



## مطالعه ای روی ویژگی فاز حرکت زمین لرزه

عبدالحسین فلاحی

استادیار گروه عمران، دانشکده فنی، دانشگاه تربیت معلم آذربایجان، تبریز  
fallahi@azaruniv.ac.ir

### خلاصه

در تحلیل طیف فوریه موج های لرزه ای ویژگی فاز کمتر مورد بررسی قرار می گیرد. در این مطالعه با تاکید بر این که طیف فاز به سادگی از نسبت قسمت موهومی به قسمت حقیقی تابع فوریه بدست نمی آید نحوه به دست آوردن طیف صحیح فاز فوریه ارائه می شود. همچنین، برای بررسی ویژگی های فاز حرکت های زمین لرزه ها، با استفاده از رکورد های ثبت شده زلزله های 1995 کوبه و 2001 توتوری ژاپن و 1978 طیس، تاریخچه های زمانی زلزله های اسمی با طیف های دامنه یکسان و طیف های فاز مختلف شبیه سازی می شوند و اثر طیف فاز روی شکل تاریخچه زمانی و طیف پاسخ شتاب بحث می گردد.

کلمات کلیدی: طیف فوریه، طیف دامنه، طیف فاز، حرکت زمین لرزه

### مقدمه

یک تاریخچه زمانی شتاب  $z(t)$  می تواند به صورت تابعی از ضرایب فوریه  $A_k$  و  $B_k$  به صورت زیر نوشته شود (در مورد معادلات  $A_k$  و  $B_k$  ر.ک. به مرجع [1]):

$$z(t) = \sum_{k=0}^{N_t/2} (A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t) \quad (1)$$

یا

$$z(t) = \sum_{k=0}^{N_t/2} X_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (2)$$

که  $N_t$  عددی از مضرب 2، تعداد داده های  $z(t)$  است،  $\Delta t$  بازه زمانی است،  $\omega_k = 2\pi f_k = \frac{2\pi k}{N_t \Delta t}$  و

$$X_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad (3)$$

$$\phi_k = \arctan\left(-\frac{B_k}{A_k}\right) \quad -\pi < \phi_k < \pi \quad (4)$$

همچنین تابع فوریه  $F(\omega)$ ، طیف دامنه فوریه  $|F(\omega)|$ ، و طیف فاز فوریه  $\phi(\omega)$  تاریخچه زمانی می توانند به صورت زیر نوشته شوند:

$$F(\omega) = a(\omega) + ib(\omega) \quad (5)$$

$$|F(\omega)| = T_f \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \quad (6)$$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{b(\omega)}{a(\omega)}\right) \quad -\pi < \phi(\omega) < \pi \quad (7)$$



که در آن  $i = \sqrt{-1}$  و  $T_t = N_t \Delta t$  مدت زمان کل است. در اینجا  $\phi_k = \phi(\omega_k)$  و

$$|F(\omega_k)| = \frac{X_k T_t}{2} \quad (8)$$

در راه حل معکوس، با استفاده از مقادیر  $A_k$  و  $B_k$  می توان از معادله (1) دوباره  $z(t)$  را به دست آورد؛ اما باید توجه شود که آن تاریخچه زمانی از معادله (2) به دست نمی آید اگر  $\phi_k$  به سادگی از معادله (4) تعیین شود. به طور مشابه، اگر  $a(\omega)$  و  $b(\omega)$  از حل ساده معادلات (6) و (7) تعیین شده، در معادله (5) جاگذاری شوند،  $z(t)$  از طیف معکوس فوری به دست نمی آید. مشکل از اینجا ناشی می شود که نمی توان تشخیص داد کدام یک از دو زاویه فاز واقع در حد فاصل  $-\pi \sim +\pi$  که از معادله (4) یا (7) به دست می آیند صحیح می باشند.

### طیف صحیح فاز فوری

برای به دست آوردن طیف صحیح فاز فوری باید از توابع سینوس و کسینوس به عوض تابع تانژانت استفاده شود. بنابراین در تحلیل تبدیلات فوری خواهیم داشت:

$$\cos\{\phi(\omega)\} = \frac{a(\omega)}{\sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}} \quad (9a)$$

$$\sin\{\phi(\omega)\} = \frac{b(\omega)}{\sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}} \quad (9b)$$

از معادلات فوق با توجه به معادله (6) نتیجه می شود:

$$a(\omega) = \frac{|F(\omega)| \cos\{\phi(\omega)\}}{T_t} \quad (10a)$$

$$b(\omega) = \frac{|F(\omega)| \sin\{\phi(\omega)\}}{T_t} \quad (10b)$$

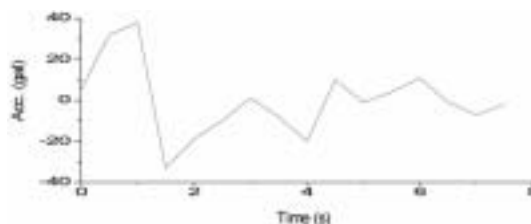
با جاگذاری آن ها در معادله (5) و سپس از طیف معکوس فوری تاریخچه زمانی  $z(t)$  به دست می آید.

اگر فرض نماییم  $\cos\{\phi(\omega)\} = c(\omega)$  و  $\sin\{\phi(\omega)\} = s(\omega)$ ، طیف صحیح فاز فوری تاریخچه زمانی  $z(t)$ ، عبارت خواهد بود از  $\phi(\omega)$  مشترک مابین دو زاویه فاز به دست آمده از هر کدام از  $\arcsin\{s(\omega)\}$  و  $\arccos\{c(\omega)\}$ .

به عنوان مثال،  $z(t)$  یک تاریخچه زمانی ساده با  $N_t = 16$  (که در [1] آمده است) فرض می شود که در جدول 1 و شکل 1 نشان داده شده است. مقادیر فاز آن اگر از معادله (4) تعیین شوند که (در صفحه 42 مرجع [1] ذکر شده و) در جدول 2 آورده شده اند مقادیر صحیح فاز نیستند، چون با استفاده از آنها در معادله (2) با تحلیل معکوس نمی توان دوباره به همان  $z(t)$  رسید همچنان که در شکل 2 نشان داده شده است. در جدول 2 مقادیر صحیح فاز نیز نشان داده شده اند که به روش فوق الذکر محاسبه شده اند؛ این مقادیر هستند که با تحلیل معکوس، همان  $z(t)$  اولیه را نتیجه می دهند همچنان که در شکل 3 نشان داده شده است.

جدول 1- مقادیر یک تاریخچه زمانی شتاب ساده  $z(t)$  با  $N_t = 16$

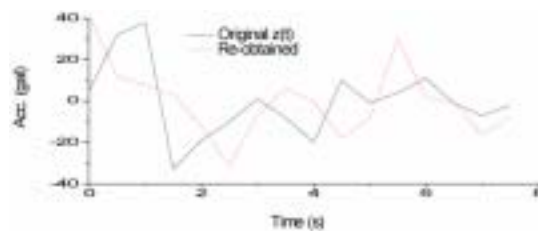
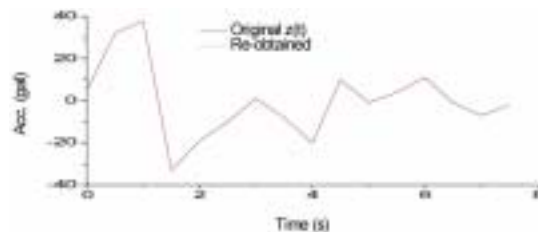
$t$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
$z(t)$	5	32	38	-33	-19	-10	1	-8	-20	10	-1	4	11	-1	-7	-2



شکل 1- نمودار تاریخچه زمانی شتاب  $z(t)$

جدول 2- مقادیر طیف فاز فوریه  $\phi(\omega)$  تاریخچه زمانی  $z(t)$ 

k	Not true phase		True phase	
	degrees	radians	Degrees	Radians
0	0	0.00	0.0	0.00
1	28.1	0.49	28.1	0.49
2	-56.8	-0.99	-56.7	-0.99
3	-67.5	-1.18	-67.6	-1.18
4	<u>52.4</u>	<u>0.91</u>	<u>-127.8</u>	<u>-2.23</u>
5	<u>-42.6</u>	<u>-0.74</u>	<u>137.5</u>	<u>2.40</u>
6	<u>-18.1</u>	<u>-0.32</u>	<u>161.6</u>	<u>2.82</u>
7	51.3	0.90	51.0	0.89
8	0	0.00	0.0	0.00

شکل 2- تعیین  $z(t)$  با تحلیل معکوس با مقادیر "غیر صحیح فاز"شکل 3- تعیین  $z(t)$  با تحلیل معکوس با مقادیر "صحیح فاز"

### تأثیرات طیفهای مختلف فاز روی شکل تاریخچه زمانی شتاب و طیف پاسخ

یک رکورد زلزله می تواند با یک طیف دامنه و یک طیف فاز فوریه بیان شود. در این قسمت برای اینکه تاثیر طیف فاز روی شکل تاریخچه زمانی شتاب و طیف پاسخ معلوم شود، زلزله های اسمی با طیفهای مختلف فاز شبیه سازی می شوند.

اگر دو رکورد ثبت شده تاریخچه زمانی شتاب زلزله های 1995 کوبه و 2001 توتوری ژاپن به ترتیب به صورت  $z_K(t)$  و  $z_T(t)$  فرض شوند، از معادله (10) مثلا برای  $z_K(t)$  خواهیم داشت:

$$a_K(\omega) = \frac{|F_K(\omega)| \cos\{\phi_K(\omega)\}}{T_t} \quad (11a)$$



$$b_K(\omega) = \frac{|F_K(\omega)| \sin\{\phi_K(\omega)\}}{T_t} \quad (11b)$$

برای شبیه سازی یک زلزله اسمی  $z_{KT}(t)$ ، که طیف دامنه آن از  $z_K(t)$  و طیف فاز آن از  $z_T(t)$  گرفته می شود، می توان با جاگذاری

$$a_{KT}(\omega) = \frac{|F_K(\omega)| \cos\{\phi_T(\omega)\}}{T_t} \quad (12a)$$

$$b_{KT}(\omega) = \frac{|F_K(\omega)| \sin\{\phi_T(\omega)\}}{T_t} \quad (12b)$$

در معادله (5) تاریخچه زمانی شتاب  $z_{KT}(t)$  را با تبدیل معکوس فوری به دست آورد. به طور مشابه، برای شبیه سازی  $z_{TK}(t)$  از مقادیر زیر استفاده می شود.

$$a_{TK}(\omega) = \frac{|F_T(\omega)| \cos\{\phi_K(\omega)\}}{T_t} \quad (13a)$$

$$b_{TK}(\omega) = \frac{|F_T(\omega)| \sin\{\phi_K(\omega)\}}{T_t} \quad (13b)$$

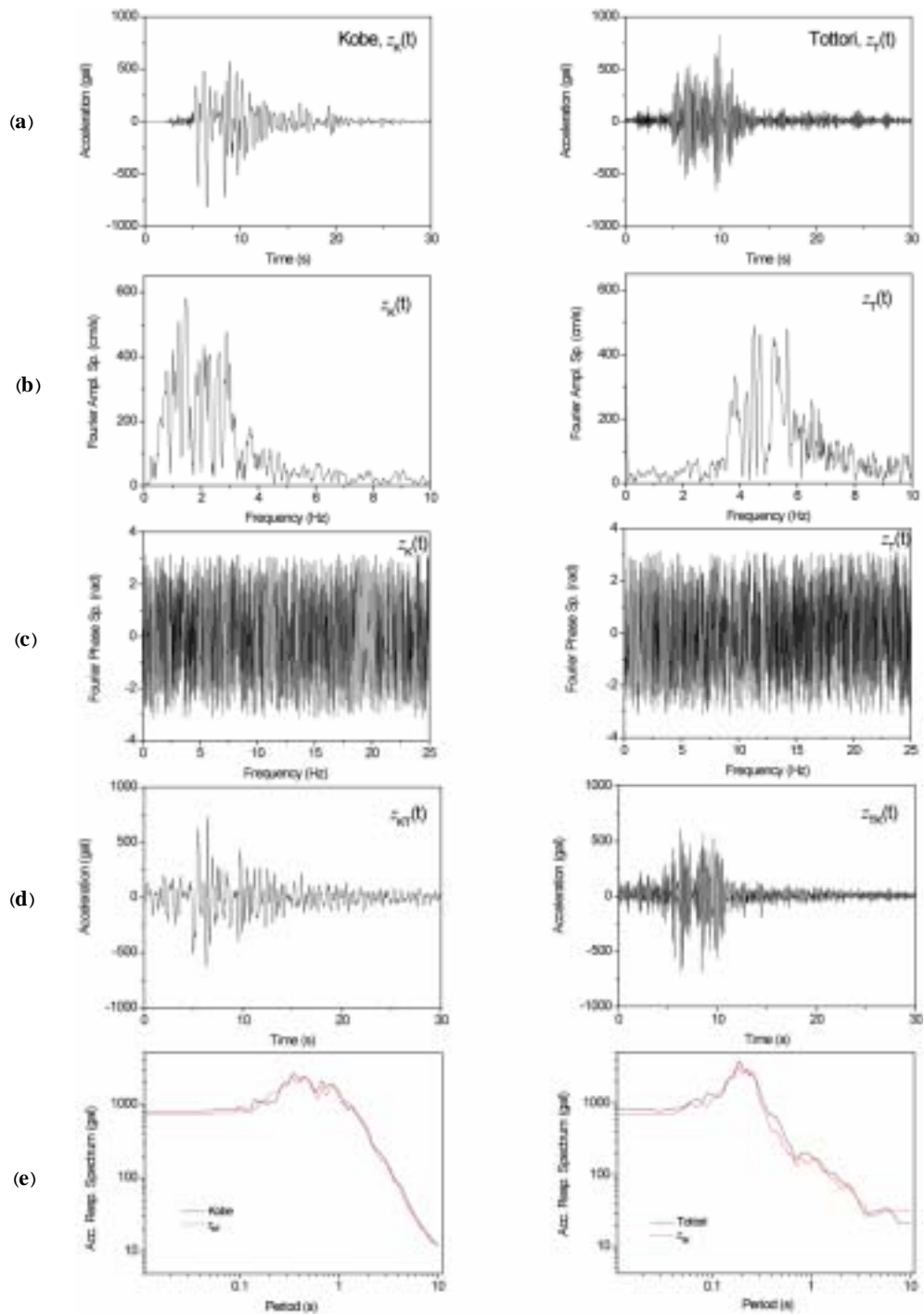
برای اینکه ویژگی فاز یک رکورد ثبت شده زلزله ای دیگر منظور شود، به طریق مشابه طیف های دامنه و فاز همان رکورد کوبه  $z_K(t)$  و یک رکورد ثبت شده شتاب زلزله 1978 طیس  $z_S(t)$  ترکیب شده، دو زلزله اسمی دیگر  $z_{KS}(t)$  و  $z_{SK}(t)$  شبیه سازی می شوند. با تعداد داده های 1500 و  $\Delta t = 0.02$  برای هر یک از رکوردهای ثبت شده  $z_S(t)$ ،  $z_T(t)$ ،  $z_K(t)$  و  $z_{TK}(t)$ ، مدت زمان کل می شود  $T_t = N_t \Delta t = 2048 \times 0.02 = 40.96$  sec، و به روش فوق الذکر  $z_{KT}(t)$  و  $z_{TK}(t)$  و نیز  $z_{KS}(t)$  و  $z_{SK}(t)$  شبیه سازی شدند که به ترتیب در شکل های 4 و 5 نشان داده شده اند. همچنین در این شکل ها طیف های دامنه و فاز فوری زلزله های ثبت شده و نیز طیف های شتاب آنها و زلزله های شبیه سازی در 5٪ میزایی نشان داده شده اند. مقایسه بین تاریخچه های زمانی شتاب زلزله های ثبت شده و زلزله های شبیه سازی شده نشان می دهد که محتوای فرکانسی زلزله های شبیه سازی شده با همان در زلزله دامنه-ساز آن زلزله ها (زلزله نظیر اولین اندیس مثلا در  $z_{KT}(t)$ ) از زلزله های ثبت شده سازگار است؛ و اینکه طیف فاز (از زلزله نظیر دومین اندیس مثلا در  $z_{KT}(t)$ ) بر شکل یا منحنی پوش تاریخچه زمانی تاثیر می گذارد که این نتیجه در تطابق خوبی با مراجع [1] تا [3] می باشد. به علاوه، مقایسه طیف های پاسخ شتاب زلزله ها در محدوده محاسبات انجام شده تفاوتی بالغ بر 20٪ را ناشی از اثر ویژگی فاز نشان می دهد [4].

### نتیجه گیری

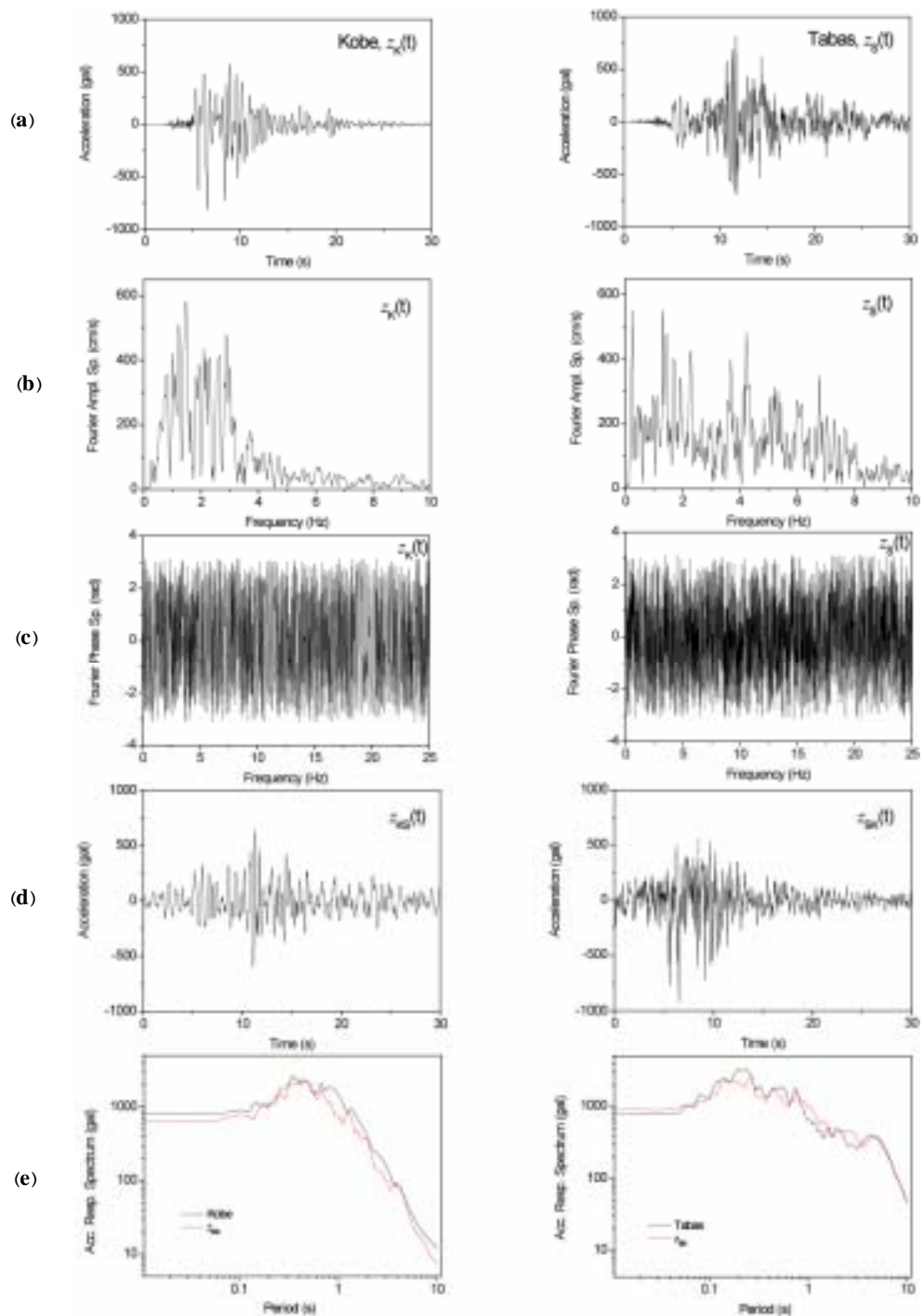
استفاده از طیف صحیح فاز برای بدست آوردن تاریخچه زمانی در تبدیل معکوس فوری اجتناب ناپذیر است. پس از تاکید بر این که طیف صحیح فاز به راحتی از نسبت قسمت موهومی به قسمت حقیقی تبدیل فوری قابل تعیین نیست، روش تعیین آن ارائه شد. همچنین، با شبیه سازی زلزله های اسمی از زلزله های ثبت شده معلوم شد که طیف فاز بر منحنی پوش تاریخچه زمانی تاثیر می گذارد.

### مراجع

- Ohsaki, Y. (1994) *Introduction to new spectral analysis of earthquake motion*. Kajima-shuppankai, Tokyo (in Japanese).
- Ohsaki, Y., Iwasaki, R., Ohkawa, I. and Masao, T. (1978) A study on phase characteristics of earthquake motions and its applications. *Proceedings of the Fifth Japan Earthquake Engineering Symposium*, 201-208, Nov. 28-30, Tokyo (in Japanese).
- Sato, T. and Murono, Y. (2000) Simulation of earthquake motion from phase information. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Japan-Iran Workshop on Earthquake Engineering and Disaster Mitigation*, 65-70, Kobe.
- Fallahi, A., Kitaura, M. and Miyajima, M. (2003) A study on phase characteristic of earthquake motion. *Proceedings of the Fifth International Summer Symposium, the Japan Society of Civil Engineers (JSCE)*, 85-88, Jul. 26th, Tokyo, Japan.



شکل 4- مقایسه بین زلزله های ثبت شده کوبه و توتوری با زلزله های شبیه سازی شده نظیر آنها:  
(a) تاریخچه های زمانی شتاب زلزله های ثبت شده؛ (b) طیف های دامنه فوریه؛ (c) طیف های فاز فوریه؛  
(d) تاریخچه های زمانی شتاب زلزله های شبیه سازی شده؛ (e) طیف های پاسخ شتاب



شکل 5- مقایسه بین زلزله های ثبت شده کوبه و طبرس با زلزله های شبیه سازی شده نظیر آنها:  
(a) تاریخچه های زمانی شتاب زلزله های ثبت شده؛ (b) طیف های دامنه فوریه؛ (c) طیف های فاز فوریه؛  
(d) تاریخچه های زمانی شتاب زلزله های شبیه سازی شده؛ (e) طیف های پاسخ شتاب