

تحلیل پدیده ضربه قوچ در خطوط انتقال آب با استفاده از روش خطوط مشخصه

ضمنی

محمد هادی افشار^۱، مریم روحانی^۲

۱- استادیار دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران*

*m_rohani@CivilEng.iust.ac.ir

خلاصه

در خطوط انتقال آب علاوه بر لوله ادوات مختلف دیگری مانند شیر فشار شکن، شیر یک طرفه، تانک ضربه گیر، پمپ، شیر کنترل کننده جریان و ... نیز وجود دارد. معادلات مربوط به این گونه وسایل نقش شرایط مرزی را برای معادلات لوله ها ایفا می کنند. کاربرد روش خطوط مشخصه صریح (Method Of Characteristics) به منظور شبیه سازی خطوط انتقال آب مستلزم ترکیب معادلات ادوات مربوطه با معادلات لوله ها است. از حل همزمان این معادلات، مقادیر هد و دبی در نقاط مختلف لوله به دست می آید. از آنجا که امکان قرارگیری هر دو عضو در کنار یکدیگر وجود دارد، در صورت استفاده از روش فوق، باید حالات بسیار زیادی را از ترکیب قرارگیری اجزای مذکور در کنار لوله در نظر گرفت و برای هر حالت، معادلات مربوطه را نوشت که این امر بسیار طولانی و زمان بر است. در این مقاله به منظور برطرف کردن این مشکل از روش خطوط مشخصه ضمنی استفاده شده است. به این منظور کلیه اجزای خطوط انتقال آب به صورت لوله وار (دو گره ای) مدل شده اند، به این ترتیب امکان قرارگیری هر دو عضو در کنار یکدیگر وجود دارد و همچنین در تعریف اجزایی مانند شیر یک طرفه و یا شیر فشار شکن که جهت جریان در آنها مطرح می شود، به واسطه تعریف آنها به صورت دو گره ای (به جای یک گره ای) مشکلی وجود نخواهد داشت. معادلات مربوط به کلیه اجزا از روش ضمنی و به صورت همزمان در هر گام زمانی بر روی خط انتقال حل می شود. در اینجا به حل مسئله ای که شامل یک مخزن و لوله و شیر است به صورت ضمنی پرداخته شده است و نتایج حاصل با حالتی که معادلات مربوطه به صورت صریح حل شده اند، مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که اختلافات ایجاد شده بسیار کوچک و قابل صرف نظر کردن است.

کلمات کلیدی: ضربه قوچ، روش خطوط مشخصه، روش ضمنی، خطوط انتقال آب

مقدمه

ضربه قوچ پدیده ای است که در خطوط لوله جریان تحت فشار و مجاری باز اتفاق می افتد و بر قوانین فشار، تغییرات دبی یا تغییرات سرعت جریان و شرایط زمانی و مکانی حرکت سیال استوار است. در بعضی از سیستم های هیدرولیکی تحت فشار، نظیر خطوط انتقال آب، نفت یا شبکه های توزیع و لوله های آب بر منتهی به توربین ها، پدیده ضربه قوچ با ایجاد موج های سریع، زودگذر و میرا، که در نتیجه تغییرات شدید هد ایجاد می شوند، موجب خطرات گوناگونی می شود. گاهی اوقات قدرت تخریبی این موج های فشار به حدی است که نتایج وخیمی به بار می آورد. ترکیدن خطوط لوله در سیستم های انتقال و شبکه های توزیع، خرابی و شکسته شدن شیرها، دریچه های کنترل و پمپ ها از نمونه های بارز تاثیر این پدیده می باشد. ضربه قوچ معمولاً در اثر راه اندازی یا از کار افتادن پمپ ها و توربین ها، قطع برق و یا قطع نیرو در سیستم های پمپاژ، بستن یا باز شدن شیرها، وجود تغییراتی در مسیر جریان مانند افزایش و یا کاهش قطر لوله و ... روی می دهد.

برای طراحی و بهره برداری از هر خط لوله نیاز به دسترسی داشتن به توزیع هد و دبی در شرایط مختلف بهره برداری است. به همین دلیل بسیاری از محققان به شبیه سازی جریان های گذرا در خطوط انتقال آب با استفاده از روش های گوناگون پرداخته اند.

Chaudhry و Hossaini [۱] معادلات ضربه قوچ را با روش های MacCormack و Lambda و روش تفاضل های محدود (FD) حل کردند. آنها

^۱ استادیار

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب

دریافتند که روش تفاضل های محدود مرتبه دوم نتایج بهتری نسبت به روش کرکتریستیک مرتبه اول می دهد. Iglesias و Izquierdo [۲] از یک برنامه کامپیوتری برای شبیه سازی هیدرولیکی یک خط انتقال ساده از طریق مدل ریاضی استفاده کردند. مدل آنها منجر به نتایج خوب و قابل قبولی شد. در ادامه کار، آنها مدل خود را [۳] با استفاده از یک سیستم پمپاژ و شیر یک طرفه و محفظه هوا گسترش دادند. Ghidaoui و Zhao [۴] روش های مرتبه اول و دوم حجم محدود صریح Gadunov را برای مسایل ضربه قوچ فرمول بندی و تحلیل کردند. آنها دو روش حجم محدود و کرکتریستیک را در مورد سه مثال در دو حالت با و بدون اصطکاک با هم مقایسه و دریافتند که روش حجم محدود Gadunov به نتایج مشابهی با روش کرکتریستیک منجر می شود، همچنین آنها نشان دادند که روش مرتبه دوم Gadunov نسبت به روش مرتبه اول به زمان اجرای کمتر و حجم کمتری از ذخیره سازی اطلاعات نیاز دارد. Saikia و Sarma [۵] یک مدل عددی را با روش کرکتریستیک و مدل Barr [۶] برای ضربه اصطکاک برای حل مسایل ضربه قوچ ارائه دادند. صحت و دقت روش پیشنهادی آنها با مثال مربوط به بسته شدن شیر در انتهای یک خط لوله و مقایسه نتایج حاصله با روش پخشی لاکس^۳، آزمایش شد. Wood [۷, ۸] دو روش MOC و WCM را با هم مقایسه کرد و دریافت که با دقت های مشابه، روش WCM به محاسبات و زمان اجرای کمتری نیاز دارد، به گونه ای که تعداد محاسبات در هر گام زمانی در روش WCM با افزایش دقت، افزایش نمی یابد در حالی که تعداد محاسبات در هر گام زمانی در روش MOC به شدت به میزان دقت بستگی دارد.

روش خطوط مشخصه ضمنی پیشنهادی

روش های عددی گوناگونی برای محاسبات مربوط به معادلات جریان های گذرا در خطوط انتقال آب وجود دارد که از آن جمله می توان به روش های خطوط مشخصه^۴، حجم محدود^۵، تفاضل های محدود^۶ و روش مشخصه موج^۷ اشاره نمود. در میان این روش ها، روش خطوط مشخصه به دلیل سادگی و عملکرد بهتر نسبت به سایر روش ها، کاربرد بیشتری دارد.

استفاده از روش خطوط مشخصه صریح به منظور شبیه سازی خطوط انتقال آب محدودیت ها و مشکلاتی را ایجاد می کند، که از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد: در این روش لازم است که فقط یکی از اجزای خطوط انتقال آب بین هر دو لوله قرار بگیرد، در غیر این صورت بایستی شرایط مرزی جدیدی برای هر نوع ترکیبی از اجزای موجود در خط انتقال آب به دست آورده شود که این امر باعث ایجاد شرایط محدودکننده ای به خصوص زمانی که به منظور یافتن بهترین عملکرد سیستم، بایستی طراحی ها و بهره برداری های مختلفی را برای سیستم در نظر گرفت، می شود. از سوی دیگر شرایط مرزی اجزایی مانند شیر، پمپ و یا مخزن به محل قرارگیری آنها و اینکه درانتها یا در وسط و یا بالادست یا پایین دست سیستم قرار گرفته اند، بستگی دارد. به علاوه شرایط مرزی آنها با عوض شدن جهت جریان تغییر می کند.

در این بخش روش خطوط مشخصه ضمنی به عنوان روشی که مشکلات ذکر شده در روش خطوط مشخصه صریح را تعدیل می کند، بیان می شود. در این روش کلیه اجزای موجود در خط انتقال مانند لوله به صورت دو گره ای تعریف شده و معادلات مربوطه در این حالت به دست آورده می شوند. این معادلات مستقل از محل قرارگیری اجزا و جهت جریان به دست آورده می شوند و در نهایت جمع بندی شده و تشکیل دستگاه معادله کلی را به منظور یافتن هددها و دبی های گره ای می دهند. بنابراین روش پیشنهادی برای هر نوع ترکیبی از اعضا در خط انتقال آب کاربرد دارد. در ادامه، معادلاتی که بیان کننده رفتار هیدرولیکی اعضا در این روش است ذکر می شود.

لوله

بخشی از یک لوله با نقاط ابتدایی و انتهایی i و j که در شکل ۱ نشان داده شده است در نظر گرفته می شود. به منظور فرمول بندی روش پیشنهادی از معادلات خطوط مشخصه استفاده می شود. با استفاده از روش تفاضل های محدود مرتبه دوم، معادلات مربوطه به دست می آید:

$$C^+ : \quad \frac{dQ}{dt} + C_a \frac{dH}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad \left|^{n+\frac{1}{2}}\right.$$

$$\left[1 + \frac{1}{4} R\Delta t Q_j^{n+1} \text{Sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n) + \frac{1}{2} R\Delta t Q_i^n \text{Sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n) \right] Q_j^{n+1} + C_a H_j^{n+1} = Q_i^n + C_a H_i^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_i^n)^2 * \text{Sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n) \quad (1)$$

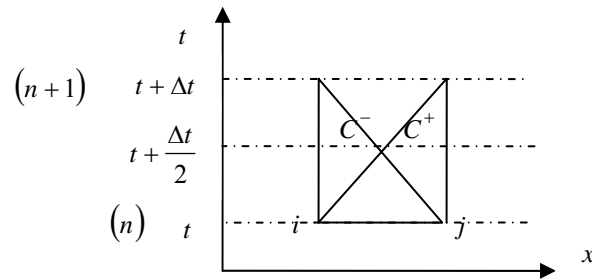
^۳ Lax Diffusive Method

^۴ Method Of Characteristic (MOC)

^۵ Finite Volume (FV)

^۶ Finite Difference (FD)

^۷ Wave Characteristic Method (WCM)



شکل ۱: نمادگذاری لوله در روش خطوط مشخصه ضمنی

$$C^- : \quad \frac{dQ}{dt} - C_a \frac{dH}{dt} + RQ|Q| = 0 \Big|^{n+\frac{1}{2}}$$

$$\left[1 + \frac{1}{4} R\Delta t Q_i^{n+1} \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) + \frac{1}{2} R\Delta t Q_j^n \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) \right] Q_i^{n+1} - C_a H_i^{n+1} = Q_j^n - C_a H_j^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_j^n)^2 * \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^n) \quad (2)$$

که در آنها $R = \frac{f}{2DA}$ جمله مربوط به اصطکاک، Q دبی، H فشار هد، A سطح مقطع لوله، a سرعت موج فشاری، g شتاب جاذبه زمین،

زمان t ، ضریب اصطکاک لوله، D قطر لوله و $C_a = \frac{gA}{a}$ است. معادلات فوق (۱ و ۲) بیان کننده رفتار هیدرولیکی بخش ذکر شده از لوله

مفروض است که می توان آنها را به صورت ماتریسی به شکل زیر نوشت:

$$S_{pipe}^e X_{pipe}^e = b_{pipe}^e \quad \text{With} \quad X^T = [Q_i, Q_j, H_i, H_j]^{n+1} \quad (3)$$

که در آن S_{pipe}^e ماتریس ضرایب، X_{pipe}^e بردار مجهولات (هدها و دبی های گره ای) و b_{pipe}^e بردار سمت راست است.

به منظور افزایش سرعت همگرایی در حل معادلات فوق، از روش تکراری نیوتن رافسون استفاده می شود:

$$S_{pipe}^e = \begin{bmatrix} 0 & C & 0 & C_a \\ D & 0 & -C_a & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{pipe}^e = \begin{bmatrix} Q_i^n + C_a H_i^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_i^n)^2 \text{Sign}(Q_j^n + Q_i^n) + \frac{1}{4} R\Delta t (Q_j^n)^2 \text{Sign}(Q_j^n + Q_i^n) \\ Q_j^n - C_a H_j^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_j^n)^2 \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) + \frac{1}{4} R\Delta t (Q_i^n)^2 \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) \end{bmatrix}$$

$$C = 1 + \frac{1}{2} R\Delta t Q_j^n \text{Sign}(Q_j^n + Q_i^n) + \frac{1}{2} R\Delta t Q_i^n \text{Sign}(Q_j^n + Q_i^n)$$

$$D = 1 + \frac{1}{2} R\Delta t Q_i^n \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) + \frac{1}{2} R\Delta t Q_j^n \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) \quad (4)$$

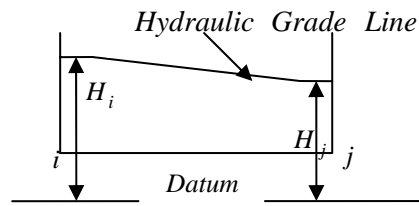
مخزن

یکی از مهمترین ادوات مورد استفاده در سیستم انتقال، مخزن است که معمولاً تراز آب در آن در طول دوره گذرا، ثابت فرض می شود. رفتار هیدرولیکی

مخزن نشان داده شده در شکل ۲ با استفاده از معادلات پیوستگی و افت هد به صورت زیر بیان می شود:

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (5)$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = \frac{(1+k)}{8gA^2} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1})^2 \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1}) \quad (6)$$



شکل ۲: نمادگذاری مخزن در روش خطوط مشخصه ضمنی

که در آن k ضریب افت ورودی مخزن و اندیس های i و j به ترتیب مربوط به گره های ابتدایی و انتهایی مخزن هستند. با حل معادلات فوق از روش تکراری نیوتن رافسون، ماتریس ضرایب و بردار سمت راست معادلات مخزن به صورت زیر به دست می آید:

$$S_{res}^e = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{2(1+k)}{8gA^2}(Q_i^n + Q_j^n) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) & -\frac{2(1+k)}{8gA^2}(Q_i^n + Q_j^n) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b_{res}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{(1+k)}{8gA^2}((Q_i^n)^2 + 2Q_i^n Q_j^n + (Q_j^n)^2) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

شیر

معادلات بیان کننده رفتار هیدرولیکی شیری که در انتهای یک خط لوله قرار گرفته به صورت زیر بیان می شود:

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (8)$$

$$H_i^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_i^{n+1} | Q_i^{n+1} | \quad (9)$$

$$H_j^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_j^{n+1} | Q_j^{n+1} | \quad (10)$$

که در آن τ درصد بازشدگی شیر، اندیس i و j به ترتیب مربوط به گره ابتدایی و انتهایی شیر و اندیس 0 مربوط به مقادیر در شرایط یکنواخت است. دستگاه معادلات فوق پس از حل با روش نیوتن رافسون به صورت زیر درمی آید:

$$S_{valve}^e = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2Q_i^n \text{Sign}(Q_i^n) & 0 & \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} & 0 \\ -2Q_j^n \text{Sign}(Q_j^n) & 0 & \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{valve}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ -(Q_i^n)^2 \text{Sign}(Q_i^n) \\ -(Q_j^n)^2 \text{Sign}(Q_j^n) \end{bmatrix} \quad (11)$$

در شرایطی که شیر در وسط سیستم قرار گرفته، معادلات به صورت زیر در می آیند:

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (12)$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = \frac{k}{8gA^2} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1})^2 \text{Sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1}) \quad (13)$$

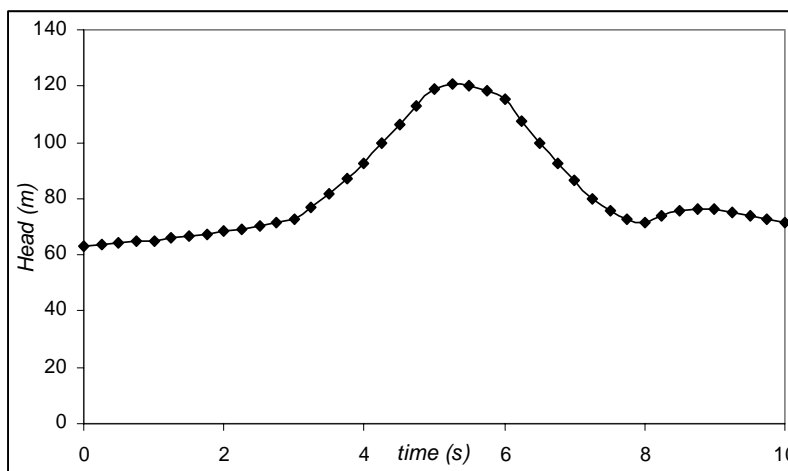
که در آن k ضریب افت هد شیر است که بر اساس درصد بازشدگی شیر بیان می شود.

$$S_{valve}^e = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{-2k}{8gA^2} (Q_i^n + Q_j^n) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) & \frac{-2k}{8gA^2} (Q_i^n + Q_j^n) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

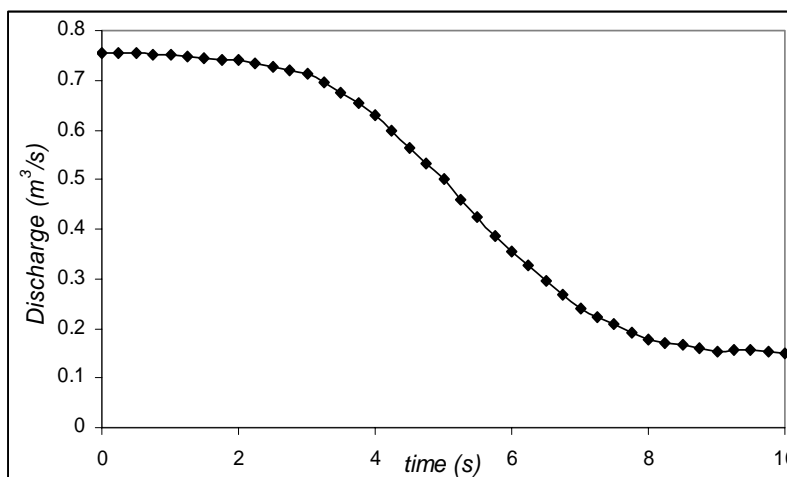
$$b_{valve}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-k}{8gA^2} ((Q_i^n)^2 + 2Q_i^n Q_j^n + (Q_j^n)^2) \text{Sign}(Q_i^n + Q_j^n) \end{bmatrix} \quad (14)$$

کاربرد عددی روش

کارایی روش پیشنهادی با دو مثال که توسط Chaudhry در مرجع [۹] ذکر شده بررسی می شود. مثال اول مربوط به بسته شدن سریع شیر در وسط سیستمی شامل سه لوله و یک اتصال بدون اصطکاک با دو مخزن در بالادست و پایین دست است. اطلاعات این مثال به صورت زیر است: هد آب در مخازن بالادست و پایین دست $H=67m$ و $H=60.5m$ ، طول لوله اول $L=55.0m$ ، قطر لوله اول $D=0.75m$ ، ضریب اصطکاک لوله اول $f=0.01$ ، طول لوله دوم و سوم $L=45.0m$ ، قطر لوله دوم و سوم $D=0.6m$ ، ضریب اصطکاک لوله دوم و سوم $f=0.012$ ، زمان بسته شدن شیر $t=6s$ ، اشکال ۳ و ۴ نمودارهای هد و دبی در بالادست شیر را تا زمان ۱۰ ثانیه با استفاده از روش مشخصه ضمنی نشان می دهد. همین مسئله با روش مشخصه صریح نیز حل شد و حداکثر خطای نسبی هد در بالادست شیر میان دو روش صریح و ضمنی 0.1606% به دست آمده که این عدد نشان دهنده تطابق خوبی میان دو روش صریح و ضمنی است.

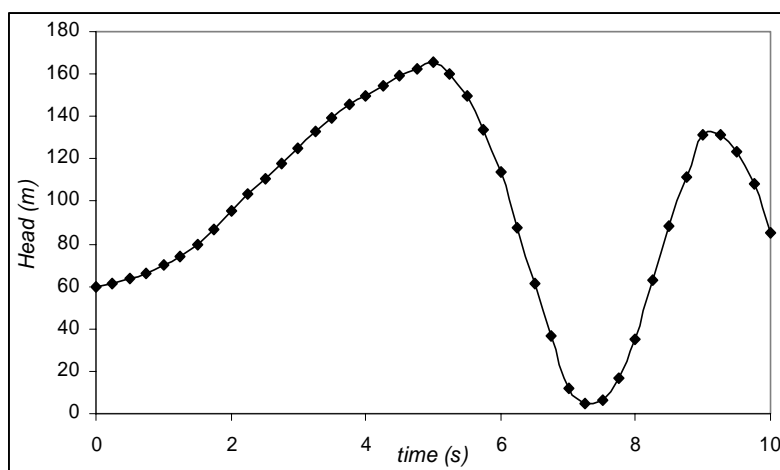


شکل ۳: نمودار هد بالادست شیر بر حسب زمان با استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی (مثال اول)



شکل ۴: نمودار دبی بالادست شیر بر حسب زمان با استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی (مثال اول)

مثال دوم [۹] نیز مشابه مثال اول است با این تفاوت که شیر در انتهای سیستمی شامل دو لوله و یک اتصال بدون اصطکاک با مخزنی در بالادست قرار دارد. اشکال ۵ و ۶ نمودارهای هد و دبی در بالادست شیر را تا زمان ۱۰ ثانیه با استفاده از روش مشخصه ضمنی نشان می دهد. همین مسئله با روش مشخصه صریح نیز حل شده و حداکثر خطای نسبی هد در بالادست شیر میان دو روش ۴/۲۶٪ به دست آمده که نشان دهنده تطابق خوبی میان دو روش است.



شکل ۵: نمودار هد بالادست شیر بر حسب زمان با استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی (مثال دوم)



شکل ۶: نمودار دبی بالادست شیر برحسب زمان با استفاده از روش خطوط مشخصه ضمنی (مثال دوم)

نتیجه گیری

در این مقاله روش خطوط مشخصه ضمنی به عنوان روشی که مشکلات و محدودیتهای روش مشخصه صریح را تعدیل و کاهش می دهد، پیشنهاد شده است. معادلات مربوط به اجزای خط انتقال مانند مخزن و شیر، با تعریف آنها به صورت دوگره ای و لوله وار بررسی و به دست آورده شد. سپس معادلات کلیه اجزا به منظور محاسبه هددها و دبی های گره ای جمع بندی می شود. روش پیشنهادی برای هر ترکیبی از اجزای خط انتقال کاربرد دارد. روش ذکر شده با مثالی مربوط به جریان گذرای ناشی از بسته شدن شیر بررسی و نتایج حاصله با نتایج روش مشخصه صریح مقایسه شد که این مقایسه صحت و دقت روش پیشنهادی را برای محاسبه تغییرات هد و دبی نشان داد.

مراجع

۱. H.M. Chaudhry, and M.Y.Hussaini, (۱۹۸۵), Second-order accurate explicit finite-difference schemes for water hammer analysis, *Journals of fluid Eng*, Vol. ۱۰۷, pp ۵۲۳-۵۲۹.
۲. J.Izquierdo and P.L.Iglesias, (۲۰۰۲), Mathematical modeling of hydraulic transients in simple systems", *Math. Comput. Modeling*, Vol. ۳۵, No. ۷, pp. ۸۰۱-۸۱۲.
۳. J.Izquierdo and P.L.Iglesias, (۲۰۰۴), Mathematical modeling of hydraulic transients in complex systems", *Math. Comput. Modeling*, Vol. ۳۹, No. ۴, pp. ۵۲۹-۵۴۰.
۴. M.Zhao and M.Ghidaoui, (۲۰۰۴), Godunov-type solutions for water hammer flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. ۱۳۰, No. ۴, pp. ۳۴۱-۳۴۸.
۵. M.D.Saikia and A.K.Sarma, (۲۰۰۶), Numerical modeling of water hammer with variable friction factor, *Journal of Engineering and applied sciences*, Vol. ۱, No. ۴, pp. ۳۵-۴۰.
۶. D.I.H Barr, (۱۹۸۰), The transition from laminar to turbulent flow", *Proc.Instn Civ. Engrs*, Part ۲, Vol. ۶۹, pp ۵۵۵-۵۶۲.
۷. Don J. Wood, (۲۰۰۵), Water hammer analysis-essential and easy (and efficient), *Journal of Environmental Engineering*, Vol. ۱۳۱, No. ۸, pp. ۱۱۲۳-۱۱۳۱.
۸. Don J. Wood, S.Lindireddy, P.F.Boulos, B.Karney and D.L.Mcpherson, (۲۰۰۵), Numerical methods for modeling transient flow, *Journal of American Water Works Association (AWWA)*, Vol. ۹۷, No. ۷, pp. ۱۰۴-۱۱۵.
۹. H.M. Chaudhry, (۱۹۸۷), *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold, New York.
۱۰. B.E.Larock, R.W.Jeppson and G.Z.Watters, (۲۰۰۰), *Hydraulics of Pipeline Systems*, Baco Raton, London, New York, Washington, D.C.