ضریب کشسان پلیمرهای الیافی ( $E_{FRP}$ )، نسبت پواسون ( $\nu$ ) و کرنش نهایی شکست ( $\varepsilon_{FRP}$ ) می باشند.



شکل ۶- منحنی تنش-کرنش ورقه های FRP



شکل ۵- منحنی تنش-کرنش فولاد

### تحلیل عددی

در این مطالعه تحلیل عددی با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS انجام شده است. بدلیل تقارن فقط نیمی از تیرها شبیه سازی شده اند. نوع اجزای انتخابی برای شبیه سازی تیرها در جدول ۳ ارائه شده است. در این شبیه سازی از تماس مقید<sup>۱</sup> برای چسباندن ورقه های FRP به سطح تیر استفاده شده است. این نوع تماس، چسباندن دو سطح با شبکه بندی متفاوت را امکان پذیر می سازد. همچنین تعریف این نوع تماس بین دو سطح باعث می شود که در هر یک از نقاط روی سطح با شبکه بندی ریزتر، جابجایی، دما و فشار برابر با نزدیکترین نقطه بر روی سطح با شبکه بندی درشت تر باشد. این روش امکان مدل سازی تنش های برشی و قائم در طول کل صفحات چسبیده را فراهم می سازد.

### مقایسه نتایج عددی و نتایج آزمایشگاهی

نمودارهای بار- تغییر مکان وسط دهانه برای چهار تیر سری اول و هشت تیر سری دوم به همراه نتایج تجربی آنها در شکل های ۷ و ۸ ارائه شده است. در تحلیل عددی شکل های ۷ و ۸ از منحنی تنش-کرنش فشاری بتن نوع ج (شکل ۴) استفاده شده است. همانگونه که مشاهده می شود هماهنگی بسیار خوبی بین نتایج آزمایشگاهی و عددی وجود دارد. نتایج عددی نیز مانند آزمایشگاهی نشان می دهند که مقاومت تیر پس از جدا شدن انتهای ورقه های FRP از سطح تیر و یا پارگی ورقه های FRP به اندازه مقاومت تیر بدون تقویت کاهش می یابد (شکل ۸).

لازم به ذکر است که با استفاده از تحلیل عددی حتی می توان حالت شکست را نیز پیش بینی نمود. در شکل ۹ توزیع آسیب دیدگی پیش بینی شده برای تیر B3-12D-2L15 نمایش داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود قبل از رسیدن به بار حداکثر توزیع آسیب دیدگی در منطقه کششی در میانه دهانه تیر می باشد (شکل ۹ الف). پس از رسیدن به بار حداکثر آسیب دیدگی در انتهای ورق FRP متمرکز می گردد (شکل ۹ ب). بعد از بار

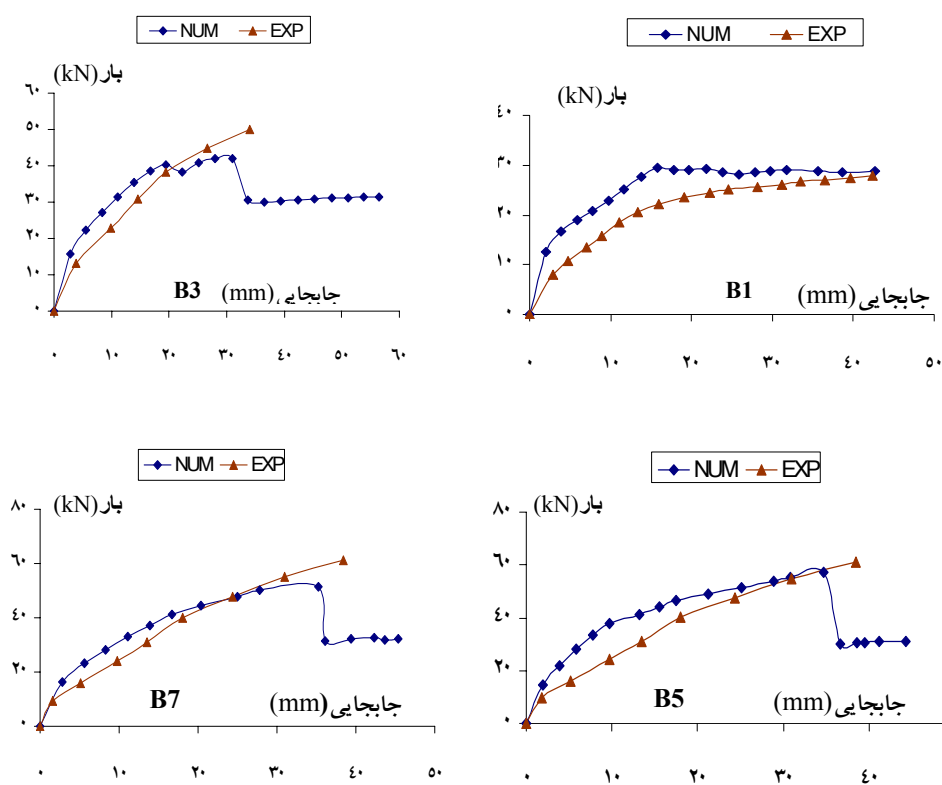
<sup>۱</sup> Tied Contact



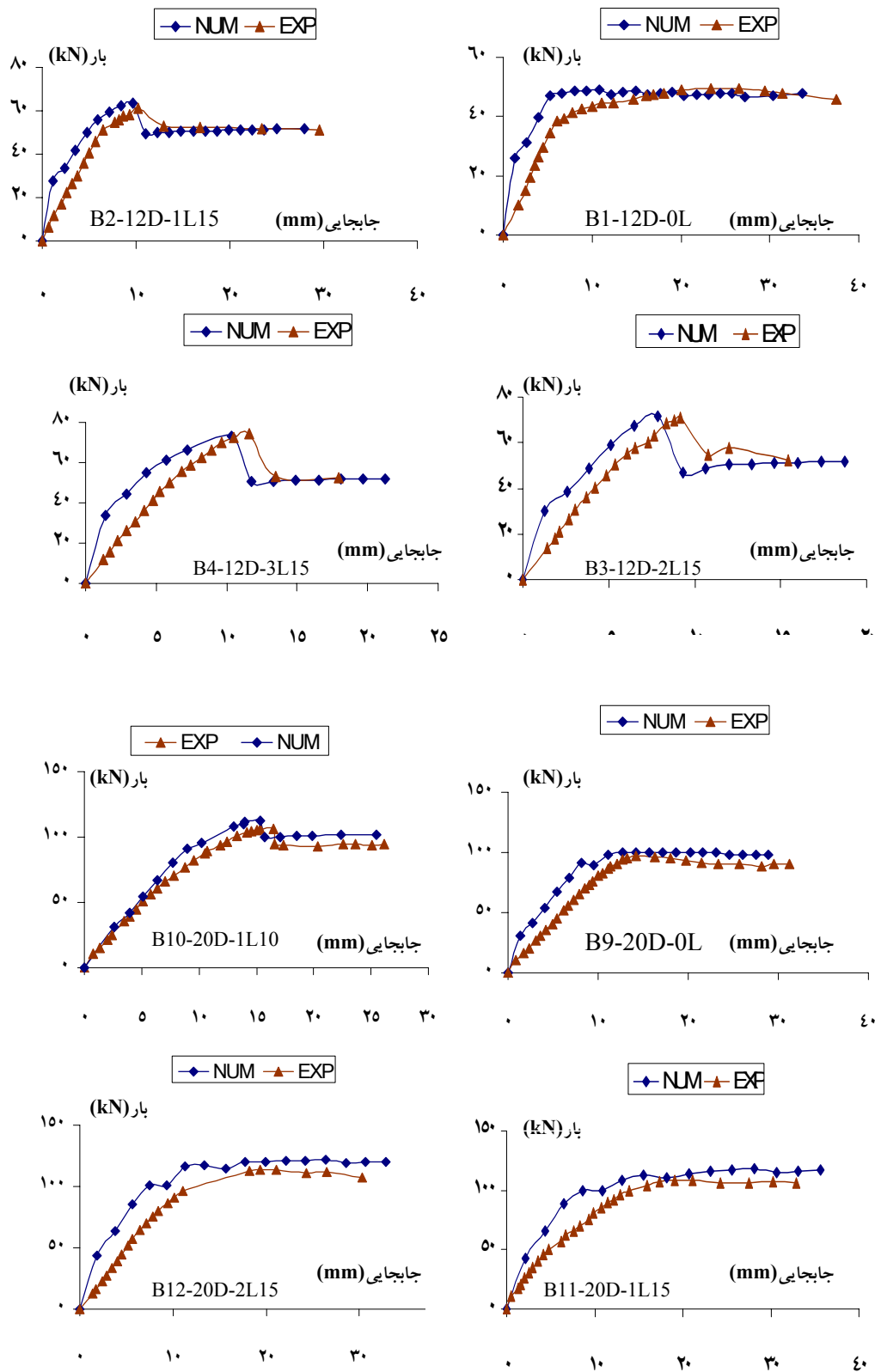
حداکثر آسیب دیدگی به مرکز تیر پیشروی می کند و تقریباً در زیر بار متمرکز متوقف می شود (شکل ۹ج). نحوه توزیع آسیب دیدگی پیش بینی شده مطابق با توزیع آسیب دیدگی گزارش شده در مرجع [5] می باشد.

جدول ۳- نوع اجزای انتخابی برای تحلیل عددی

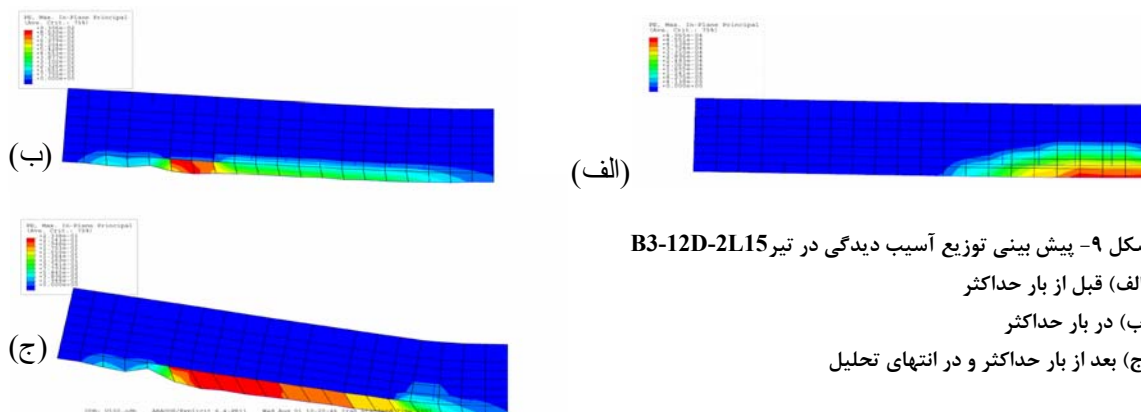
| توضیحات        | نشانه نرم افزاری | جزء انتخابی                | ماده         |
|----------------|------------------|----------------------------|--------------|
| -              | <i>CPEAR</i>     | جزء کرنش صفحه ای چهار گرهی | بتن          |
| جزء جاسازی شده | <i>T2D2</i>      | جزء خرپایی دو گرهی         | فولاد        |
| -              | <i>T2D2</i>      | جزء خرپایی دو گرهی         | ورقه های FRP |



شکل ۷- نمودارهای بار-جابجایی وسط دهانه برای تیرهای سری اول [4]



شکل ۸- نمودارهای بار-جابجایی وسط دهانه برای تیرهای سری دوم [5]



شکل ۹- پیش بینی توزیع آسیب دیدگی در تیر B3-12D-2L15

(الف) قبل از بار حداکثر

(ب) در بار حداکثر

(ج) بعد از بار حداکثر و در انتهای تحلیل

### نتیجه گیری

در این مقاله رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورقهای FRP با استفاده از تحلیل های عددی و مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن بررسی قرار گرفت. براساس مقایسه بین مقادیر بدست آمده از تحلیل های عددی و آزمایشگاهی نتایج زیر بدست آمد.

۱. تحلیل عددی انجام شده با استفاده از مدل آسیب دیدگی پلاستیک بتن که در نرم افزار اجزای محدود ABAQUS در دسترس است قادر به پیش بینی منحنی بار-جابجایی، بار شکست و حالت شکست تیرهای تقویت شده با ورقهای FRP می باشد. تحلیل عددی حتی قادر به پیش بینی توزیع آسیب دیدگی واقعی نیز است.
۲. تحلیل عددی نیز مانند نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که پس از جدا شدن انتهای ورق های FRP و یا گسیختگی آنها مقاومت تیر تقویت شده برابر با مقاومت تیر تقویت نشده می شود.
۳. از جمله پارامترهای مختلف مربوط به خواص مکانیکی بتن شامل مقاومت کششی، انرژی شکست، منحنی نرم شوندگی کرنش و منحنی رفتار فشاری بتن، انرژی شکست بتن  $G_F$  موثرترین پارامتر در پیش بینی شکست های ناشی از جداسازی ورقهای FRP از سطح تیر بدلیل ترک خوردگی کششی بتن می باشد.

### مراجع

- [1] ACI 440.2R-02, "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures", Reported by ACI Committee 440, 2002.
- [2] Ziraba Y.N., Baluch M.H., "Computational model for reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates", Finite Element Analysis Des, Vol.20, NO.4, 253-271, 1995.
- [3] Arduini M., Tommaso A., "Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams", ACI Structural Journal, Vol.94, No.4, 363-370, 1997.
- [4] Rahimi H., Hutchinson A., "Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plates", Journal Composite Construction, Vol.5, No.1, 44-56, 2001.
- [5] Esfahani M.R., Kianoush M.R., Tajari A.R., "Flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets" Journal of Engineering Structures, Elsevier Sci. Ltd, Oxford, England, submitted for publication.
- [6] Lubliner J., Oliver J., Oller S., Onate E., "Plastic-damage model for concrete", International Journal Solids and Structures, Vol.25, No.3, 299-326, 1989.
- [7] Rocco C., Guinea G.V., Planas J., Elices M., "Review of splitting-test standards from a fracture mechanics point of view", Cement Concrete Research, Vol.31, No.1, 37-82, 2001.
- [8] Shah S.P., Swartz S.E., Ouyang C., "Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials", John Wiley & Sons Inc, 1995.
- [9] MacGregor J.G., "Reinforced Concrete: mechanics and design", Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 1997.
- [10] Coronado C., Lopez M.M., "Sensitivity analysis of concrete beams strengthened with FRP laminates", Cement & Concrete Composites, Elsevier Science Publishers, Vol.28, 102-114, 2006.
- [11] Bazant Z.P., Becq-Giraudon E., "Statistical predication of fracture parameters of concrete and implication for choice of testing standard", Cement Concrete Research, Vol.32, No.4, 529-556, 2002.
- [12] ABAQUS Users Manual, Version 6.5. Hibbitt, Karlson & Soreneesen, Inc. Pawtucket, RI. 2004.