



آنالیز عددی یک نمونه آزمایشگاهی جدید جهت بررسی رفتار شکست مود ترکیبی I/II در سنگ‌ها و مواد بتنی

مجیدرضا آیت الهی^۱، رامین پاکزاد^۲، محمدرضا محمد علیها^۳

۱- استاد، آزمایشگاه خستگی و شکست دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، آزمایشگاه خستگی و شکست دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- دانشجوی دکتری، آزمایشگاه خستگی و شکست دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

m.ayat@iust.ac.ir

خلاصه

در این مقاله از تحلیل‌های اجزاء محدود دو و سه بعدی نمونه دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی، برای محاسبه ضرایب شدت تنش K_I و K_{II} و پارامتر تنش T استفاده شده است. این نمونه یکی از قطعات مناسب برای انجام تست‌های شکست مود ترکیبی در سنگ‌ها می‌باشد؛ به طوری که با تغییر امتداد ترک نسبت به راستای بارگذاری، امکان ایجاد ترکیب‌های مختلفی از کشش و برش وجود دارد. در تحلیل‌های انجام شده تاثیر پارامترهایی چون ضخامت و زاویه ترک بر روی ضرایب بدون بعد Y_I و Y_{II} و T^* و B مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس تحلیل‌های اجزاء محدود انجام شده مشخص گردید که نتایج داده‌های حالت دو بعدی با داده‌های حالت سه بعدی در سطوح خارجی دیسک همخوانی تقریباً خوبی دارند. همچنین مقدار قدر مطلق پارامترهای شکست با دور شدن از سطوح میانی و رسیدن به سطوح خارجی قطعه در راستای ضخامت افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: دیسک سوراخ‌دار، مود ترکیبی، ضریب شدت تنش، روش اجزاء محدود.

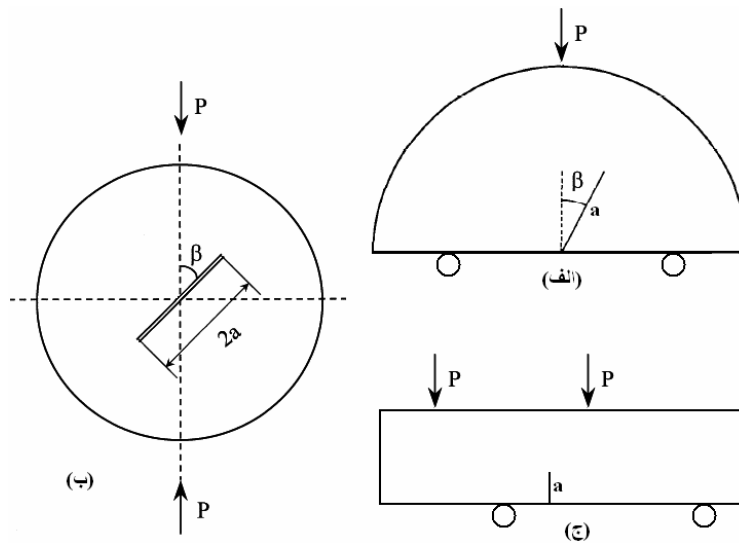
مقدمه

شکست زود هنگام قطعات و سازه‌های ترک‌دار منجر به پیدایش علم مکانیک شکست بدست بشر گردید. امروزه حفاری چاه‌ها و معادن زیرزمینی و ساخت تونل‌ها در عرصه فنون مهندسی کاری متداول است که در بسیاری از آنها طراحان با شکست توده‌های سنگی مواجه‌اند. وجود ترک و شکستگی اولیه در سنگ‌ها و دیگر مواد مهندسی امری اجتناب ناپذیر است که سبب می‌شود تا این سازه‌ها و توده‌های سنگی تحت بارهای مکانیکی یا سایر عوامل محیطی سریع‌تر گسیخته شوند. در عمل و در بسیاری از مواقع به علت پیچیدگی در هندسه یا بارگذاری، ترکیبی از بارهای کششی و برشی منجر به شکست قطعات ترک‌دار می‌شوند (شکست مود ترکیبی I/II). لازمه بررسی استحکام شکست این قطعات، مشخص بودن پارامتری به نام چقرمگی شکست می‌باشد. این پارامتر که از خواص ماده مورد بررسی است؛ میزان مقاومت آن را در برابر رشد و گسترش ترک مشخص می‌سازد. مناسب‌ترین راه اندازه‌گیری چقرمگی شکست مواد، آزمایش و شکست توسط قطعات مناسب آزمایشگاهی است. تاکنون نمونه‌های مختلفی برای تعیین چقرمگی شکست مود ترکیبی سنگ‌ها مورد استفاده قرار گرفته است [۶-۱]. تعدادی از آن‌ها در شکل ۱ ارائه شده‌اند. این قطعات از آن نظر مناسب خوانده می‌شوند که شکل ساده‌ای داشته؛ و تهیه و آماده سازی‌شان آسان می‌باشد. همچنین نیاز به فیکسچرهای پیچیده‌ای ندارند. از طرفی با استفاده از هر یک از آن‌ها می‌توان حالات مختلف بارگذاری مود خالص یا ترکیبی را ایجاد نمود. در مورد سنگ‌ها و مواد بتنی توجه به این نکته نیز ضروری است که اعمال بارگذاری فشاری به جای بارگذاری کششی مناسب‌تر می‌باشد. در این مقاله ابتدا یک نمونه جدید آزمایشگاهی با عنوان دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی جهت انجام تست‌های شکست مود ترکیبی در قطعات سنگی و بتنی معرفی گشته است؛ سپس پارامترهای شکست آن (ضرایب شدت تنش مود I و مود II و تنش T) توسط روش اجزاء محدود محاسبه و نتایج به صورت نمودارهایی ارائه شده و در پایان مزایای استفاده از این قطعه ذکر شده است.

^۱ استاد

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد

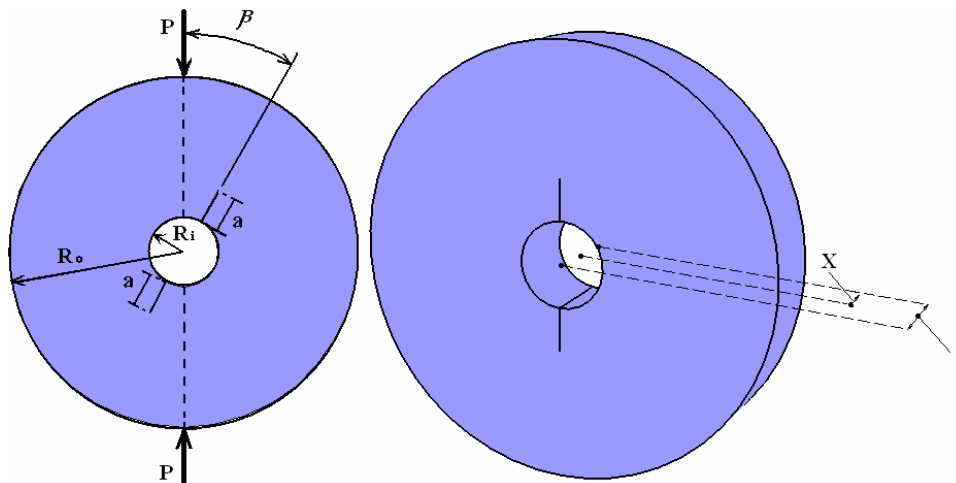
^۳ دانشجوی دکتری



شکل(۱): شکل شماتیکی از هندسه و بارگذاری چند قطعه آزمایشگاهی
 (الف) نیمه دیسک تحت خمش سه نقطه‌ای (ب) دیسک برزیلی (ج) تیر با ترک لبه‌ای تحت خمش چهار نقطه‌ای

معرفی دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی و پارامترهای بدون بعد آن

شکل ۲ هندسه و بارگذاری قطعه دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی را به تصویر کشیده است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده، این نمونه یک قطعه رینگ‌ی شکل با شعاع داخلی R_i و شعاع خارجی R_o می‌باشد. دو ترک هم امتداد (هر یک به طول a) در راستای قطر و در لبه سوراخ آن ایجاد شده است. بسته به اینکه راستای بار فشاری قطری نسبت به راستای ترک چه زاویه‌ای (β) داشته باشد؛ امکان ایجاد ترکیب‌های مختلفی از بارگذاری مود I و II وجود دارد. زمانی که زاویه β صفر است؛ قطعه در شرایط مود I خالص قرار دارد و لبه‌های ترک فقط از هم باز می‌شوند. محققانی چون شیرایف و کتکیس^۴ [۷]، دانل^۵ [۸] و فیشر^۶ [۹] از این قطعه برای محاسبه مقدار چقرمگی شکست مود I (K_{Ic}) سنگ‌ها استفاده کرده‌اند. با افزایش زاویه β اثر مود I کم و اثر مود II زیاد می‌گردد؛ تا در زاویه مشخصی قطعه در شرایط مود II خالص قرار می‌گیرد که در آن حالت لبه‌های ترک فقط روی هم می‌لغزند. مقدار این زاویه به طول ترک و شعاع سوراخ داخلی وابسته است.



شکل(۲): شکل شماتیکی از هندسه و بارگذاری قطعه دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی.

4- Shyryaev and Kotkis
 5- Danell et al.
 6- Fischer M.P.



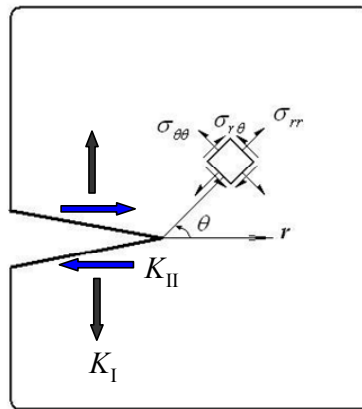
ویلیامز [۱۰] با استفاده از مدل تابع تنش ایری مولفه‌های تنش در هر نقطه از اطراف نوک ترک را به صورت یک بسط سری با بی‌نهایت جمله بدست آورد. با وجود این در نزدیکی نوک ترک فقط دو جمله اول این سری‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند؛ چرا که در نقاط نزدیک به نوک ترک - که تمرکز تنش وجود دارد- اثرات سینگولاریته ظاهر شده و دیگر جملات، در مقایسه با دو جمله اول قابل صرفنظر کردن می‌باشند. از این رو مولفه‌های تنش در نزدیکی نوک ترک فقط با در نظر گرفتن دو جمله اول بسط سری‌ها در مختصات قطبی به شکل زیر خواهد بود.

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + K_{II} \left(\frac{3}{2} \sin \theta - 2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \right] + T \cos^2 \theta + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (۱)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (۲)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] - T \sin \theta \cos \theta + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (۳)$$

که در آن‌ها K_I و K_{II} به ترتیب ضرایب شدت تنش مود I و مود II بوده و نشان دهنده جملات سینگولار در بسط سری تنش می‌باشند. ترم T نیز ترم تنش ثابت و غیر سینگولاری است که مستقل از فاصله از نوک ترک می‌باشد. همچنین r و θ بیانگر مختصات قطبی از نوک ترک هستند (شکل ۳).



شکل(۳): مولفه‌های تنش اطراف نوک ترک در مختصات قطبی و تحت اثر مودهای کششی K_I و برشی K_{II}

بر اساس مطالعات انجام شده توسط محققان مختلف سه پارامتر T ، K_{II} ، K_I پارامترهای مهمی هستند که رفتار شکست ترد در بارگذاری مود ترکیبی را کنترل می‌نمایند [۱۳ - ۱۱]. بنابراین برای بررسی شرایط شکست و تخمین بار بحرانی و چقرمگی شکست قطعات آزمایشگاهی ابتدا لازم است که پارامترهای مذکور در حالت‌های مختلف مود ترکیبی محاسبه گردد.

در نمونه مورد بررسی (دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی)، عوامل موثر بر توزیع تنش اطراف نوک ترک عبارتند از: طول ترک (a)، شعاع‌های داخلی و خارجی دیسک (R_o ، R_i)، مقدار نیروی اعمالی P و زاویه قرارگیری ترک (β). در این قطعه پارامترهای مذکور در فرم بدون بعدشان (T^* ، Y_{II} ، Y_I) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Y_I \left(\frac{R_i}{R_o}, \frac{a}{R_o - R_i}, \beta \right) = \frac{K_I (R_o - R_i) t}{P \sqrt{\pi a}} \quad (۴)$$

$$Y_{II} \left(\frac{R_i}{R_o}, \frac{a}{R_o - R_i}, \beta \right) = \frac{K_{II} (R_o - R_i) t}{P \sqrt{\pi a}} \quad (۵)$$



$$T^* \left(\frac{R_i}{R_o}, \frac{a}{R_o - R_i}, \beta \right) = \frac{T(R_o - R_i)t}{P} \quad (6)$$

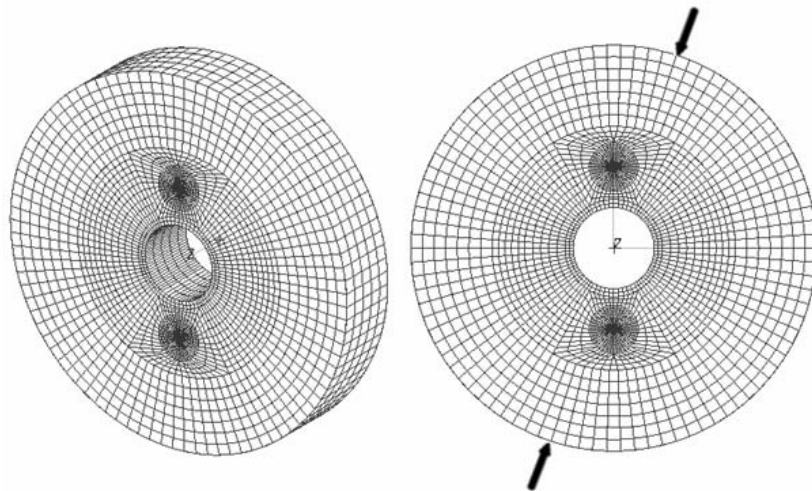
همچنین پارامتری به نام Biaxially ratio یا (B) که نشان دهنده نسبت تاثیر ترم غیر سینگولار تنش به ترم‌های سینگولار تنش می‌باشد به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{\sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}} \quad (7)$$

در روابط (۴) تا (۷) ضخامت قطعه می‌باشد. این ضرایب در بخش بعدی با استفاده از روش اجزاء محدود و با استفاده از نرم افزار ABAQUS برای حالت‌های مختلف محاسبه می‌گردد.

تحلیل‌های اجزاء محدود

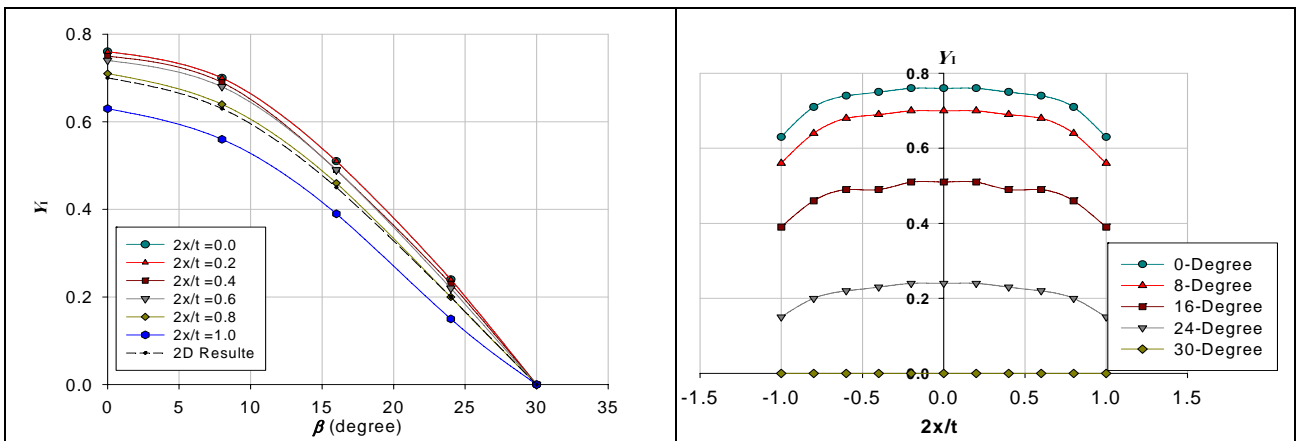
برای انجام تحلیل‌های اجزاء محدود، دیسک‌هایی با قطر خارجی ۱۰۰ mm، قطر داخلی ۲۰ mm، ضخامت ۲۰ mm و طول ترک ۱۰ mm به صورت سه بعدی مدل‌سازی و در پنج زاویه ۳۰، ۲۴، ۱۶، ۸، ۰ بارگذاری و تحلیل شد. نمونه‌ای از مدل المان محدود این قطعه در شکل ۴ نمایش داده شده است. تعداد تقریبی ۱۳۰۰۰ المان منشوری ۲۰ گرهی برای ساخت این مدل استفاده شده است. در مدل‌سازی اطراف نوک ترک از المان‌های ریزتر و بیشتری استفاده شده است. ضمناً برای در نظر گرفتن اثرات سینگولاریتی تنش، در نوک ترک المان‌های سینگولار به کار گرفته شده است. در این المان‌ها گره‌های میانی واقع بر اضلاع عمود بر جبهه ترک و واقع در نوک ترک به فاصله $\frac{1}{4}$ از نوک ترک منتقل می‌شوند. پس از ساختن مدل اجزاء محدود و اعمال بارگذاری مربوطه، مدل تحلیل الاستیک شده و از نرم افزار ABAQUS مقادیر K_I و K_{II} و T در طول جبهه ترک به دست آمد. در تحلیل‌های انجام شده مقادیر E و ν مربوط به یک سنگ نمونه ($E=2.94 \text{ GPa}$, $\nu=0.33$) در نظر گرفته شده است.



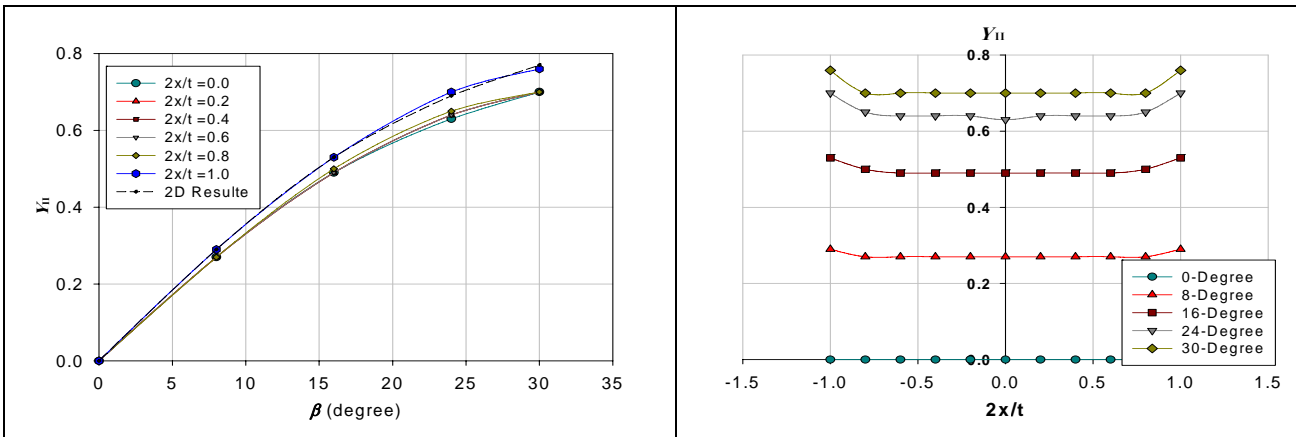
شکل (۴): نمای دو بعدی و سه بعدی مدل اجزاء محدود قطعه دیسک ترک‌دار با سوراخ مرکزی.

نتایج

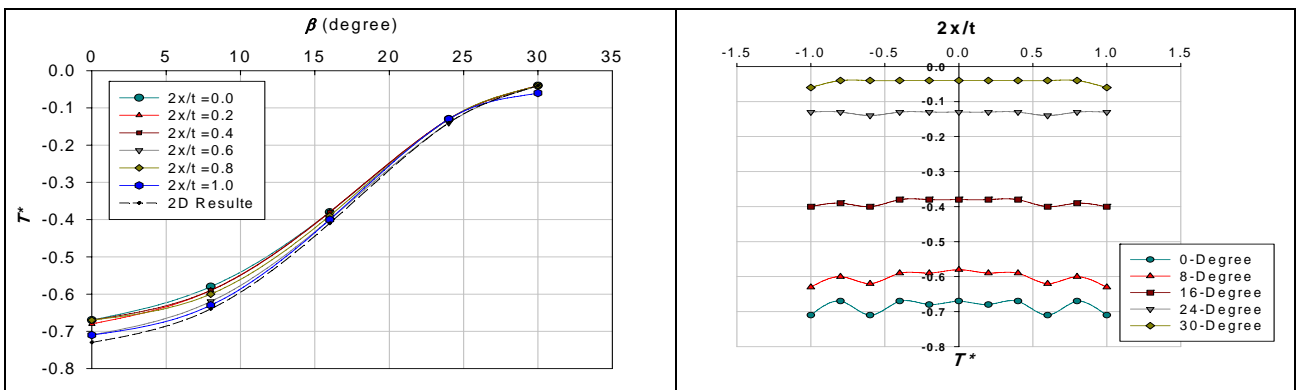
نتایج حاصل از تحلیل‌های انجام شده برای حالت $\frac{R_i}{R_o} = 0.2$ و $\frac{a}{R_o - R_i} = 0.25$ از مود I بارگذاری تا مود II بارگذاری در شکل‌های ۵ و ۶ و ۷ و ۸ نشان داده شده است. از تحلیل‌های اجزاء محدود مشخص گردید که برای این هندسه خاص مود II بارگذاری در زاویه ۳۰ درجه بوجود می‌آید. در این شکل‌ها ضرایب بدون بعد هندسی Y_I و Y_{II} و T^* و همچنین پارامتر B برای زوایای مختلف β ، در لایه‌های مختلفی از ضخامت به صورت نمودارهایی ارائه شده است. پارامتر x فاصله از مرکز ضخامت قطعه است که در شکل ۲ معرفی شده است.



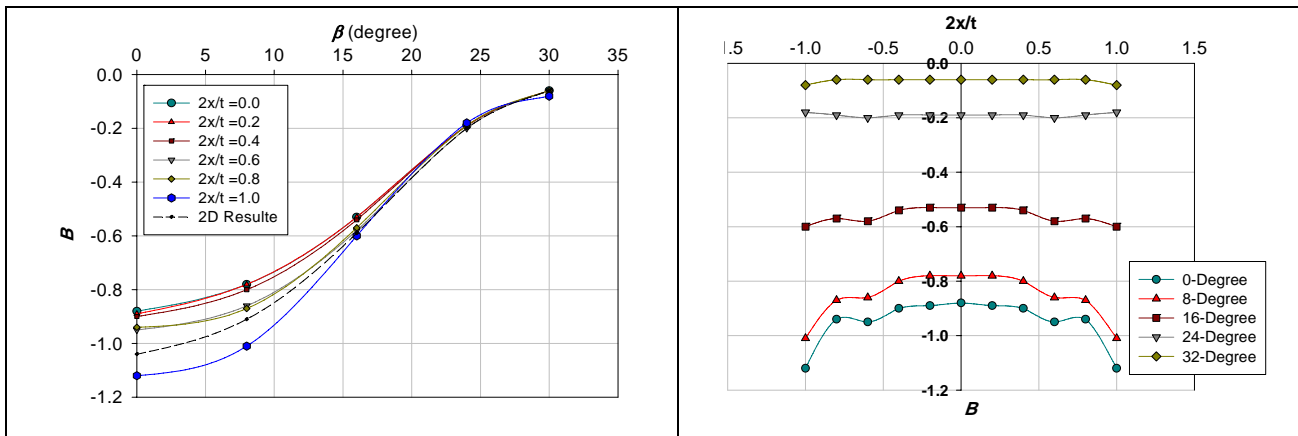
شکل (۵): تغییرات ضریب هندسی مود I (Y_I) بر حسب زاویه ترک β ، در لایه های مختلف از ضخامت از قطعه دیسک سوراخدار با ترک مرکزی.



شکل (۶): تغییرات ضریب هندسی مود II (Y_{II}) بر حسب زاویه ترک β ، در لایه های مختلف از ضخامت از قطعه دیسک سوراخدار با ترک مرکزی.



شکل (۷): تغییرات T^* بر حسب زاویه ترک β ، در لایه های مختلف از ضخامت از قطعه دیسک سوراخدار با ترک مرکزی.



شکل (۸): تغییرات پارامتر B Biaxially ratio بر حسب زاویه ترک β ، در لایه های مختلف از ضخامت از قطعه دیسک سوراخدار با ترک مرکزی.

از اشکال ۵ و ۶ مشخص است که با افزایش β مقدار Y_I کاهش و مقدار Y_{II} افزایش می یابد تا در زاویه ۳۰ درجه (مود II خالص) Y_I به صفر و Y_{II} به بیشترین مقدار خود می رسد. همچنین از این شکل ها می توان مشاهده نمود که مقادیر Y_I و Y_{II} جز در سطوح خارجی دیسک که یک جهش ناگهانی دارند، در دیگر لایه ها تقریباً یکسانند. از اشکال ۷ و ۸ نیز می توان روند افزایشی مقادیر T^* و B را با افزایش زاویه ترک β مشاهده نمود. در مجموع می توان گفت که مقادیر پارامترهای شکست برای قسمتهای میانی و داخل ضخامت قطعه ($-0.4 < 2x/t < 0.4$) تقریباً ثابت و مستقل از ضخامت است. همچنین از مقایسه ای که میان نتایج دو بعدی و سه بعدی انجام گرفته، مشخص است که در مورد Y_{II} و T^* نتایج دو بعدی با نتایج حاصل برای لایه های بیرونی انطباق بسیار خوبی دارد. نتایج تحلیل های سه بعدی نشان می دهد که مقادیر بدست آمده در قسمتهای میانی و سطوح خارجی دیسک با یکدیگر تفاوت داشته؛ به طور کلی قدر مطلق مقدار پارامترهای شکست در سطوح خارجی بزرگتر از قسمتهای میانی نمونه می باشد.

جمع بندی و نتیجه گیری

قطعه دیسک سوراخدار با ترک مرکزی که در این مقاله معرفی شد، قطعه مناسبی برای انجام تست های شکست مود ترکیبی I/II در سنگ ها می باشد. فرم دایره ای شکل این قطعه امکان تهیه آسان آن را از مغزه های موجود و بدون کمترین عملیات ماشین کاری فراهم می نماید. ضمناً ایجاد ترک از لبه های دایره داخلی به سهولت و با استفاده از یک تیغه اره نازک امکان پذیر است. در حالی که در گذشته از این قطعه برای تست چقرمگی شکست مود I سنگ ها استفاده شده است؛ می توان به راحتی و با چرخش زاویه ترک نسبت به راستای بار اعمالی ترکیب های مختلفی از مود I و مود II بارگذاری و حتی حالت مود II خالص را ایجاد نمود. با توجه به اینکه قطعات آزمایشی و سازه های ترکدار سنگی در عمل دارای حالت تنش سه بعدی می باشند لذا برای بررسی دقیق تر رفتار شکست، در این مقاله مدلهای سه بعدی قطعه دیسک سوراخدار که معرف رفتار واقعی آن می باشند در نظر گرفته شد. برای تعیین ضرایب بدون بعد هندسی در این قطعه از تحلیل های اجزاء محدود استفاده شد. نتایج نشان داد که به طور کلی تحلیل های دو بعدی با سه بعدی در سطوح خارجی دیسک همخوانی تقریباً خوبی دارند. از منحنی های ارائه شده در این مقاله می توان برای بررسی رفتار چقرمگی شکست مود ترکیبی سنگ ها با انجام تست های شکست بر روی این نمونه با هندسه خاص استفاده کرد.

مراجع

- [1] Khan, K. and Al-Shayea, N.A. (2000) Effect of specimen geometry and testing method on mixed I-II fracture toughness of a limestone rock from Saudi Arabia *Rock Mechanics and Rock Engineering* 33 (3), 179–206 .
- [2] Chang, S.H., Lee, C.I. and Jeon, S. (2002) Measurement of rock fracture toughness under modes I and II and mixed-mode conditions by using disc-type specimens *Engineering Geology* 66, 79–97 .
- [3] Lim, I.L., Johnston, I.W. and Choi, S.K. (1993) Stress intensity factors for semi-circular specimen under three-point bending *Engineering Fracture Mechanics* 44 (3), 363–382 .
- [4] Zipf R.K. and Bieniawski Z.T. (1990) Mixed- mode fracture toughness testing of coal *Int J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* ;27(6):479-93.



- [5] Huang J and Wang S. (1985). An experimental investigation concerning the comprehensive fracture toughness of some brittle rocks *Int J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*; 22(2):99-04.
- [6] Ingraffea, A.R. (1981). Mixed mode fracture initiation in Indiana limestone and Westerly granite, 22nd US Symp on Rock Mech. Cambridge, M.A., 186-191.
- [7] Shiryaev, A.M. and Kotkis, A.M. (1982). methods for determining fracture toughness of brittle porous materials *Industrial Laboratory*, 48, 9- pp. 917-918.
- [8] Danell, R., Karihaloo, B.L., Leung, L. and Lewis, J.A. (1978). Fracture toughness testing of geological materials *SEM/RILEM Int.conf. on Fracture of concrete and Rock, Houston, Texas, S.P. Shah & S.E. Swartz, (Eds.)*, 433-443 .
- [9] FISCHER, M.P., ELSWORTH, D., ALLEY, R.B. and ENGELDER, T. (1996). Finite element analysis of the modified ring test for determining mode I fracture toughness *Int. J. Rock. Mech. and Min. Sci.* 33, 1-15 .
- [10] Williams, M.L. (1957). On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*. 24. pp. 109-114.
- [11] Williams J.G, Ewing P.D. (1972). Fracture under complex stress - the angled crack problem. *International Journal of Fracture*; 8. pp. 441-446.
- [12] Smith D.J., Ayatollahi M.R. and Pavier M.J. (2001). The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed mode loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 24: pp.137-150.
- [13] Finnie I, Saith A. (1973). A note on the angled crack problem and the directional stability of cracks. *International Journal of Fracture*; 9: 484-486.