



تحلیل اجزاء محدود سه بعدی قطعه نیمه دیسک با ترک لبه ای تحت بارگذاری خمشی

مجیدرضا آیت الهی^۱، حامد ثقفی^۲، محمدرضا محمدعلیها^۳

آزمایشگاه خستگی و شکست دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

m.avat@iust.ac.ir

خلاصه

قطعه نیمه دیسک با ترک لبه ای و تحت بارخمش سه نقطه ای (SCB) بطور گسترده در تعیین چقرمگی و رفتار شکست قطعات سنگی دارای ترک بکار می رود. در مقاله حاضر ضریب شدت تنش مود I و تنش T به ازای مقادیر مختلف ضخامت و طول ترک در این قطعه با استفاده از روش اجزاء محدود محاسبه شده است. برای این منظور مدل های دو بعدی و سه بعدی این قطعه در نرم افزار ABAQUS مورد تحلیل قرار گرفته و اختلاف میان نتایج آنها بررسی شده است. نتایج تحلیل های سه بعدی نشان می دهد که پارامترهای شکست (T و K_I) به ضخامت قطعه وابسته بوده و مقادیر آنها در لبه های خارجی قطعه با قسمت های میانی متفاوت است. همچنین با افزایش طول ترک مقدار تنش T و ضریب شدت تنش افزایش می یابد. به ازای افزایش ضخامت، مقدار تنش T افزایش یافته و ضریب شدت تنش ثابت باقی می ماند.

کلمات کلیدی: قطعه ترک دار نیمه دیسک، مود I، ضریب شدت تنش، تنش T، تحلیل المان محدود سه بعدی.

مقدمه

در بسیاری از سازه های عمرانی نظیر پلها، ستونهای سنگی و سدهای بتنی رشد ترکها و ناپیوستگی های موجود در داخل آنها از عوامل عمده وقوع واماندگی و تخریب اساسی در آنها می باشد. بنابراین، تخمین میزان استحکام شکست (چقرمگی شکست) این سازه های ترکدار از نکات مهم در طراحی مناسب سازه به شمار می رود. چقرمگی شکست قطعات ترکدار با استفاده از قطعات آزمایشگاهی مناسب تعیین می شود. در گذشته، سه قطعه آزمایشگاهی به نامهای ۱- قطعه میله ترکدار با ناچ V شکل تحت بارگذاری خمشی (Chevron-notched round bar in bending) ۲- قطعه میله کوتاه ترک دار با ناچ V شکل تحت بارگذاری کششی (Chevron-notched short rod in splitting) ۳- قطعه دیسک برزیلی با ترک مرکزی و تحت بار فشاری قطری (Chevron-notched Brazilian disk in diametral compression) توسط انجمن بین المللی مکانیک سنگ (ISRM) برای تعیین چقرمگی شکست قطعات سنگی پیشنهاد شده است [۱، ۲]. در کنار این قطعات، نمونه دیگری نیز به نام قطعه نیمه دیسک ترک دار تحت بار خمش سه نقطه ای (Semi circular bending) به کرات توسط محققین مختلف برای بررسی چقرمگی شکست سنگ ها و بتن ها مورد استفاده قرار گرفته است [۳، ۴، ۵]. هندسه و بارگذاری ساده قطعه، امکان تهیه و آماده سازی آن از مغزه های سنگی موجود و اعمال بار فشاری به جای کششی (که در مواد تردی نظیر سنگها و بتنها مناسب تر است) از مزایای این قطعه می باشد. در بسیاری از موارد، تحلیل شکست قطعات سنگی و بتنی در حالت ساده دو بعدی انجام می شود حال آنکه در عمل قطعات سنگی ترک دار دارای حالت سه بعدی بوده و لذا بررسی اثر ضخامت و حالت سه بعدی تنش می تواند تحلیل های دقیق تر و مناسب تری از بار شکست قطعات ارائه نماید. از سوی دیگر در اکثر موارد، شکست قطعات سنگی و بتنی بواسطه اعمال بارهای کششی و یا مود باز شونده ترک (مود I بارگذاری) بوقوع می پیوندد. بنابر این در تحقیق حاضر رفتار شکست مود I با استفاده از قطعه نیمه دیسک با ترک لبه ای در حالت سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور تحلیل های اجزاء محدود دو بعدی و سه بعدی متعددی با طول ترک ها و ضخامت های مختلف از این قطعه انجام شده و پارامترهای شکست آن شامل ضریب شدت تنش و ترم تنش T محاسبه می گردد.

^۱ استاد دانشگاه علم و صنعت ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه علم و صنعت ایران

^۳ دانشجوی دکتری دانشگاه علم و صنعت ایران

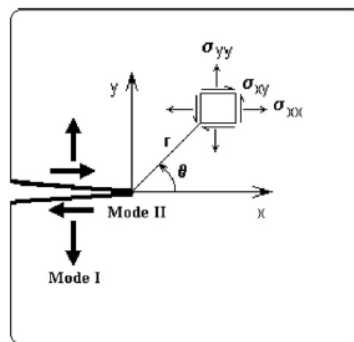
معرفی پارامترهای شکست:

مطابق با آنچه Williams [۶] ارائه کرده است، ناحیه تنش الاستیک اطراف نوک ترک به صورت عبارت های یک سری نامتناهی بیان می گردد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} \left(\cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2}\right) & \left(-2 \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2}\right) \\ \left(\cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2}\right) & \left(\frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2}\right) \\ \left(\frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2}\right) & \left(\cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$+ \begin{Bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} O(r^{\frac{1}{2}}) \\ O(r^{\frac{1}{2}}) \\ O(r^{\frac{1}{2}}) \end{Bmatrix}$$

که در آن r و θ مولفه های مختصات نوک ترک در سیستم قطبی بوده و $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ مولفه های تنش در سیستم مختصات کارتزین می باشد (شکل ۱). در معادله (۱)، جمله اول سینگولار بوده و مشخص کننده ضرایب شدت تنش مود I و مود II می باشد. جملات دیگر این بسط سری سینگولار نمی باشند. اولین جمله غیر سینگولار ترم تنش T می باشد. این ترم فقط بر تنش در راستای x مؤثر است و مستقل از r (فاصله از نوک ترک) می باشد. ضرایب K_I, K_{II} معرف شدت تنش در اطراف نوک ترک بوده و ترم T نقش زیادی در بار شکست قطعه و نیز مسیر رشد ترک دارد. لذا برای بررسی رفتار شکست قطعات ترکدار مشخص بودن این پارامترها الزامی است. از جملات مرتبه بالاتر نیز معمولاً صرف نظر می شود.



شکل ۱- تنش الاستیک اطراف نوک ترک در سیستم مختصات کارتزین

سه روش اصلی تعیین K_I, K_{II} و تنش T روش های عددی، تجربی و تحلیلی می باشد. برای هندسه و بارگذاری های پیچیده تکنیک المان محدود، روش بسیار قابل اعتماد و مناسبی برای تعیین این پارامترها می باشد. چندین روش برای محاسبه ضریب شدت تنش مود I از طریق المان محدود وجود دارد. یکی از این روش ها، روش انتگرال J می باشد که نرم افزار ABAQUS نیز از این روش برای محاسبه ضریب شدت تنش استفاده می کند و دارای دقت بسیار مطلوبی می باشد [۷]. در این روش با استفاده از معادلات زیر ضریب شدت تنش K_I محاسبه می شود:

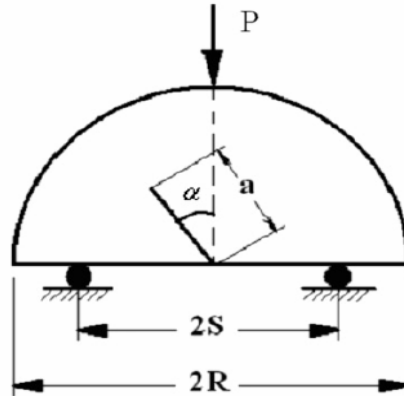
$$K_I = \sqrt{E' \times J} \quad (2)$$

$$E' = \begin{cases} E & \text{تنش صفحه ای} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{کرنش صفحه ای} \end{cases}$$

که در آن E مدول یانگ و ν نسبت پواسون می باشد. به طریق مشابه ترم تنش T نیز با استفاده از روش انتگرال J در نرم افزار ABAQUS قابل محاسبه است.

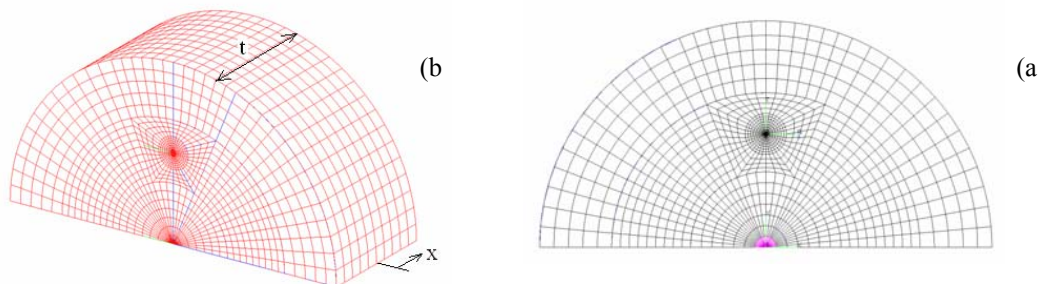
مدل سازی المان محدود:

همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، قطعه SCB یک نمونه نیم دیسک است که شامل یک ترک لبه ای به طول a می باشد و تحت بارگذاری خمشی سه نقطه ای قرار می گیرد و طول ترک با راستای بارگذاری زاویه α می سازد. هرگاه این زاویه صفر باشد مود I خالص ایجاد شده و تنش های اعمالی به نوک ترک به گونه ای است که لبه های ترک تنها تمایل به بازشدگی دارند.



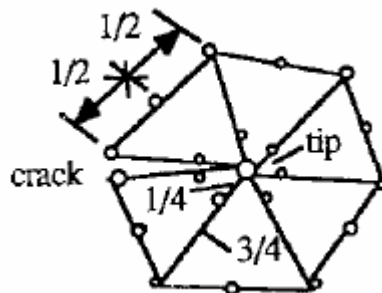
شکل ۲- شکل شماتیکی از هندسه و بارگذاری قطعه SCB

در شکل (۳) یک نمونه از شبکه بندی دو بعدی و سه بعدی قطعه SCB در حالت مود I بارگذاری ($\alpha = 0^0$) نشان داده شده است. در مدل دو بعدی از المان ۸ گره ای و در مدل سه بعدی از المان ۲۰ گره ای استفاده شده است. در اطراف نوک ترک نیز المان های سینگولار به کار رفته است که گره میانی آنها در فاصله $\frac{1}{4}$ طول المان از نوک ترک قرار دارند (شکل ۴).



شکل ۳- مدل اجزاء محدود قطعه SCB در حالت: (a) دو بعدی (b) سه بعدی

در همه مدل های دو بعدی و سه بعدی شعاع قطعه $R=55\text{mm}$ و فاصله تکیه گاه تا محل ترک $S=27.5\text{mm}$ می باشد. بدین ترتیب نسبت $\frac{S}{R} = 0.5$ در نظر گرفته شده است. ضریب یانگ و نسبت پواسون ماده به کار رفته نیز به ترتیب 70 GPa و 0.28 می باشد. تعداد المان در مدل دو بعدی و ۹۳۶۰ المان در مدل سه بعدی ایجاد شده است.



شکل ۴- المان های سینگولار در اطراف نوک ترک



در تحلیل های انجام شده طول ترک ها به گونه ای تغییر می کند که $\frac{a}{R} = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ باشد. همچنین ضخامت نمونه ها به ترتیب $t=10, 20, 30, 40\text{mm}$ در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از تحلیل های المان محدود در بخش بعدی ارائه می گردد.

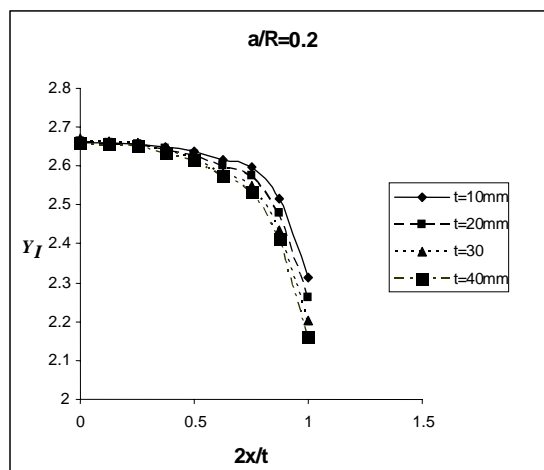
نتایج:

ضریب شدت تنش مود I و ترم تنش T در قطعه SCB به صورت روابط زیر ارائه شده است [۸]:

$$K_I = Y_I \frac{P}{2Rt} \sqrt{\pi a} \quad (۳)$$

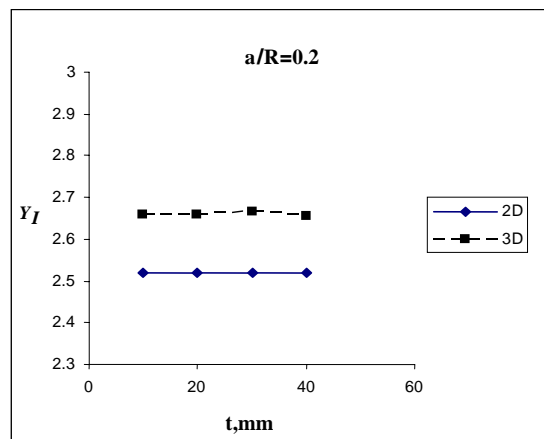
$$T = T^* \frac{P}{2Rt} \quad (۴)$$

که در آن T^*, Y_I ضرایب بدون بعد ضریب شدت تنش و تنش T می باشند. در شکل (۵) تغییرات Y_I در مدل سه بعدی به ازای ضخامت های مختلف و در طول جبهه ترک نشان داده شده است که در آن مبدأ X وسط ضخامت قطعه می باشد (شکل ۳).



شکل ۵- تغییرات ضریب هندسی (Y_I) در طول جبهه ترک به ازای ضخامت های مختلف

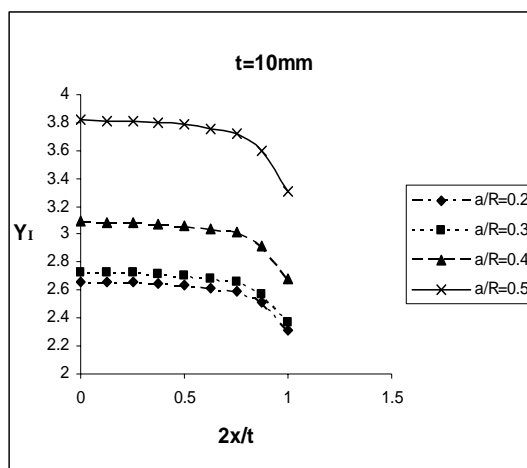
همان طور که مشاهده می گردد، هرچه از سطح آزاد قطعه به سطوح میانی قطعه نزدیک می شویم مقدار Y_I افزایش یافته و شیب نمودار کاهش می یابد و نشان می دهد، در مقادیر $\frac{2x}{t} < 0.5$ تقریباً مستقل از x است. بنابر این مقدار Y_I بدست آمده در $\frac{2x}{t} = 0$ را به عنوان پاسخ مدل سه بعدی



شکل ۶- تغییرات ضریب هندسی (Y_I) بر حسب ضخامت های مختلف در مدل دو بعدی و سه بعدی

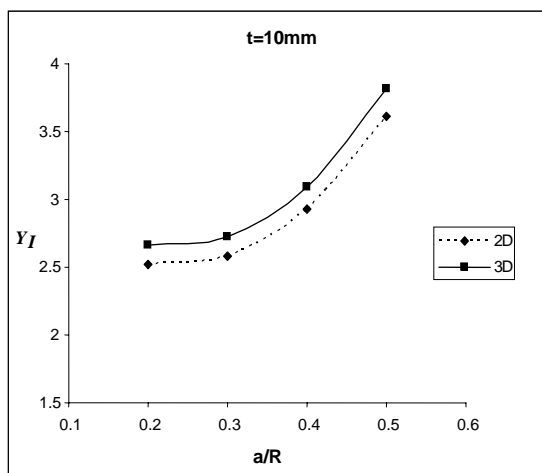


بر می‌گزینیم. همچنین هر چه مقدار ضخامت بیشتر می‌شود، اختلاف بین نتایج سطح آزاد و مرکز قطعه افزایش می‌یابد. در شکل (۶) تغییرات Y_I به ازای ضخامت‌های مختلف (تحلیل دو بعدی و سه بعدی) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، مقدار Y_I مستقل از ضخامت می‌باشد و اختلاف بین نتایج سه بعدی (در مرکز قطعه) و نتایج دو بعدی زیاد نیست. در شکل (۷) تغییرات Y_I به ازای طول ترک‌های مختلف در طول ضخامت مدل سه بعدی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، هر چه از سطح آزاد قطعه به سمت سطوح میانی قطعه می‌رویم Y_I افزایش یافته و شیب منحنی کاهش می‌یابد.



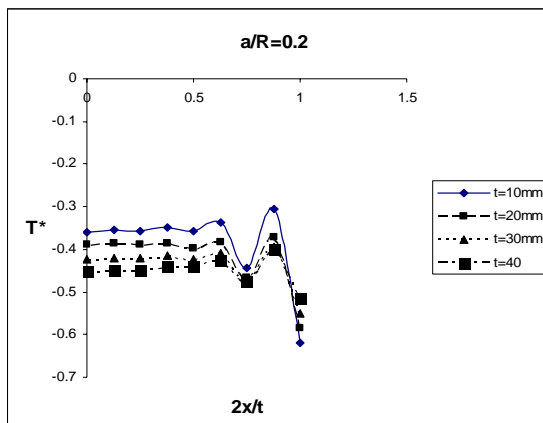
شکل ۷- تغییرات ضریب هندسی (Y_I) در طول ضخامت مدل سه بعدی به ازای طول ترک‌های مختلف

در شکل (۸) تغییرات Y_I به ازای طول ترک‌های مختلف نشان داده شده است (تحلیل دو بعدی و سه بعدی). همان‌طور که مشاهده می‌گردد، مقدار Y_I با افزایش طول ترک افزایش می‌یابد و اختلاف بین نتایج دو بعدی و سه بعدی به ازای تمام طول ترک‌ها تقریباً ثابت است.



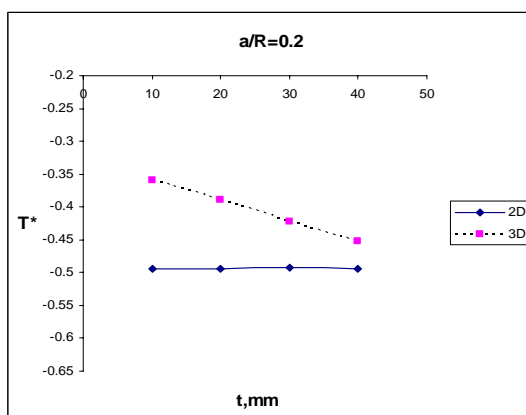
شکل ۸- تغییرات ضریب هندسی (Y_I) برحسب طول ترک‌های مختلف در مدل دو بعدی و سه بعدی

در شکل (۹) تغییرات T^* به ازای ضخامت‌های مختلف در طول ضخامت مدل سه بعدی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، بیشترین مقدار تنش T^* در سطح آزاد قطعه بوده و از $\frac{2x}{t} = 0$ تا $\frac{2x}{t} = 0.6$ تقریباً مقدار ثابتی برای T^* ارائه می‌گردد. بنابراین این مقدار T^* بدست آمده در $\frac{2x}{t} = 0$ را به عنوان پاسخ مدل سه بعدی بر می‌گزینیم. همچنین هر چه مقدار ضخامت کمتر می‌شود، اختلاف بین نتایج سطح آزاد و مرکز قطعه افزایش می‌یابد.



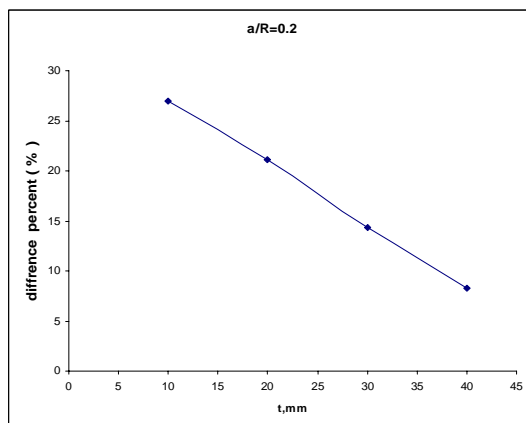
شکل ۹ - تغییرات T^* در طول ضخامت مدل سه بعدی به ازای ضخامت های مختلف

در شکل (۱۰) تغییرات T^* به ازای ضخامت های مختلف (تحلیل دو بعدی و سه بعدی) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می گردد، در مدل دو بعدی مقدار T^* مستقل از ضخامت می باشد ولی نمودار مدل سه بعدی نشان می دهد که با افزایش ضخامت مقدار T^* نیز افزایش می یابد. اختلاف بین نتایج بدست آمده برای T^* در مدل های دو بعدی و سه بعدی در شکل (۱۱) نشان داده شده است.



شکل ۱۰- تغییرات T^* بر حسب ضخامت های مختلف در مدل دو بعدی و سه بعدی

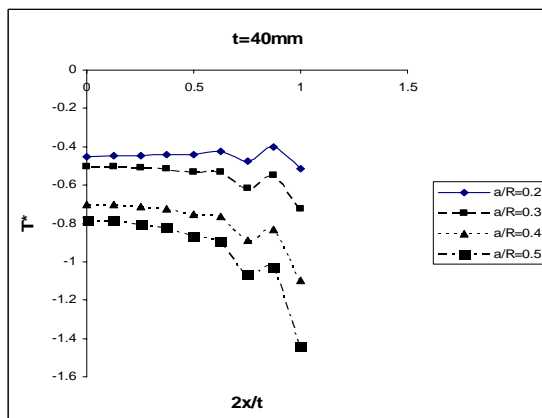
همان طور که در شکل (۱۱) مشاهده می گردد، هر چه مقدار ضخامت کمتر باشد درصد اختلاف بین نتایج مدل های دو بعدی و سه بعدی بسیار افزایش می یابد. بنابراین در ضخامت های کمتر برای محاسبه تنش T باید از مدل های سه بعدی استفاده کرد.



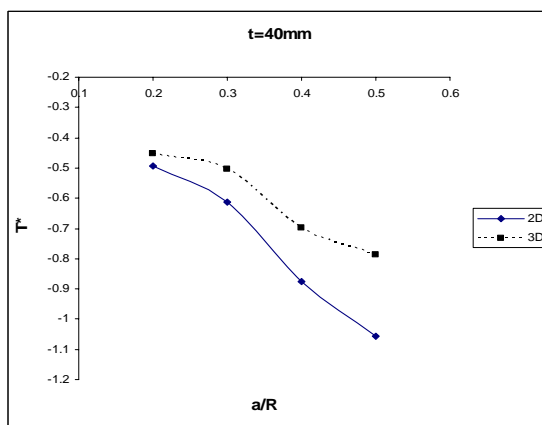
شکل ۱۱- درصد اختلاف نتایج T^* در مدل های دو بعدی و سه بعدی به ازای ضخامت های مختلف



در شکل (۱۲) تغییرات T^* به ازای طول ترک های مختلف در طول ضخامت مدل سه بعدی نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می گردد، بیشترین مقدار تنش T^* در سطح آزاد قطعه می باشد و از $\frac{2x}{t} = 0$ تا $\frac{2x}{t} = 0.6$ تقریباً مقدار ثابتی برای T^* ارائه می گردد. همچنین هر چه طول ترک بیشتر می شود، اختلاف بین نتایج سطح آزاد و مرکز قطعه افزایش می یابد.

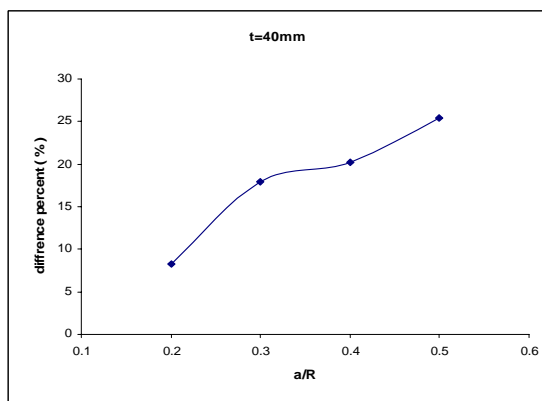


شکل ۱۲- تغییرات T^* در طول ضخامت مدل سه بعدی به ازای طول ترک های مختلف



شکل ۱۳- تغییرات T^* برحسب طول ترک های مختلف در مدل دو بعدی و سه بعدی

در شکل (۱۳) تغییرات T^* به ازای طول ترک های مختلف نشان داده شده است (تحلیل دو بعدی و سه بعدی). همان طور که مشاهده می گردد، مقدار T^* با افزایش طول ترک افزایش می یابد. در اینجا نیز اختلاف زیادی بین نتایج دو بعدی و سه بعدی دیده می شود. در شکل (۱۴) در صد اختلاف بین نتایج مدل های دو بعدی و سه بعدی ارائه شده است.



شکل ۱۴- درصد اختلاف نتایج T^* در مدل های دو بعدی و سه بعدی به ازای طول ترک های مختلف



همان طور که در شکل (۱۴) مشاهده می گردد، با افزایش طول ترک مقدار اختلاف بین نتایج مدل دو بعدی و سه بعدی افزایش می یابد. بررسی شکل های (۱۱) و (۱۴) نشان می دهد که هرچه طول ترک کمتر و مقدار ضخامت بیشتر باشد، اختلاف کمتری بین نتایج دو بعدی و سه بعدی وجود خواهد داشت.

جمع بندی و نتیجه گیری:

از نمودارها و بحث های مطرح شده نتایج زیر ارائه می گردد:

۱- از تحلیل مدل سه بعدی مقادیر مختلفی برای Y_I و T^* در طول جبهه ترک بدست می آید که با توجه به نمودار های ارائه شده، روند تغییرات داده ها با حرکت به سمت عمق ضخامت کاهش می یابد. بنابراین مقدار موجود در سطح میانی قطعه ($\frac{2x}{t} = 0$) به عنوان مقادیر Y_I و T^* در نظر گرفته می شود.

۲- با افزایش طول ترک مقدار Y_I افزایش یافته ولی با افزایش ضخامت قطعه مقدار Y_I تغییری نمی کند.

۳- با افزایش طول ترک مقدار T^* افزایش می یابد. با افزایش ضخامت قطعه در مدل دو بعدی مقدار T^* تغییری نمی کند در حالیکه در مدل سه بعدی مقدار آن افزایش می یابد.

۴- اختلاف نتایج بین مدل های دو بعدی و سه بعدی در ارتباط با T^* بسیار بیشتر از Y_I است.

۵- هرچه طول ترک کمتر و مقدار ضخامت بیشتر شود اختلاف نتایج در محاسبه T^* بین مدل های دو بعدی و سه بعدی کمتر است.

مراجع:

1. Ouchterlony, F. (1988) ISRM Suggested methods for determining fracture toughness of rocks. *Int. J. Rock. Mech. Min. sci. & Geomech. Abstr.*, 25, 71-96
2. Fowell, R. J. (1995) ISRM Suggested methods for determining mode I fracture toughness using cracked chevron notched Brazilian disk (CCNBD) specimens. *Int. J. Rock. Mech. Min. sci. & Geomech. Abstr.*, 32, 57-64
3. Lim, I.L., Johnston, I.W., Choi, S.K., Boland, J.N. (1994) Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending. Part 2 -mixed mode. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 31(3), 199-212.
4. Khan, K., Al-Shayea, N.A. (2000) Effect of specimen geometry and testing method on mixed I-II fracture toughness of a limestone rock from Saudi Arabia. *Rock Mech. and Rock Engng.*, 33 (3), 179-206.
5. Huang, J., Wang, S. (1985) An experimental investigation concerning the comprehensive fracture toughness of some brittle rocks. *Int J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 22(2),99-104.
6. Williams, M.L. (1957) On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 24, 109-114.
7. Courtin, S., Gardin, C., Bézine, G. and Ben Hadj Hamouda, H. (2005) Advantages of the J-integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS. *Engineering Fracture Mechanics*, 72, Issue 14, 2174-2185
8. Ayatollahi, M.R., Aliha, M.R.M. (2007) Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading. *Computational Materials Science*, 38, 660-670