

حساسیت سنجی فرمولهای برآورد انتقال رسوبات غیر چسبنده

رضا عزیزی^۱، محمود شفاعی بجنستان^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های آبی ، E-mail : rezaazizi_utacir@yahoo.com

۲- استاد دانشگاه شهید چمران اهواز ، E-mail : m_shafai@yahoo.com

خلاصه

مدلهای انتقال رسوبات غیر چسبنده ، غالباً بر پایه فرمولهای متعدد نیمه تجربی توازن انتقال ارائه شده اند. این روابط میزان جابجایی رسوبات را به خصوصیات جریان مانند دبی، سرعت و عمق و خصوصیات رسوب نظیر اندازه معرف ذرات و چگالی رسوب ربط می دهند . خطاهای اندازه گیری این خصوصیات باعث می گردد تا در میزان دقت برآورد رسوب تاثیر گذارد. در تحقیق حاضر تاثیر خطاهای ناشی از خصوصیات فیزیکی ورودی در محاسبه و برآورد انتقال سه روش برآورد رسوب کل (انگلدن- هانسن ، بگ ، وو) و یک فرمول محاسبه بار کف (وو) بررسی شده است. در این تحقیق از روش " مونت کارلو " استفاده شده است. بررسی فرمولها برای انتقال بار کل و انتقال بار کف نشان می دهد که فرمول وو نسبت به دو فرمول دیگر به خطاهای موجود در اندازه گیری پارامترهای فیزیکی حساسیت بیشتری دارد .

کلمات کلیدی : مدل های انتقال رسوبات ، آنالیز حساسیت ، آنالیز نامعینی ، روش مونت کارلو .

مقدمه

رسوب و مسائل مرتبط با آن در رودخانه ها و مصب رودخانه ها اهمیت زیادی دارند . به منظور آنالیز روند رسوبگذاری و پیش بینی اثرات مداخله انسان در طبیعت ، مدل های محاسباتی اعم از مدل های ریاضی و مدل های تجربی ، بطور فزاینده ای در ارزیابی و بررسی انتقال رسوب مورد استفاده قرار می گیرند . اندازه گیری و بیان کمی جابجایی رسوبات ، خطاهایی از دو عامل یا بیشتر را در انتقال از طریق جریان وارد می کند که این خطاها در انتقال از طریق امواج بیشتر است . تعیین و بیان کمی این خطاها و مشخص کردن منابع بوجود آورنده آنها در کیفیت و صحت مطالعات مهندسی رودخانه و سواحل ضروری است .

مقایسه هایی بین نتایج حاصل از فرمولهای انتقال رسوب و داده های رودخانه ای به شرح زیر انجام شده است :
فان راین (Van Rijn 1984c , 1989) نتایج ۳ فرمول مختلف را با داده های رودخانه ای مقایسه کرده و نتایج آنها را به صورت نسبت مقادیر محاسبه شده و مقادیر اندازه گیری شده ، بیان کرد و نشان داد که روش ون راین (1984a -c) بهترین نتایج را به دست می دهد بطوریکه ۷۶ درصد مقادیر محاسبه شده بین دو مقدار اندازه گیری شده قرار می گیرد [۵] . در مطالعات بعدی ، مشخص کردن منابع خطا در برآورد انتقال رسوب موضوع اصلی مطالعات بود، کامینن و لارود (Camenen and Larroude' 2003) نشان دادند که فرمولها نسبت به کوچکترین تغییرات در اندازه ذرات رسوب حساس هستند و خطاهای کوچک در این خصوصیات روی نتایج نهایی تاثیر زیادی می گذارد [۵]. ارزیابی و برآورد انتقال رسوبات در کاربرد های مهندسی از عواملی نظیر نادرستی داده های اولیه نیز متاثر است .

ارزیابی روش ها

فرمولهای تجربی ، انتقال رسوبات را به صورت تابعی از خصوصیات فیزیکی بیان می کنند که این ارتباط را می توان با رابطه

$$q = q(\theta_1, \dots, \theta_n) \quad (1)$$

نشان داد . در این رابطه θ_n ها خصوصیات فیزیکی رسوبات و سیال موجود در آن حالت می باشد .

^۱ - دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های آبی - دانشگاه شهید چمران اهواز

^۲ - استاد دانشگاه شهید چمران اهواز

به منظور بیان کمی تاثیر خطاهای خصوصیات فیزیکی روی انتقال رسوبات، هر کدام از این خصوصیات بعنوان یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می شود و توسط یک توزیع آماری توصیف می شود. این اطلاعات در معادله (۱) برای تعیین آمار q و در نتیجه پیش بینی مقدار انتقال رسوبات استفاده می شود.

برای فرمولهای ساده تر انتقال رسوبات نظیر روش انگلند- هانسن (Engeland – Hansen 1967)، آمار q را می توان بصورت تحلیلی محاسبه کرد [۵]. بدلیل پیچیدگی فرمولهای دیگر نمی توان از روشهای تحلیلی استفاده کرد، در این حالت از روش مونت کارلو استفاده می شود. برای انجام شبیه سازی به روش "مونت کارلو"، مراحل زیربترتیب انجام می شود [۲]:

۱- انتخاب توزیع آماری خصوصیات فیزیکی، ۲- انتخاب فرمول برآورد انتقال رسوبات، ۳- کمی کردن خصوصیات فیزیکی، ۴- تعریف بازه های مناسب و مقادیر معرف برای خصوصیات فیزیکی، ۵- تعیین تعداد محاسبات انتقال جرم رسوبات در هر شبیه سازی "مونت کارلو"، ۶- انتخاب محدوده خطا در تجزیه تحلیلیها.

در این تحقیق از توزیع احتمال یکنواخت برای توصیف خصوصیات فیزیکی ورودی استفاده شده است. هر خصوصیت فیزیکی بصورت یک متغیر تصادفی، معادله ۲ بیان می شود که بوسیله مقدار متوسط (μ) و ضریب تغییراتش (α) و عدد تصادفی $W(0,1)$ بیان می شود:

$$X = \mu[\alpha\sqrt{3}(2W(0,1)-1)+1] \quad (2)$$

شبیه سازی ها با سه فرمول انتقال رسوبات انگلند - هانسن (EH)، بگ (Beg, 1995) [۳]، وو (Wu et al., 2000) [۴] انجام شده است. خصوصیات فیزیکی که برای آنالیز خطاها انتخاب شده اند در جدول ۱ آورده شده اند. برای هر خصوصیت فیزیکی یک محدوده واقعی از مقادیر و یک مقدار معرف تعریف می شود (جدول ۱).

جدول ۱: محدوده مقادیر و اندازه معرف خصوصیات فیزیکی

اندازه معرف	محدوده مقادیر	کمیت فیزیکی
-	0.5 ; 1.0 ; 2.0 ; 5.0 ; 10.0 ; 20.0	$d(m)$
1.0	0.2 ; 0.5 ; 1.0 ; 2.0	$u(m/s)$
0.6	0.2 ; 0.4 ; 0.6 ; 0.8 ; 1.0	$d_{50}(mm)$
0.02	0.015 ; 0.017 ; 0.02 ; 0.022	$n(s/m^{1/3})$

برای متغیرهای u ، d ، n ، α بین ۰،۱ و ۰،۲ تغییر می کند. برای متغیرهای u و d ، α بر اساس خطاهای معمول در اندازه گیری این پارامترها تعیین می شود. برای مثال وقتی که نتایج مدل با داده های موجود مقایسه شود خطای در حدود ۲۰ درصد ($\alpha = 0.2$) در اندازه گیریهای سرعت معمول می باشد (Fortunato et al., 2002) [۵].

در سری دوم آزمایشها آنالیز خطای مشابهی فقط برای انتقال بار کف انجام می شود. این آزمایش برای فرمول وو (Wu et al., 2000) انجام شده است. در این مرحله هم تاثیر هر کمیت فیزیکی به صورت مجزا بررسی شده است.

بدلیل اینکه اغلب فرمولهای انتقال رسوبات، غیر خطی هستند، خطاهای ناشی از خصوصیات فیزیکی مختلف را نمی توان به آسانی جمع کرد. بنابراین در سری سوم آزمایشها، به خصوصیات فیزیکی اجازه داده می شود تا بطور همزمان تغییر کنند تا بتوان اثر ترکیبی خطاها را آنالیز کرد. برای همه فرمولهای برآورد انتقال رسوبات نتایج متوسط انتقال جرم برای تعداد محاسبات در حدود ۱۰،۰۰۰ همگرا می شود. بنا براین در همه شبیه سازی ها تعداد محاسبات لازم (N) در حدود ۱۰،۰۰۰ می باشد [۵].

برای آنالیز نتایج، ۴ کمیت خروجی ارزیابی شده است:

۱- میزان انتقال رسوبات بر اساس مقادیر متوسط خصوصیات فیزیکی: $q_{mp} = q(\bar{u}, \bar{d}, \bar{d}_{50}, \bar{\sigma}_d, \bar{n})$ ، ۲- میزان انتقال جرم بدست آمده از هر محاسبه جرم انتقال: $q_i = q(u_i, d_i, d_{50i}, \sigma_{di}, n_i)$; $i = 1, N$ ، ۳- مقدار متوسط انتقال جرم رسوبات $q_m = \bar{q}_i$ و ۴- انحراف از معیار انتقال جرم رسوبات σ_d ، [۵].

آنالیز خطا با استفاده از نسبت انحراف از معیار انتقال جرم رسوبات و مقادیر متوسط خصوصیات فیزیکی: $r = \sigma_q / q_{mp}$ و ضریب چولگی (s)

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N (q_i - q_m)^3}{(N-1)\sigma_q^3} \quad (3)$$

، صورت می گیرد. مقادیر r کمتر از ۱ ($r < 1$) قابل قبول می باشند.

بررسی دقت روش مونت کارلو

به منظور نشان دادن صحت روش مونت کارلو در اینجا معادله انگلند - هانسن با روش تحلیلی و روش مونت کارلو مقایسه شده است. رابطه انگلند - هانسن (EH) برای محاسبه بار کل رسوب به صورت معادله زیر می باشد [۱] و [۵]:

$$Q = mU^5 \quad (3)$$

که در آن

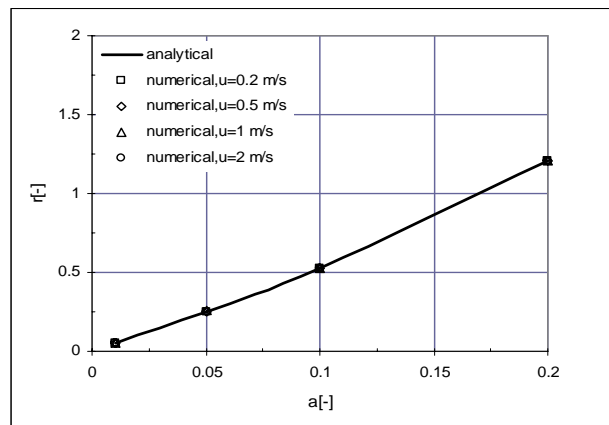
$$m = 0.05(s_d - 1)^{-2} g^{-0.5} d_{50}^{-1} C^{-3} \quad (4)$$

وسایر متغیرها عبارتند از: Q کل انتقال جرم رسوبات، U سرعت جریان، $s_d = \rho_s / \rho$ چگالی نسبی ذرات رسوب، g شتاب گرانش، d_{50} قطر میانه ذرات رسوبی و C ضریب سزی است. پس از انجام محاسبات لازم رابطه زیر برای ارزیابی تحلیلی به دست می آید [۵]:

$$r = \frac{2}{b^2 - a^2} \left[\frac{(b^{11} - a^{11})(b - a)}{11} - \frac{(b^6 - a^6)^2}{36} \right] \frac{1}{2} \quad (5)$$

رابطه (۵) نشان می دهد که درحساسیت سنجی فرمول انگلند - هانسن نسبت به سرعت با روش تحلیلی، r به U و m بستگی ندارد، بنابراین با توجه به معادله (۴)، r مستقل از خصوصیات فیزیکی دیگر (S_d, d_{50}, C) است.

شکل ۱ مقایسه بین نتایج تحلیلی و عددی فرمول (EH) را نشان می دهد که حاکی از درستی روش شبیه سازی مونت کارلو می باشد. (در همه نمودارها محور افقی ضریب تغییرات α و محور قائم ضریب تغییرات r و با ضریب چولگی S می باشد که هر سه پارامتر بی بعد می باشند.)

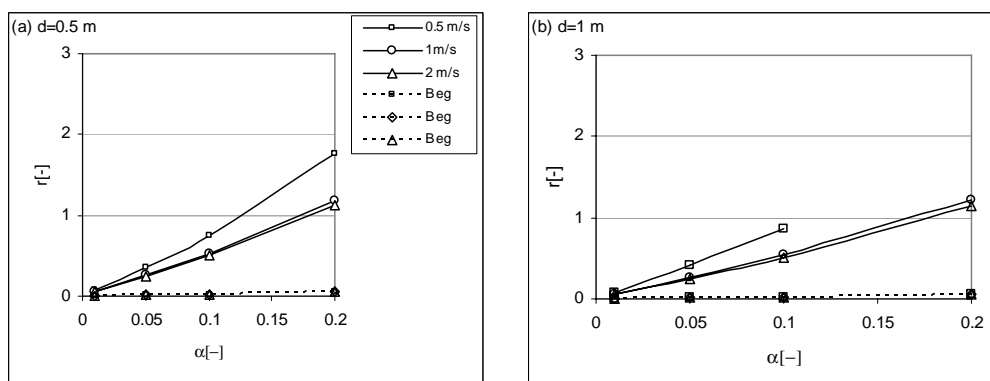


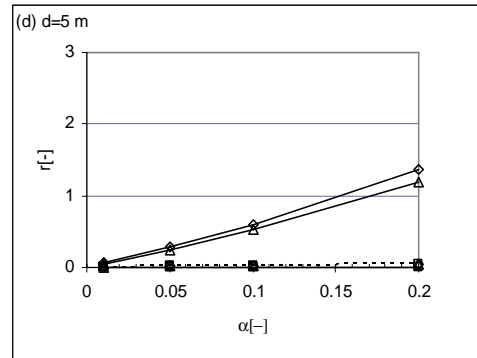
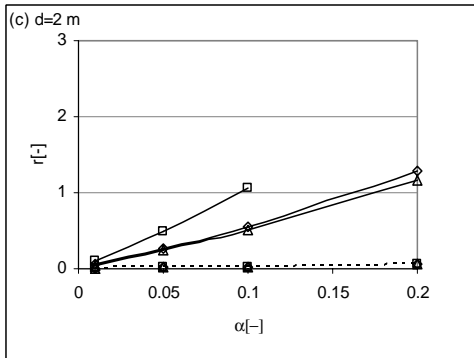
شکل ۱: حساسیت فرمول انگلند - هانسن نسبت به تغییرات سرعت، منحنی و نقاط بترتیب بیان کننده نتایج تحلیلی و عددی می باشند.

روشهای عددی

بررسی انتقال بار کل

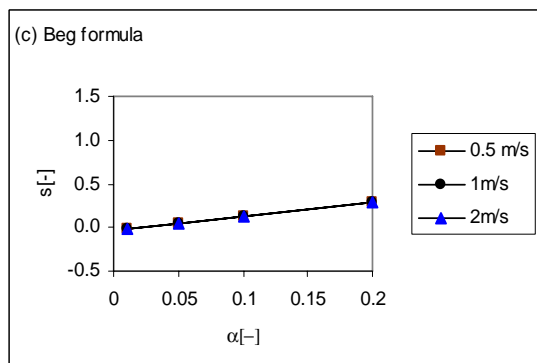
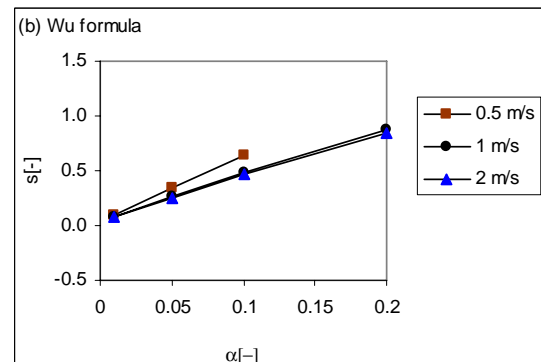
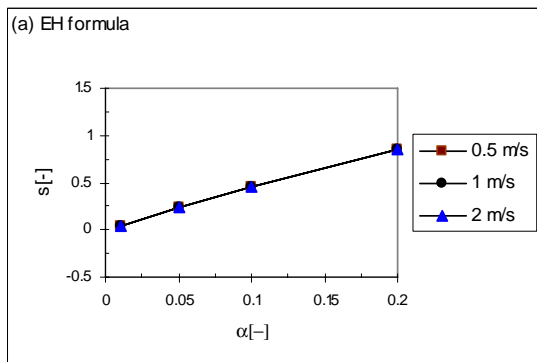
در این سری از شبیه سازی ها، هر خصوصیت فیزیکی به صورت مجزا و منفرد تغییر می کنند، درحالی که سایر خصوصیات در مقادیر معرفشان ثابت نگه داشته می شوند (جدول ۱). به منظور کاهش تعداد شکلها، نتایج منتخب نشان داده شده است.





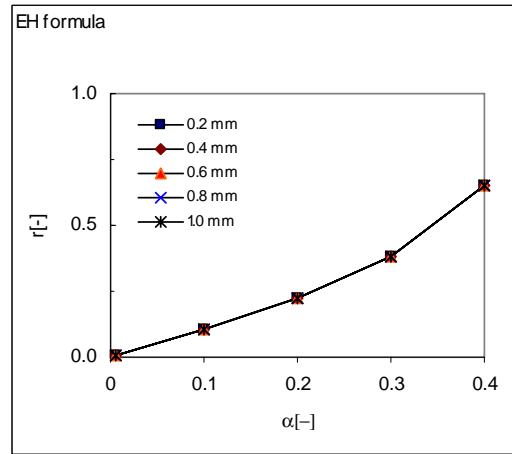
شکل ۲: حساسیت دو فرمول بگ (*Beg*) و وو (*Wu*) نسبت به تغییرات سرعت. تمام نمودارهای خط پیوسته مربوط به فرمول وو و نمودارهای خط چین مربوط به فرمول بگ می باشند. $(a): d = 0.5m$ ، $(b): d = 1.0m$ ، $(c): d = 2.0m$ ، $(d): d = 5.0m$ ، نقاط نشان دهنده سرعت توسط در شبیه سازی هستند. نمودارهای a و b از شکل ۲ در صفحه قبل است.

در فرمول وو برای $d \geq 1m$ به ازای $u = 0.5m/s$ و $\alpha = 0.2$ مقادیر r غیر قابل قبول و برای $d \geq 5m$ و $u = 0.5m/s$ به ازای تمام مقادیر α مقادیر r غیر قابل قبول است. با توجه به شکل بالا مشخص است که حساسیت فرمول وو به خطاهای موجود در اندازه گیری های سرعت بسیار بیشتر از حساسیت فرمول بگ است. در فرمول بگ به ازای تمام مقادیر سرعت و عمقهای مختلف جریان، مقدار r قابل قبول (کمتر از ۱) است، بنابراین این فرمول نسبت به خطاهای موجود در اندازه گیری سرعت حساسیت کمتری دارد.



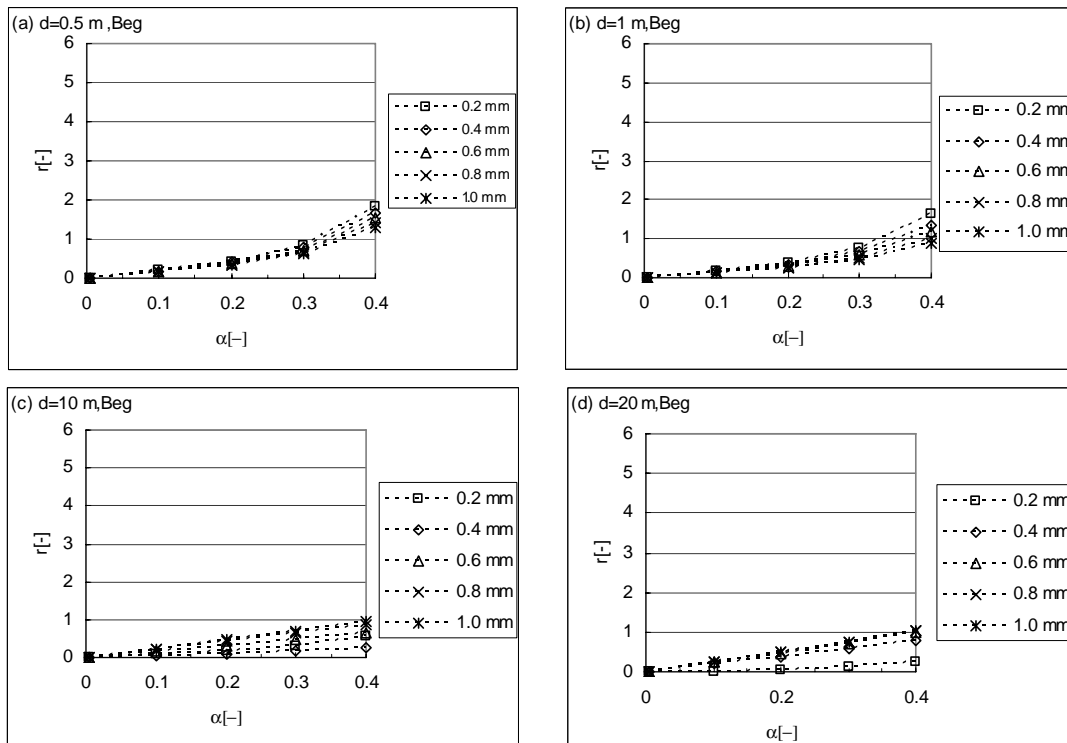
شکل ۳: مقادیر ضریب چولگی برای تغییرات سرعت و عمق $d = 1m$. (a) فرمول انگلند - هانسن، (b) فرمول وو، (c) فرمول بگ، نقاط نشان دهنده مقادیر سرعت متوسط مورد استفاده در شبیه سازی ها هستند.

در همه شبیه سازی ها ضریب چولگی مثبت بدست آمد (شکل ۳)، بجز در سه مورد از فرمول بگ $(\bar{u}, d) = (0.5, 1), (1, 1), (2, 1); \alpha = 0.01$ این نتایج نشان می دهد که استفاده از مقادیر دست بالای سرعت ، نسبت به مقادیر دست پایین سرعت ، موجب خطا های بزرگتری در تخمین جریان رسوبات می شود. برای فرمول انگلند - هانسن ، در همه موارد شبیه سازی مقادیر r قابل قبول بود (شکل ۴).



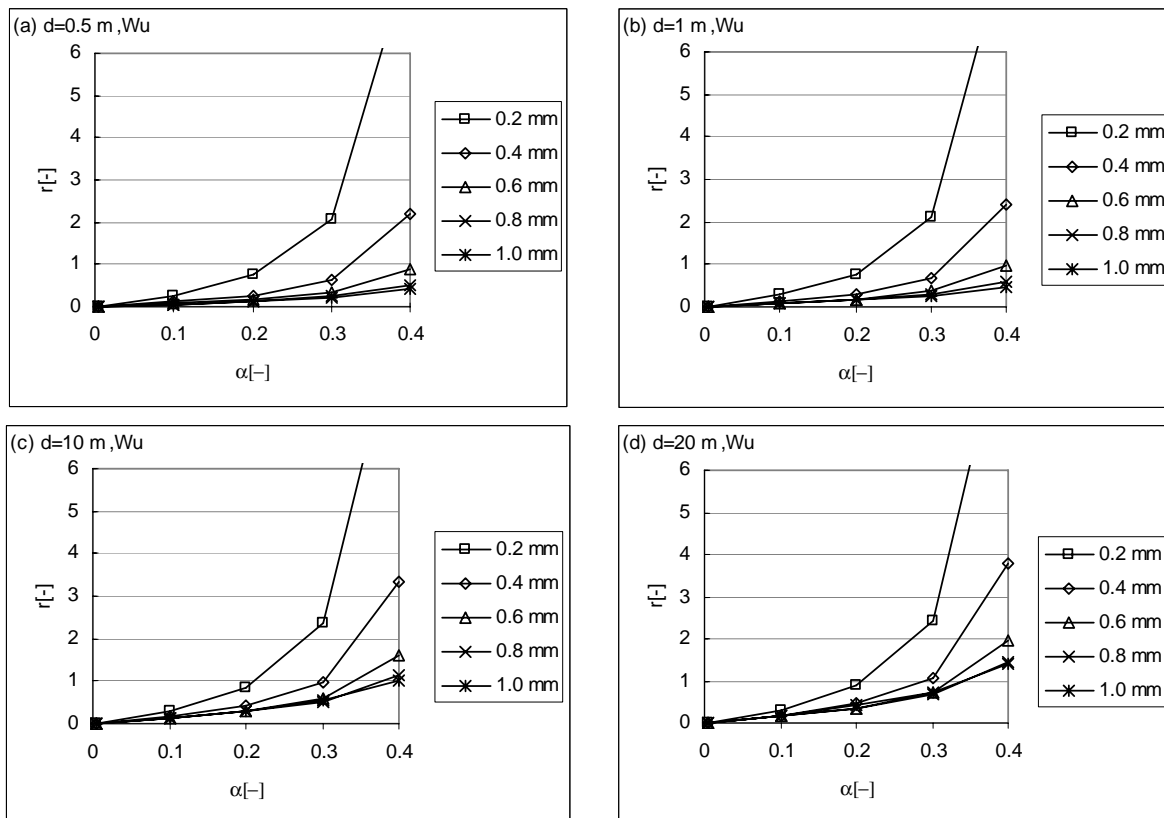
شکل ۴ : حساسیت فرمول انگلند - هانسن نسبت به تغییرات اندازه ذرات رسوب . نقاط نشان دهنده اندازه متوسط ذرات در شبیه سازی هستند .

نتایج حاصل از شبیه سازی فرمولهای بگ و وو برای وضوح بیشتر نتایج به صورت مجزا بترتیب در شکل های ۵ و ۶ رسم شده است .



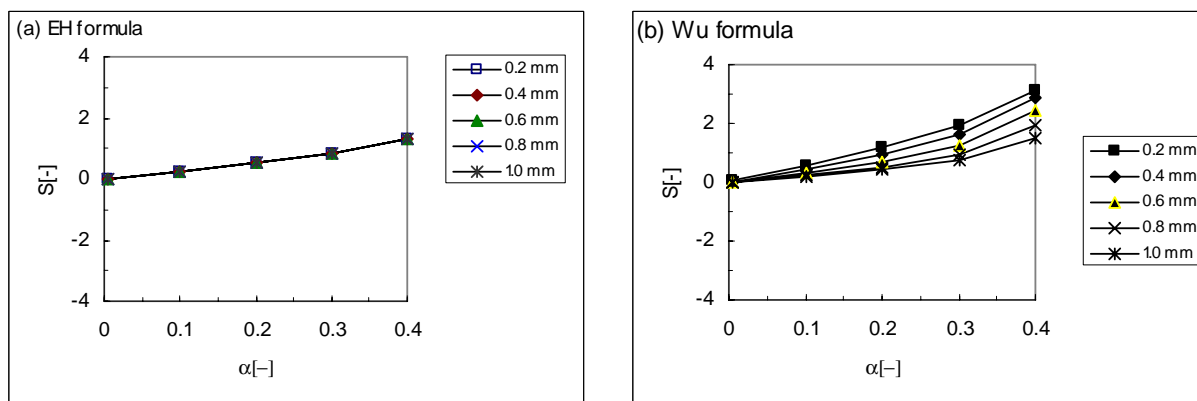
شکل ۵ : حساسیت فرمول بگ نسبت به تغییرات اندازه ذرات رسوب . $(d) d = 20m, (c) d = 10m, (b) d = 1m, (a) d = 0.5m$. نقاط نشان دهنده اندازه متوسط ذرات رسوب هستند که در شبیه سازی ها مورد استفاده قرار می گیرند .

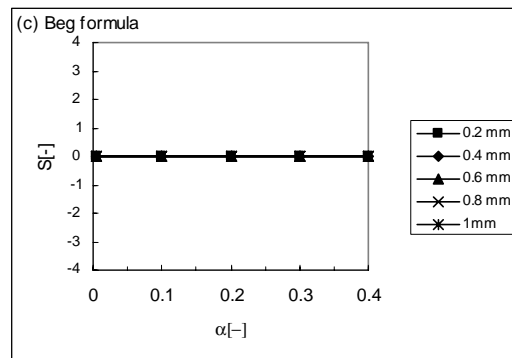
روند کلی مشاهده شده در فرمول بگ به این صورت است که برای هر اندازه معین ذرات ، با افزایش عمق جریان حساسیت نسبت به خطاهای اندازه ذرات کاهش می یابد .



شکل ۶: حساسیت فرمول وو نسبت به تغییرات اندازه ذرات رسوب . $(d) d = 20m, (c) d = 10m, (b) d = 1m, (a) d = 0.5m$. نقاط نشان دهنده اندازه متوسط ذرات رسوب هستند که در شبیه سازی ها مورد استفاده قرار می گیرند .

در فرمول وو حساسیت نسبت به خطاهای موجود در اندازه ذرات با افزایش اندازه ذرات کاهش می یابد (مستقل از عمق جریان). روند مشاهده شده دیگر این است که با افزایش عمق (برای هر اندازه مشخص) ، حساسیت این فرمول نسبت به خطاهای موجود در اندازه رسوبات افزایش می یابد . بنابراین براساس این نتایج، فرمول وو نسبت به فرمولهای انگلند- هانسن و بگ به اندازه ذرات حساسیت بیشتری دارد .



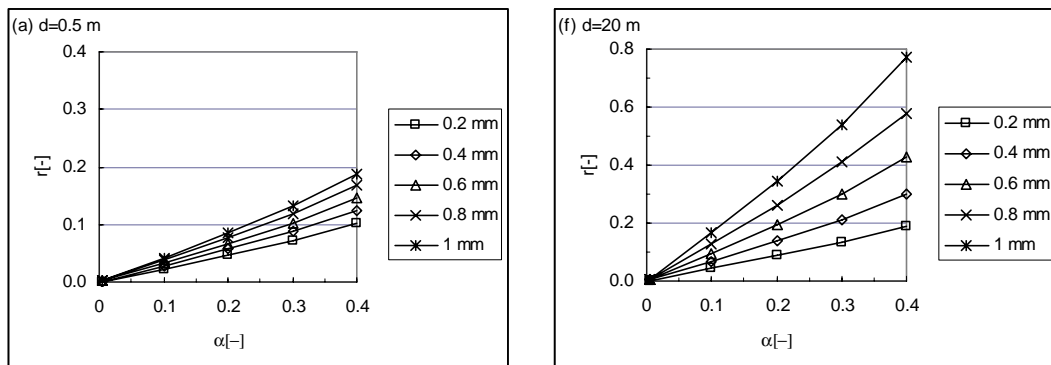


شکل ۷: مقادیر ضریب چولگی برای اندازه میانه ذرات در $d = 0.5 m$. (a): فرمول انگلند - هانسن، (b): فرمول وو، (c): فرمول بگ نقاط اندازه میانه ذرات رسوب را که در شبیه سازی ها استفاده شده را نشان می دهند. نمودارهای a و b از شکل ۷ در صفحه قبل است.

برای فرمولهای انگلند - هانسن و وو (شکل ۷ - a, b) در تمام مراحل شبیه سازی ، مقادیر ضریب چولگی مثبت بود .بنابراین استفاده از مقادیر دست بالای d_{50} نسبت به مقادیر دست پایین d_{50} موجب خطای زیاد در تخمین جریان رسوبات می شود .
 اثر خطای اندازه گیری عمق در برآورد انتقال رسوبات نیز بررسی شده است . در کل برای عمق های مورد بررسی ، مقادیر r کوچک (کمتر از ۰.۸) بدست آمد ، برای فرمول انگلند - هانسن ، همه مقادیر r زیر ۰.۱۵ هستند (نشان داده نشده) .
 بنابراین دقیق نبودن مقادیر عمق جریان تاثیر زیادی در برآورد انتقال رسوبات ندارد ، بجز در عمق های زیاد ، در نزدیکی آستانه حرکت رسوبات بطوریکه در سرعت کوچکتر و عمق های بزرگ (۱۰ و ۲۰ متر) احتمالاً "چون ذرات رسوب به آستانه حرکت نمی رسند، فرمول وو مقادیر نادرستی برای انتقال رسوبات بدست می دهد (بررسی در محدوده قابل قبول r) . برای تغییرات ضریب مانینگ (n) ، برای تمام عمق ها و برای تمام فرمول ها ، مقادیر r قابل قبول است(نشان داده نشده) . در بخش قبل انتقال بار کل بررسی شد که برای کاهش تعداد شکلها نمودارهای مربوط به آنالیز حساسیت سرعت و اندازه میانه ذرات رسوب نشان داده نمی شود .نتایج به صورت زیر است :
 برای سرعت جریان ، تغییرات بزرگ در تخمین انتقال رسوبات که بوسیله شیب منحنی ها مشخص است ، برای فرمول بگ در سرعت های پایین و عمق زیاد رخ می دهد، برای اندازه میانه ذرات رسوب و $d \geq 10 m$ تغییرات بزرگ در تخمین انتقال رسوبات برای فرمول بگ با رسوبات ریز رخ می دهد. بنابراین فرمول بگ نسبت به فرمولهای دیگر به سرعت جریان و اندازه میانه ذرات رسوب حساسیت بیشتری دارد.

انتقال بار رسوبی کف

در سری دوم آزمایشها ، جریان انتقال رسوبات تنها برای انتقال بار کف و با استفاده از فرمول وو محاسبه شده است. در این سری از آزمایشها نیز هر خصوصیت فیزیکی بثنهایی (سایر خصوصیات در مقادیر معرف ثابت فرض می شوند) تغییر می کند . برای تمام حالات شبیه سازی شده ، r برای مقادیر بزرگ \bar{u} ، کاهش می یابد . در کل نتایج بدست آمده در سری اول شبیه سازی ها (انتقال بار کل) برای سرعت ، برای انتقال بار کف هم معتبر هستند . برای تغییرات d_{50} ، مقادیر r در تمام حالات شبیه سازی قابل قبول بود (شکل ۸) .



شکل ۸: حساسیت فرمول وو در محاسبه انتقال بار کف ، نسبت به تغییرات اندازه میانه ذرات . (a) $d = 0.5 m$ ، (f) $d = 20 m$ ، نقاط بیان کننده اندازه متوسط ذرات رسوب استفاده شده در شبیه سازی ها هستند .

بنابراین نامعینی های بزرگ مشاهده شده در شبیه سازی بار کل رسوب (شکل ۶) در شبیه سازی انتقال بار کف مشاهده نمی شود . در شبیه سازی های مختلف ، انحراف از معیار توزیع اندازه ذرات رسوب ، عمق و ضریب مانینگ نشان دهنده مقادیر قابل قبول r برای انتقال بار کف می باشند. این نتیجه نشان می دهد که مقدار رسوبات کف چندان تحت تاثیر مقادیر غیردقیق سه خصوصیت مذکور نیست .

تغییر همزمان خصوصیات فیزیکی

در بررسی تغییرات همزمان خصوصیات فیزیکی ، نتایج زیر به دست می آید :

خطاهای موجود در خصوصیات فیزیکی که در کاربردهای مهندسی معمول هستند در عمق های جریان کم ، نسبت به محدودیت خود فرمولها ، تاثیر بیشتری در برآورد انتقال رسوبات دارند، اما در عمق های بزرگ محدودیت خود فرمولها هم مهم است بگونه ای که استفاده از فرمول وو برای محاسبه انتقال رسوبات در عمقهای بزرگ و سرعت های کم مقادیر منفی بدست می دهد . نتایج این تحقیق نشان می دهد که فرمول وو به خصوصیات فیزیکی پایه ، حساسیت بیشتری دارد .

بنابراین تغییر همزمان چند خصوصیت فیزیکی نشان می دهد که برای مقادیر α (نسبت انحراف از معیار و میانگین) بالای ۱۰-۱۵ درصد، خصوصیات فیزیکی ورودی نسبت به محدودیت خود فرمولها ، تاثیر بیشتری در عدم صحت انتقال رسوبات دارد .

به منظور کاهش تعداد شکلها از آوردن نمودارها خودداری شده است.

نتیجه گیری

در این تحقیق نقاط ضعف و قوت ومحدودیتهای سه فرمول تجربی برآورد انتقال رسوبات (انگلند-هانسن وو و بگ) بررسی شد. همچنین تاثیر خطاهای ناشی از خصوصیات فیزیکی مورد استفاده در فرمولها در برآورد انتقال رسوبات بصورت کمی تعیین و مشخص گردید که کدام خصوصیات ، خطاهای نهایی را کنترل می کنند . در سری آزمایشهایی که فقط یک خصوصیت فیزیکی متغییر بود ، نتایج زیر بدست می آید:

- ۱- در تعیین بار کل رسوبات خصوصیات فیزیکی کلیدی که خطاهای برآورد انتقال رسوبات را کنترل می کنند ، عبارتند از سرعت جریان و اندازه میانه ذرات رسوب .
- ۲- در تعیین بار رسوبی کف ، عامل تاثیرگذار، سرعت جریان می باشد .
- ۳- در شبیه سازی هیدرودینامیکی ، واسنجی باید برای خطای کمتر از ۱۰ درصد سرعت انجام شود. همچنین استفاده از مقادیر دست پایین نسبت به مقادیر دست بالای سرعت نتایج بهتری را در پی دارد .
- ۴- برای شرایطی با سرعت های کم وعمق های بزرگ ، مقادیر غیر قابل قبول r ، برای فرمول وو (Wu) بدست می آید که نشان می دهد انتقال رسوب به مقدار سرعت در آستانه حرکت رسوبات بسیار حساس می باشد .
- ۵- برای دستیابی به مقادیر صحیح جریان رسوبات در سرعت های کم ، مقدار سرعت باید با دقت زیادی تعیین شود .
- ۶- برای مقادیر بزرگ انتقال رسوبات (سرعت های بالا و عمق های کم) مقادیر بزرگ پارامتر r در فرمول وو (Wu) حاصل شد که این نتیجه نشان می دهد برای این محدوده سرعت (سرعت های بالا) فرمول وو (Wu) نسبت به فرمول بگ حساسیت بیشتری دارد .
- ۷- بررسی تغییرات نشان می دهد که فرمولهای انگلند-هانسن و بگ نسبت به فرمول وو حساسیت کمتری به اندازه ذرات دارند .
- ۸- در صورتی که مقدار d_{50} بطور دقیق مشخص نباشد ، استفاده از مقادیر دست پایین نسبت به مقادیر دست بالای آن ارجح است.

منابع

۱. شفاعی بجستان، م.، «هیدرولیک رسوب» ، چاپ سوم، دانشگاه شهید چمران اهواز ، ۱۳۸۴ .
۲. مهری ، ب.، ونخعی ،ر.، «محاسبات عددی» ، چاپ سوم ، دانشگاه صنعتی شریف ، ۱۳۸۲ .
۳. ترابی پوده ، ح.، «پایان نامه کارشناسی ارشد-ارزیابی معادلات برآورد رسوب در تعدادی از رودخانه های خوزستان » ، دانشگاه شهید چمران اهواز ، ۱۳۷۸ .
4. NATIONAL CENTER FOR COMPUTATIONAL HYDROSCIENCE AND ENGINEERING ,CCHEID Version 3.0 – Technical Manual , January 2002 .
5. Pinto , L. , Fortunato ,A.B. , Freire , P. (2006) Sensitivity analysis of non- cohesive sediment transport formulae.Continental Shelf Research 26 , 1826-1839 .