تعیین مناسب ترین شکل دیواربرشی در سازه‌های قاب- دیوار متقارن جهت کاهش تغییرشکل‌های سازه‌های بلند

حامد صفاری، رضا رهگذر، یوسف شیری

۱- دانشیار بخش مهندسی عمران دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- استادیار بخش مهندسی عمران دانشگاه شهید باهنر کرمان

۳- کارشناسی ارشد سازه دانشگاه شهید باهنر کرمان

hsaffari 35@ yahoo.com

rahgozar@mail.uk.ac.ir

shiriyousef@yahoo.com

خلاصه

از اهداف مهم در انتخاب فرم سازه‌ای ساختمانهای بلند، ایجاد سختی مناسب در مقابل بارهای جانبی می باشد. بدیهی است هدف فوق باید تا حد امکان به صورت ارزان و اقتصادی برآورده شود. یکی از فرم‌های سازه‌ای مناسب، سیستم قاب- دیوار می باشد. هنگامی که یک سازه قاب- دیوار تحت اثر بار جانبی قرار گیرد، شکل متفاوت تغییرمکان آزاد قابها و دیوارها، موجب اندرکنش افقی بین آنها، از طریق تاوه‌های کف می‌شود، لذا توزیع بار در ارتفاع هر یک از سیستم‌های قاب و دیوار به طور مجزا، می‌تواند بسیار متفاوت از توزیع بار مجموعه سیستم باشد. اندرکنش افقی بین قاب و دیوار باعث افزایش سختی جانبی سازه و تقلیل لنگر دیوارها می‌گردد. از سوی دیگر از آنجاکه عملکرد دیوار برشی همانند یک تیر کنسول خمشی و عملکرد قاب همانند یک تیر کنسول برشی می باشد و تغییر شکل‌های انتهای آزاد تیر کنسول خمشی (دیوار) با افزایش ارتفاع بسیار زیاد می شود، بنابراین ثابت بودن سختی خمشی دیوار می‌تواند باعث افزایش تغییرمکانها در تراز بالای سازه گردد. در این مقاله با در نظر گرفتن سختی خمشی دیوار به صورت تابعی از ارتفاع دیوار، معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان سازه تحت بار گسترده یکنواخت خارجی تشکیل و سپس روشی جهت کمینه کردن بیشترین تغییرمکان در بالاترین تراز سازه معرفی شده است.

کلید واژه: قاب- دیوار، اندرکنش، سختی خمشی، حساب تغییرات، تغییرمکان

مقدمه

از اهداف مهم و اصولی در انتخاب فرم سازه‌ای، علاوه بر قابلیت تحمل بارهای قائم و جانبی، توانایی کنترل تغییرشکلهای ناشی از نیروهای جانبی می باشد. بدیهی است که در برآوردن اهداف فوق، هزینه‌ها باید به حداقل کاهش یابند. در این مقاله سازه‌های قاب- دیوار دو بعدی با تکیه‌گاههای گیردار مورد توجه قرارگرفته است. رفتار سازه های قاب- دیوار به میزان اندرکنش بین قاب و دیوار بستگی دارد، که این موضوع متاثر از سختیهای نسبی دیوارها و قابها است. در گذشته، فرض تحمل تمامی بارهای جانبی، توسط دیوارهای برشی یا هسته ها، در طراحی متداول بود. در این فرض، قابها فقط برای تحمل بارهای وزنی در نظرگرفته می شدند. گرچه این فرض، در آنالیز ساختمانهای با ارتفاع کم و قابهای با اتصالات لولائی، باعث خطای قابل توجهی نمی گردد، ولی ممکن است در بسیاری از سازه‌ها که دارای قابهای سخت و طبقات بیشترند، خطای قابل ملاحظه‌ای ایجاد نمایند.. یکی از روش‌های تقریبی برای بررسی اندرکنش قاب- دیوار استفاده از یک مدل پیوسته شامل یک طره خمشی معرف دیوارها، یک طره برشی معرف قابها و یک محیط پیوسته اتصالی سخت برای معرفی تاوه‌ها و شاه‌تیرها، می باشد[۱، ۳، ۶و ۸]. معادله دیفرانسیل تغییرمکانها با فرض ثابت بودن مشخصات دیوار و اعضای قاب در مرجع [۳ و ۸] ارائه شده است. از آنجایی که تغییرشکلهای انتهای آزاد طره (تیر کنسول) با افزایش ارتفاع بسیار زیاد می شود، ثابت بودن سختی خمشی دیوار می تواند باعث افزایش تغییرمکانها در تراز بالای سازه گردد. لذا در این مقاله ابتدا با درنظرگرفتن سختی خمشی دیوار به صورت تابعی از ارتفاع دیوار، معادله دیفرانسیل حاکم برتغییرمکان سازه تحت بار گسترده یکنواخت خارجی بدست آمده است. سپس با بهره‌گیری از روش حساب تغییرات [۷ و ۹]، نحوه محاسبه تابع سختی خمشی دیوار بگونه‌ای که تغییرمکان بالاترین تراز سازه حداقل گردد، ارائه شده است. به این ترتیب حل مسئله، منجر به یک مسئله حساب تغییراتی با دو قید انتگرالی و قید موضعی دیفرانسیلی باهم گردیده است.

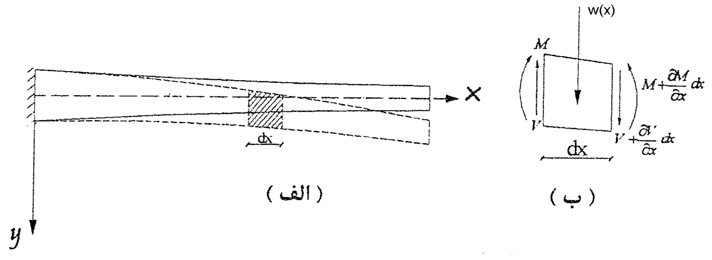
تعیین معادله دیفرانسیل حاکم برتغییرمکان تیرهای با مقطع متغییر

حل دقیق تیرها با سختی متغییر در حالت کلی پیچیده تر از معادلات معمولی حاکم برسیستمهای گسسته است. به علت همین پیچیدگی، تحلیل سازه، به عنوان یک سیستم پیوسته با خواص گسترده در عمل محدود می باشد. مع هذا در موارد خاصی، تحلیل سیستمهای پیوسته به آسانی انجام می شود و پایه ارزیابی دقت مدلهای گسسته را فراهم می آورد [۱۰]. در این بخش نخست معادله حاکم بر تغییرشکلهای خمشی تیر و معادله حاکم بر

تغییرشکلهای برشی تیر بطور مجزا معرفی و سپس معادله حاکم بر سیستم ترکیبی ارائه می گردد. و از آن برای معادل سازی رفتار قاب- دیوار که یک سیستم گسسته است، در یک سازه بلند استفاده می شود..

تعیین معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان تیرخمشی با مقطع متغییر

اگر جهت بدست آوردن معادله تغییرمکان یک تیر، تنها تغییرشکلهای خمشی در نظر گرفته شود، آن تیر، یک تیر خمشی نامیده می شود. بدین منظور یک تیر با سطح مقطع متغییر با سختی خمشی $K_b(X)$ در شکل(۱- الف) نشان داده شده است.



شکل۱- جزئیات تغییرشکل تیر با مقطع متغییر تحت بارگذاری استاتیکی

با نوشتن تعادل نیروها در جهت y برای المانی از تیر، شکل (۱- ب) رابطه زیر حاصل می گردد.

$$\frac{\partial V}{\partial X} = -W(X) \tag{۱}$$

بطوریکه در رابطه اخیر V برش در مقطعی به فاصله X و W شدت بار جانبی در آن مقطع است. با توجه به نظریه خمش ساده تیرها رابطه بین ممان و تغییرشکل جانبی بصورت زیر نوشته می شود:

$$M = -K_b(X)\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \tag{۲}$$

همچنین:

$$V = \frac{\partial M}{\partial X} \tag{۳}$$

که در روابط بالا M لنگرخمشی در مقطع و Y تغییرشکل جانبی تیر خمشی می باشند، و با توجه به روابط (۲) و (۳) $\frac{\partial V}{\partial X}$ برابر خواهد بود با:

$$\frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(-K_b(X)\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2}\right) \tag{۴}$$

از ترکیب روابط (۱) و (۴) رابطه زیر حاصل می گردد.

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(K_b(X)\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2}\right) = W(X) \tag{۵}$$

رابطه (۵)، معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان خمشی یک تیر با مقطع متغییر تحت اثر بارگذاری تدریجی (استاتیکی) بدون در نظرگرفتن اثرات نیروهای برشی و محوری می باشد.

تعیین معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان تیر برشی با مقطع متغییر

اگر جهت بدست آوردن معادله تغییرمکان یک تیر، تنها تغییرشکلهای برشی در نظر گرفته شود، آن تیر، یک تیر برشی نامیده می شود. بدین منظور اگر در شکل (۱) تیر با سختی برشی $K_s(X)$ در نظرگرفته شود.

$$V = K_s(X)\frac{\partial Y}{\partial X} \tag{۶}$$

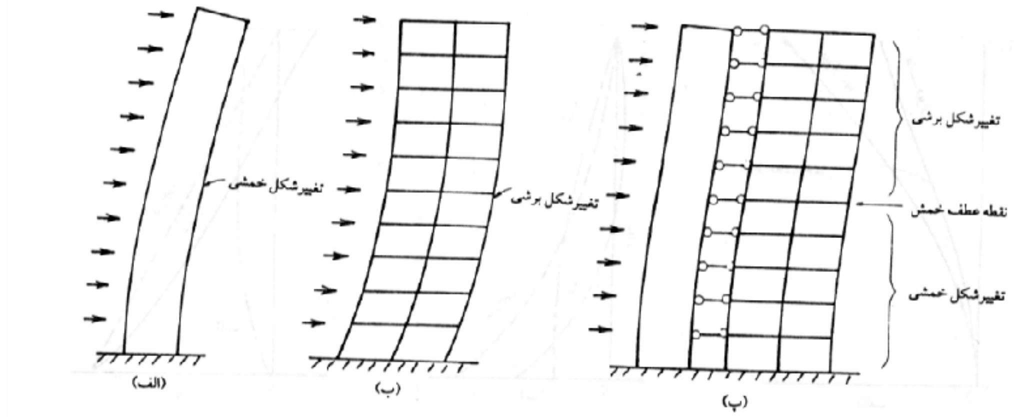
در رابطه اخیر Y تغییرشکل جانبی تیر برشی می باشد، و از ترکیب روابط (۱) و (۶) رابطه زیر نتیجه می شود.

$$-\frac{\partial}{\partial X}(K_s(X)\frac{\partial Y}{\partial X})=W(X) \qquad (۷)$$

رابطه (۷) معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان یک تیر با مقطع متغییر تحت اثر بارگذاری استاتیکی می باشد، که در آن فقط تغیرشکلهای برشی در نظر گرفته شده است.

رفتار سازه قاب- دیوار

برای روشن تر شدن اندرکنش بین قاب و دیوار در یک سازه قاب- دیوار، تغییرمکانهای مجزای قاب و دیوار تحت اثر بار جانبی در شکلهای (۲- الف) و (۲- ب) نشان داده شده اند. هنگامی که قاب و دیوار توسط اعضای اتصالی با انتهای مفصلی به یکدیگر وصل شوند و تحت اثر بار افقی قرار گیرند، تغییرمکان قسمت پایین سازه به صورت خمشی و تغییرمکان بالای آن به صورت برشی خواهد بود (شکل۲- پ). نیروهای محوری اعضای اتصالی باعث می شوند که در نزدیکی پای سازه، دیوار نگهدارنده قاب و در بالای سازه، قاب نگهدارنده دیوار باشد [۲، ۳، ۴، ۵ و۸].



شکل۲- جزئیات تغییرشکل سازه قاب- دیوار تحت اثر بار جانبی [۳ و۸]

معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان قاب- دیوار با در نظرگرفتن اثر اندرکنش قاب و دیوار

قاب - دیوار مسطح شکل (۳- الف) مدلی از یک سازه شامل قابها و دیوارهای در یک صفحه، یا قابها و دیوارهای واقع در صفحات موازی، در سازه‌های فضائی بدون پیچش می باشد. برای آنالیز سازه، یک مدل پیوسته یکنواخت شکل (۳- ب) و اجزای با تغییر مکانهای یکسان معرفی شده است [۱، ۳، ۶ و ۸]. جهت تعیین معادله دیفرانسیل، فرضیات زیر در نظر گرفته می شود:

۱- مشخصات اعضای قاب با ارتفاع تغییر نمی کند ولی مشخصات دیوار تابعی از ارتفاع دیوار در نظر گرفته می شود.

۲- دیوار را می توان با یک طره خمشی که فقط در اثر خمش تغییرشکل می دهد، نشان داد.

۳- قاب را می توان با یک طره برشی پیوسته که فقط در اثر برش تغییرشکل می دهد، نشان داد.

۴- اعضای اتصالی را می توان با یک محیط صلب افقی که فقط نیروهای افقی را انتقال می دهد و موجب تغییرمکان یکسان طره های خمشی و برشی نیز می گردد، نشان داد[۳ و ۸].

اگر در شکل (۳- ج)، بار جانبی وارد بر مجموعه W، ثابت در نظرگرفته شده و $q(X)$ نیروی ردوبدل شده بین قاب و دیوار باشد، آنگاه معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان تیر خمشی (دیوار)، رابطه (۵) بصورت زیر نوشته می شود::

$$\frac{d^2}{dX^2}(K_b(X)\frac{d^2Y}{dX^2})=W-q(X) \qquad (۸)$$

همچنین با نوشتن معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان تیر برشی (قاب)، تحت بارگذاری جانبی $q(X)$ در شکل (۳- پ)، رابطه زیر حاصل می گردد.

$$-\frac{d}{dX}(K_s(X)\frac{dY}{dX})=q(X) \qquad (۹)$$

اگر در رابطه اخیر سختی برشی، یعنی مشخصات قاب ثابت در نظر گرفته شود، $K_s(X)=K_s$. رابطه (۹) بصورت زیر ساده می گردد.

$$-K_s \frac{d^2Y}{dX^2} = q(X) \tag{۱۰}$$

با جمع روابط (۸) و (۱۰) رابطه زیر حاصل می گردد.

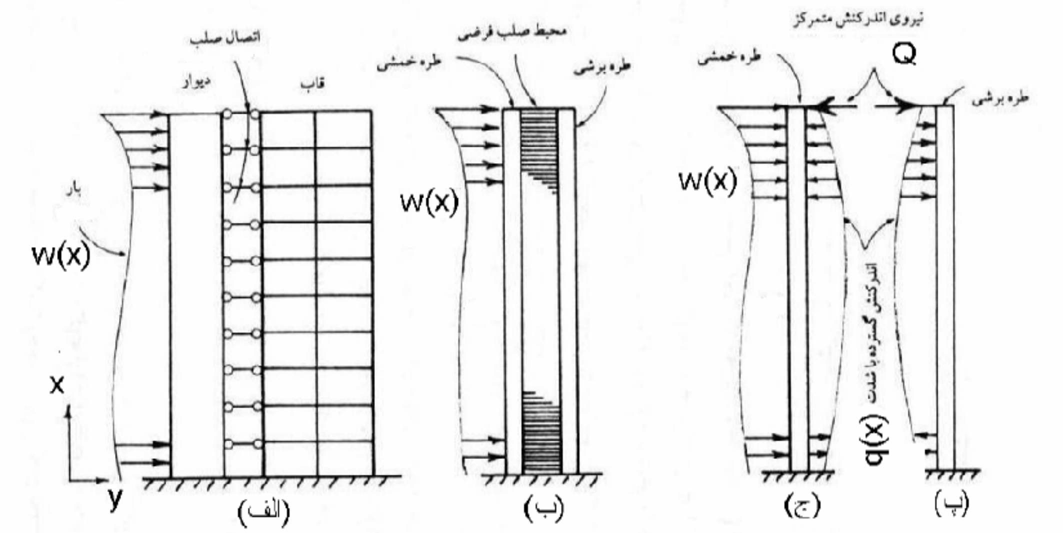
$$\frac{d^2}{dX^2}(K_b(X)\frac{d^2Y}{dX^2}) - K_s \frac{d^2Y}{dX^2} = W \tag{۱۱}$$

رابطه (۱۱) معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان یک سازه قاب- دیوار با در نظرگرفتن اثر اندرکنش بین قاب و دیوار تحت اثر بارگذاری گسترده یکنواخت، می باشد. همچنین:

$$\theta = \frac{dY}{dX} \tag{۱۲}$$

که درآن θ شیب تغییرمکان سازه است، معادله (۱۲) به شکل زیر بازنویسی می شود.

$$\frac{d^2}{dx^2}(K_b(X)\frac{d\theta}{dX}) - K_s \frac{d\theta}{dX} - W = 0 \tag{۱۳}$$



شکل۳- شبیه سازی پیوسته سازه قاب-دیوار و اعمال اثر اندرکنش بین قاب و دیوار

ارائه روشی منطبق برحساب تغییرات جهت تعیین تابع سختی خمشی دیوار

در این بخش راه حلی جهت محاسبه تابع سختی خمشی دیوار $K_b(X)$ در معادله دیفرانسیل حاکم (۱۳) ارائه می شود، بگونه‌ای کـه تغییـرمکـان بالاترین تراز سازه کمینه گردد، که بیان ریاضی این مطلب عبارت خواهد بود از، تعیین $K_b(X)$ بطوریکه تغییرمکان در بالاترین تـراز سـازه، Δ را کمینه نماید.

$$\Delta = \int_0^L \theta(X)dX \tag{۱۴}$$

که در این رابطه L طول و ارتفاع سازه و θ شیب تغییرمکان سازه می باشد.

و ضمنا قیود و شرایط مرزی زیر نیز ارضا شوند:

الف- معادله دیفرانسیل تعادل سیستم

$$\frac{d^2}{dX^2}(K_b(X)\frac{d\theta}{dX}) - K_s \frac{d\theta}{dX} - W = 0 \tag{۱۵}$$

ب- ثابت بودن حجم دیوار برشی (V_0) .

$$\int_0^L A(X)dX = V_0 \tag{۱۶}$$

بطوریکه $A(X)$ سطح مقطع دیوار در مقطع به فاصله X می باشد. و شرایط مرزی عبارتند از:

$$Y(0) = \frac{dY}{dX}(0) = \theta(0) = 0 \tag{۱۷}$$

شرط مرزی اخیر بیانگر گیرداری پای سازه می باشد.

$$K_b(X)\frac{d\theta}{dX}(L) = 0 \tag{۱۸}$$

و این شرط مرزی بیانگر لنگر صفر در بالای طره خمشی است.

$$\frac{d}{dX}(-K_b(X)\frac{d\theta}{dX})(L) + K_s\theta(L) = 0 \tag{۱۹}$$

و شرط مرزی(۱۹) بیانگر برش صفر در بالای سازه می باشد.

مسئله فوق یک مسئله حساب تغییراتی مقید است. بطوریکه هم شامل قید انتگرالی، رابطه (۱۶) و هم قید موضعی دیفرانسیلی، رابطه (۱۵) می باشد. همانگونه که در مقدمه بیان شد در مرجع [۹] مسئله کمینه یا بیشینه یابی (مانا سازی) یک کنشمند با قید انتگرالی و قید عمومی بطور مجزا بیان گردیده است. در این مقاله سعی شده اولا کمینه یا بیشینه یابی کنشمند Δ با قید موضعی دیفرانسیلی بیان شود، ثانیاً نحوه ترکیب دو قید انتگرالی و موضعی ارائه گردیده است. جهت ساده تر شدن مسئله فوق اگر مقطع دیوار به شکل مربع مستطیل و نسبت تغییرات ابعاد مقطع، در ارتفاع ثابت فرض گردد.

$$k_b(X) = EI(X) = E\alpha A^2(X) \tag{۲۰}$$

که در رابطه اخیر E مدول الاستیسیته مصالح دیوار، α یک ضریب ثابت و $I(X)$ ممان اینرسی دیوار در مقطعی به فاصله X می باشد. بنابراین معادله دیفرانسیل حاکم، رابطه (۱۳) به شکل زیر بازنویسی می شود.

$$\frac{d^2}{dX^2}(E\alpha A^2(X)\frac{d\theta}{dX}) - K_s\frac{d\theta}{dX} - W = 0 \tag{۲۱}$$

جهت ساده ترشدن رابطه اخیر، از طرفین انتگرال نامعین نسبت به X گرفته می شود.

$$\frac{d}{dX}(E\alpha A^2(X)\frac{d\theta}{dX}) - K_s\theta - WX = C_1 \tag{۲۲}$$

که در آن C_1 یک عدد ثابت می باشد که با قراردادن شرط مرزی (۱۹) در رابطه (۲۲) معادله دیفرانسیل حاکم بر تغییرمکان سازه به شکل زیر ساده می شود.

$$\frac{d}{dX}(E\alpha A^2(X)\frac{d\theta}{dX}) - K_s\theta + W(L-X) = 0 \tag{۲۳}$$

اگر تابع ϕ بیانگر رابطه دیفرانسیلی (۲۳) بین دو تابع $\theta(X)$ و $A(X)$ باشد.

$$\phi(X,\theta,\theta',\theta'',A,A',A'') = 0 \tag{۲۴}$$

با محاسبه تغییر اول ϕ با روشی شبیه به دیفرانسیل‌گیری یک تابع چند متغییره و مساوی صفر قرار دادن آن، جهت مانا سازی، خواهیم داشت:

$$\delta\phi = (\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\delta\theta + \frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\delta\theta' + \frac{\partial\phi}{\partial\theta''}\delta\theta'' + \frac{\partial\phi}{\partial A}\delta A + \frac{\partial\phi}{\partial A'}\delta A' + \frac{\partial\phi}{\partial A''}\delta A'') = 0 \tag{۲۵}$$

از آنجایی که دو اپراتور تغییر اول δ و مشتق $\left(\frac{d}{dX}\right)$ تعویض شدنی اند، یعنی:

$$\frac{d}{dX}\delta Y = \delta\frac{dY}{dX} \tag{۲۶}$$

پس:

$$\delta\phi=\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta''}\right)\delta\theta+\left(\frac{\partial\phi}{\partial A}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial A'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial A''}\right)\delta A\right]=0 \qquad (۲۷)$$

از طرفی چون، تغییرات توابع $\theta(X)$ و $A(X)$ مستقل از یکدیگر نبوده و به یکدیگر وابسته اند ضریب لاگرانـژ $\lambda_1(X)$ در طـرفین رابطـه (۲۷) ضرب می گردد.

$$\lambda_1(X)\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta''}\right)\delta\theta+\left(\frac{\partial\phi}{\partial A}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial A'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial A''}\right)\delta A\right]=0 \qquad (۲۸)$$

با انتگرال گیری از طرفین رابطه (۲۸) رابطه زیر حاصل می گردد:

$$\delta\phi=\int_0^L\left\{\lambda_1(X)\left[(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta''})\delta\theta+(\frac{\partial\phi}{\partial A}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial A'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial A''})\delta A\right]\right\}dx=0 \qquad (۲۹)$$

از طرفی برای مانا سازی (کمینه یا بیشینه سازی) رابطه (۱۴) معروض به قید انتگرالی (۱۶) به روش ضرایب لاگرانژ کافی است به کمک ضـریب ثابـت λ، عبارت رابطه (۳۰) را تشکیل داده و حاصل بدون هیچ قیدی آزادانه مانا گردد.

$$\Delta'=\int_0^L\left[\theta(X)+\lambda A(X)\right]dX \qquad (۳۰)$$

$$\delta\Delta'=\int_0^L\left\{\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial\theta'}(\theta+\lambda A)\right]\delta\theta+\left[\frac{\partial}{\partial A}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial A'}(\theta+\lambda A)\right]\delta A\right\}dX=0 \qquad (۳۱)$$

حال اگر طرفین روابط (۲۹) و (۳۱) باهم جمع شوند رابطه زیر بدست میآید:

$$\delta(\phi+\Delta')=\int_0^L\left\{\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial\theta'}(\theta+\lambda A)+\lambda_1(X)\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta''}\right)\right]\delta\theta+\left[\frac{\partial}{\partial A}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial A'}(\theta+\lambda A)+\right.\right.$$

$$\left.\left.\lambda_1(X)\left(\frac{\partial\phi}{\partial A}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial A'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial A''}\right)\right]\delta A\right\}dX=0 \qquad (۳۲)$$

بنابر حکم بنیادین حساب تغییرات [۶]، شرط لازم مانایی برابر خواهد بود از:

$$\frac{\partial}{\partial\theta}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial\theta'}(\theta+\lambda A)+\lambda_1\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial\theta''}\right)=0 \qquad (۳۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial A}(\theta+\lambda A)-\frac{d}{dX}\frac{\partial}{\partial A'}(\theta+\lambda A)+\lambda_1\left(\frac{\partial\phi}{\lambda A}+\frac{d}{dX}\frac{\partial\phi}{\partial A'}+\frac{d^2}{dX^2}\frac{\partial\phi}{\partial A''}\right)=0 \qquad (۳۴)$$

بـا حـل همزمـان چهـار رابطــه (۱۵)، (۱۶)، (۳۳) و (۳۴) همـراه بـا شـرایط مـرزی (۱۷) و (۱۸) چهـار مجهـول $A(X)$، $\theta(X)$، $\lambda_1(X)$ و λ قابل دسترسی است. با به دست آوردن $A(X)$، تابع سختی خمشی دیوار $k_b(X)$، در صورتی محاسبه مـی شـود کـه تغییـرمکـان بالاترین تراز سازه به حداقل می‌رسد.

نتیجه گیری

همانطور که ملاحظه گردید، روابطی جهت تعیین تابع سختی خمشی دیوار به صورت یک دستگاه معادلات داده شد. در صورت حل این دستگاه به روش هـای دقیـق و یـا حتـی تقریبـی، تغییـرمکـان جـانبی سـازه در بـالاترین تـراز بـا در نظرگـرفتن اثـر انـدرکنش قـاب و دیـوار، مـی نـیمم می شود، به عبارت دیگر، کمترین تغییرمکان در بالا ترین تراز با ثابت بودن حجم مصالح مصرفی در دیوار حاصل می گردد.

مراجع

1- Weingardt, Richard. “Engineering Legends: Great American Civil Engineers.” 32 Profiles of Inspiration and Achievement, ASCE Press,2005.
2- Taranath, S Bungale. “Wind and Earthquake Resistant Buildings Structural Analysis and Design.” CRC Press, Netlibrary, 2005.

3- Stafford Smith,B. “Tall Building Structures: Analysis and Design.” J.Wiley., Inc , New York, 1991.
4- Nollet, M. –J. and Stafford Smith, B. "An Empirical Approach to the Evalution of the Shear Rigidity of a Wall- Frame With Rigidly Jointed Link Beams." Strucural Engineering Series Report No. 88-5, Department of civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, November 1988.
5- Coull, A. and Khachatoorian, H. "Analysis of Laterally Loadc Wall-Frame Strucures." J. Struct. Engineer., ASCE 110(6). 1984. 1396-1399.
6- Khan, F.R. and Sbarounis, J.A. "Interaction of Shear Walls and Frames." J. Struct. Div., Proc. ASCE 90, ST3, June 1964, 285-335.
7- D.R.Smith , “Variational Methods in optimization” Prentice-Hall , Inc , New jersey , 1974
۸- استفورد اسمیت، برایان، حاجی کاظمی، حسن، مترجم، آنالیز و طراحی سازه های بلند، چاپ دوم، ۱۳۷۹، موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی.
۹- فرشاد، مهدی، ریاضیات عالی و مهندسی، چاپ اول، ۱۳۶۷، موسسه انتشارات بعثت.
۱۰- پاز، ماریو، مقدم، حسن، مترجم، خواجه کرم الدینی، عباس، مترجم، تئوری و روش های محاسبه دینامیک سازه، چاپ اول، ۱۳۷۴، موسسه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله.