



بررسی خصوصیات هیدرولیکی پارامترهای پرش در مقاطع واگرا

مرتضی بختیاری¹، سید محمود کاشفی پور²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های آبی دانشگاه شهید چمران اهواز

2- دانشیار دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز

خلاصه

یکی از روش های کاهش هزینه احداث حوضچه های آرامش از نوع پرش هیدرولیکی، تغییر شکل مقطع و پلان حوضچه در جهت هم آهنگی با مقاطع بالادست و پایین دست، بدون استفاده از سازه های تبدیل می باشد. از طرفی، هرگونه تغییر در هندسه حوضچه، شرایط ایجاد جهش و خصوصیات هیدرولیکی آن را تحت تاثیر قرار می دهد [1]. هدف از این مطالعه، آنالیز خصوصیات پرش هیدرولیکی در کانال با مقطع واگرایی تدریجی می باشد. مشاهدات جریان فوق بحرانی در کانال واگرایی تدریجی نشان می دهد که خطوط جریان تقریباً شعاعی بوده و جهشی که تشکیل می شود بخشی از جهش هیدرولیکی دایره ای است. در این تحقیق خصوصیات هیدرولیکی پارامترهای پرش در مقاطع واگرا در کانال مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است، که به نوعی مرتبط با ایجاد حوضچه های آرامش از نوع پرش هیدرولیکی می باشد. بدین منظور، با تعمیم مبانی تئوری جهش هیدرولیکی در کانال های مستطیلی، روابط تئوری برای نسبت عمق ثانویه و افت نسبی انرژی استخراج و با انجام آزمایش هایی بر روی یک مدل فیزیکی، که برای این منظور طراحی و ساخته شده بود، طول و سایر مشخصات جهش مورد ارزیابی قرار گرفت. آزمایش ها برای 5 زاویه واگرایی (5/5، 15/5، 22/5 و 25 درجه) به اضافه جهش مستقیم در مقطع مستطیلی، صورت گرفت. نتایج بدست آمده از مقایسه های صورت گرفته بر روی پارامترهای مهم جهش نشان می دهد که در هر زاویه واگرایی نسبت عمق ثانویه، طول جهش کمتر از نسبت عمق ثانویه و طول جهش در مقطع مستطیلی مستقیم می باشد ولی افت نسبی انرژی در مقطع مستطیلی کمتر از افت نسبی انرژی در هر زاویه واگرایی است. هم چنین افزایش زاویه واگرایی موجب کاهش نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افزایش افت نسبی انرژی در مقایسه با کانال مستطیلی مستقیم می شود.

واژه های کلیدی: پرش هیدرولیکی، مقاطع واگرا، حوضچه آرامش

مقدمه

معمولاً در انتهای سازه هایی مانند سرریز سدها، تنداب ها، آبشارها و دریچه ها، به دلیل سرعت زیاد جریان، نیاز به سازه ای برای استهلاک انرژی جریان و کاهش سرعت آن به منظور جلوگیری از فرسایش و حفاظت از تاسیسات پایین دست می باشد. یکی از رایج ترین سازه های مستهلک کننده انرژی حوضچه های آرامش از نوع پرش هیدرولیکی می باشند که در آنها با شکل گیری جهش هیدرولیکی و عبور جریان از رژیم فوق بحرانی به زیر بحرانی، انرژی جریان مستهلک می شود. به دلیل گستردگی کاربرد حوضچه های آرامش با مقطع مستطیلی، تحقیقات زیادی در مورد این گونه مقاطع صورت گرفته است ولی در مورد انواع دیگر مقاطع که استفاده از آنها در بعضی مواقع الزامی و یا مقرون به صرفه است، اطلاعات کمی موجود می باشد. حوضچه های آرامش واگرا با مقطع مستطیلی یک نوع از حوضچه های آرامش می باشد که به دلیل عدم نیاز به استفاده از سازه تبدیل در ابتدا و انتهای آنها، در صورتی که از نظر نسبت عمق ثانویه، طول جهش و افت نسبی انرژی، قابل رقابت با حوضچه های کلاسیک (معمولی) باشند، جایگزینی مناسبی برای این گونه حوضچه ها خواهند بود. در مورد حوضچه های آرامش مستقیم با مقطع دوزنقه ای و نیز حوضچه های آرامش واگرا با مقطع مستطیلی، تحقیقاتی صورت گرفته و نکات مورد نیاز در طراحی آنها ارائه گردیده است که به برخی از آنها در ادامه اشاره می شود. پوزی و هسینگ، تاثیر شیب جانبی را بر طول پرش در حوضچه های دوزنقه ای بررسی کردند. در این پژوهش با استفاده از نتایج بدست آمده از آزمایش هایی که بر روی یک مدل آزمایشگاهی با شیب های جانبی $1(V):0/5(H)$ تا $1(V):2(H)$ صورت گرفت، مشخص شد که کاهش شیب جانبی باعث افزایش طول جهش نسبت به جهش کلاسیک می شود. دیکسین، رابطه ای تئوری برای نسبت عمق ثانویه در کانال دوزنقه ای ارائه کرد. نتایج این پژوهش نشان داد که با کاهش شیب جانبی، نسبت عمق ثانویه در مقطع دوزنقه ای در مقایسه با مقطع مستطیلی کاهش می یابد [5]. ماسی، رابطه تئوری برای نسبت عمق ثانویه در مقطع دوزنقه ای ارائه کرد. او همچنین کار خود را به صورت نموداری که با داشتن مقادیر دبی، عمق اولیه، عرض کف و شیب جانبی، می توان نسبت عمق ثانویه را برآورد کرد، ارائه نمود [2]. وانوسچک و هگر، ضمن ارائه رابطه تئوری مبتنی بر رابطه پیوستگی و مومنتم برای نسبت عمق ثانویه در مقاطع دوزنقه ای، خصوصیات جهش هیدرولیکی در این گونه مقاطع را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. از مهم ترین نتایج بدست آمده



در این تحقیق که برای کانال ذورنقه ای با شیب جانبی 1:1 صورت گرفت، می توان به کاهش عمق ثانویه، افزایش طول جهش در مقایسه با جهش کلاسیک، نامتقارن بودن پیشانی جهش و وجود گردابه های طولی در امتداد دیواره های جانبی جویچه های آرامش اشاره نمود [5].

اربابهیراما و ابلا، خصوصیات پرش هیدرولیکی در کانال مستطیلی واگرا را بررسی کردند. در این تحقیق با فرض ربع بیضی برای نیم رخ جهش و به کار گیری اصول پیوستگی، انرژی و مومنتم، روابطی برای نسبت عمق ثانویه و افت نسبی انرژی ارائه کردند. همچنین با استفاده از نتایج بدست آمده از آزمایش هایی که در یک کانال آزمایشگاهی واگرا با مقطع مستطیلی و با زوایای واگرایی 0 تا 13 درجه انجام گرفت، صحت روابط تئوری ارزیابی شد. نتایج همچنین نشان داد که واگرایی باعث کاهش نسبت عمق ثانویه، افزایش افت نسبی انرژی و کاهش طول نسبی جهش، در مقایسه با جهش کلاسیک می شود [3]. در این تحقیق هدف بررسی پارامترهای پرش در مقاطع واگرا می باشد. بدین منظور با انجام آزمایش پارامترهای پرش مورد اندازه گیری قرار گرفتند که در پایان نتایج بدست آمده ارائه می گردد.

تئوری جهش هیدرولیکی واگرا در مقاطع مستطیلی

برای تحلیل و تعیین روابط مربوط به جهش هیدرولیکی در مقاطع مختلف از اصول پیوستگی، انرژی و مومنتم، با بکار بردن فرضیات ساده شونده نظیر ناچیز در نظر گرفتن نیروهای وزن، اصطحکاک و مقاومت ناشی از هوا استفاده می گردد. آنچه که روابط مربوط به جهش هیدرولیکی در مقاطع واگرا را با جهش نرمال متفاوت و پیچیده تر می سازد، وجود نیروهای جانبی در اثر واگرایی دیواره ها که خود تابعی از طول جهش است، می باشد. بنابراین، شناخت نیمرخ طولی سطح آب در جهش، برای محاسبه این جزء نیرو ضروری می باشد. در این قسمت معادلات مربوط به نسبت عمق ثانویه و افت نسبی انرژی برای جهش هیدرولیکی واگرا ارائه گردیده است. و در ادامه نتایج حاصل از انجام آزمایش با معادلات تئوری مقایسه می گردد.

آنالیز جهش هیدرولیکی در مقاطع واگرا بر اساس فرضیات زیر انجام گرفته است. خطوط جریان شعاعی است. جریان ماندگار، تراکم ناپذیر و در بالادست جهش یکنوخت است. نیروی اصطحکاک در مرزها ناچیز و از اثر ورود هوا صرف نظر گردیده است. همچنین توزیع فشار در پرش هیدرواستاتیک فرض شده است. ضمناً منحنی نیمرخ سطح آب در طول جهش ربعی از بیضی بوده است.

در شکل (1) طرح کلی از پرش هیدرولیکی در یک کانال مستطیلی نشان داده شده است. معادله مومنتم به کار برده شده برای حجم کنترل نشان داده می تواند به صورت زیر نوشته شود. [4]

$$F_{sx} + F_{1x} + F_{2x} = \iint v_x (r\bar{V} \cdot d\bar{A}) \quad (1)$$

که در آن F_{sx} ، نیروی فشاری در جهت x ، F_{1x} ، F_{2x} ، نیروهای هیدرواستاتیک بخش (1) و (2) و $\iint v_x (r\bar{V} \cdot d\bar{A})$ ، مومنتم انتشار با خارج در حجم کنترل در جهت x هستند. اجزاء فشار هیدرواستاتیک در بخش (1) به صورت زیر بیان می گردد:

$$F_{1x} = \int_0^q \frac{gy_1}{2} y_1 r_1 \cos q dq \Rightarrow F_{1x} = \frac{gy_1^2 r_1}{2} \sin q \quad (2)$$

مشابه همین حالت برای F_{2x} داریم:

$$F_{2x} = \frac{gy_2^2 r_2}{2} \sin q \quad (3)$$

در این تحقیق انتهای پرش جایی منظور می شود که در آن بخش، جریان آرام شده است. پروفیل نیمرخ سطح آب در پرش ربعی از بیضی فرض شده که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{(y - y_1)^2}{(y_2 - y_1)^2} - \frac{(x - L)^2}{L^2} = 1 \quad (4)$$

فشار جانبی در طول دیواره های جانبی هیدرواستاتیک فرض شده و بنابراین نیروی حاصل از آن به صورت معادله زیر بیان می شود:

$$F_s = \int_0^L \frac{gy^2}{2} dx \quad (5)$$

اجزاء نیروهای جانبی در جهت x ، $F_x \sin q$ ، F_{sx} می باشد که پس از جایگزینی در معادله (4) به صورت زیر در می آید:

$$F_{sx} = g(r_2 - r_1) \left(\frac{y_2^2}{3} + 0.118y_2y_1 + 0.048y_1^2 \right) \sin q \quad (6)$$

ترم میزان مومنتم برای انتشار به خارج به صورت زیر بیان شده است:

$$\iint v_x (r\bar{V} \cdot d\bar{A}) = rV_2^2 y_2 r_2 \int_0^q \cos q dq - rV_1^2 y_1 r_1 \int_0^q \cos q dq = rV_2^2 y_2 r_2 \sin q - rV_1^2 y_1 r_1 \sin q \quad (7)$$



با جانشینی معادلات 2، 3، 6 و 7 و استفاده از معادله پیوستگی $V_2 = \frac{V_1 y_1 r_1}{y_2 r_2}$ در معادله 1 و پس از ساده کردن داریم:

$$2(r_0 - 1) \left(\frac{y_0^2}{3} + 0.118 y_0 + 0.048 \right) + 1 - r_0 y_0^2 = 2F_1^2 \left(\frac{1 - r_0 y_0}{r_0 y_0} \right) \quad (8)$$

در این معادله $r_0 = \frac{r_2}{r_1}$ ، $y_0 = \frac{y_2}{y_1}$ و $F_1^2 = \frac{V^2}{g y_1} = \frac{Q^2}{4b^2 g y_1^3}$ معادله (8) معادله پرش در کانال‌های واگرا می‌باشد. در تمامی معادلات فوق y_1 عمق اولیه پرش، y_2 عمق ثانویه پرش، r_1 شعاع اولیه پرش، r_2 شعاع ثانویه پرش می‌باشند.

اتلاف انرژی در جهش‌های واگرا

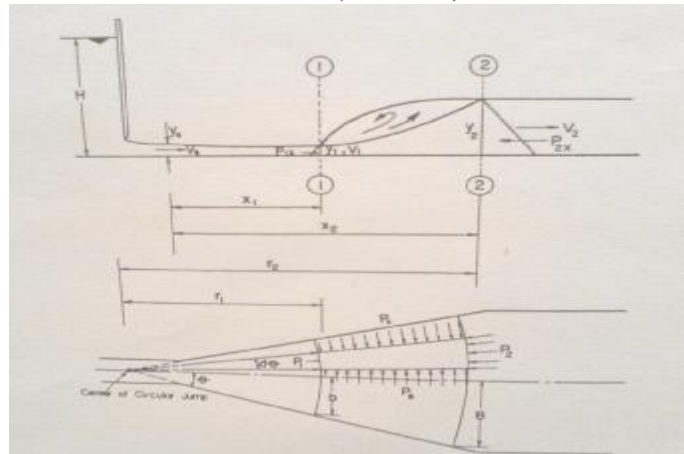
با استفاده از معادلات انرژی، پیوستگی و معادله (8)، شکل کلی اتلاف انرژی بین مقاطع (1) و (2) بدست می‌آید:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + (\Delta E)_{12} \quad (9)$$

در اینجا $(\Delta E)_{12} = E_1 - E_2$ ، با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$V_2 = \frac{V_1 y_1 r_1}{y_2 r_2} \quad (10)$$

$$\frac{(\Delta E)_{12}}{y_1} = \frac{F_1^2}{2} \left(\frac{r_0^2 y_0^2 - 1}{r_0^2 y_0^2} \right) + (1 - y_0) \quad (11)$$



شکل 1- نمای شماتیک پرش هیدرولیکی در مقاطع واگرا

مواد و روش‌ها

مراحل عملی و آزمایشات این تحقیق در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز صورت گرفت. در این تحقیق به منظور بررسی پرش هیدرولیکی در مقاطع واگرا 5 عدد مدل فیزیکی از جنس ورق پلکسی گلاس به طول‌های 86/05 سانتی متر، 34/65 سانتی متر، 28/98 سانتی متر، 19/6 سانتی متر، 17/74 سانتی متر که برای زاویه‌های واگرایی 5 درجه، 12/5 درجه، 15 درجه، 22/5 درجه و 25 درجه مورد استفاده قرار می‌گیرند، ساخته شد و با برقراری شرایط هیدرولیکی مورد نظر آزمایش‌های این تحقیق بر روی فلوم با عرض 25 سانتی متر، انجام گرفت. با توجه به اینکه اغلب پدیده‌ها در هیدرولیک به طرق پیچیده‌ای به پارامترهای هندسی و مولفه‌های جریان بستگی دارند. لذا با استفاده از آنالیز ابعادی، و پس از تجزیه و تحلیل آنها یک سری پارامتری بعد استخراج گردید. پارامترهای تاثیرگذار پرش هیدرولیکی در مقاطع واگرا عبارتند از: خصوصیات سیال جریان یافته شامل جرم واحد حجم سیال (ρ) و لزجت دینامیک (m). خصوصیات قابل تغییر جریان شامل سرعت متوسط ورودی (V_1)، عمق جریان فوق بحرانی (y_1)، عمق جریان در انتهای پرش (y_2)، عرض مقطع در محل عمق جریان فوق بحرانی (B_1) و عرض مقطع در محل عمق ثانویه پرش (B_2) (جریان آرام شده است). شتاب ثقل (g)، زاویه واگرایی (q)، طول پرش (L_j)، بر اساس تئوری باکینگهام با توجه به اینکه $m = 3$



و $n = 10$ می باشد لذا در مجموع 7 پارامتر بی بعد قابل استخراج است. برای یافتن پارامترهای بی بعد موثر در پرش هیدرولیکی مقاطع واگرا در حالت کلی سه متغیری بعد y_1 و V_1 و m را به عنوان متغیرهای تکراری که مجموعاً ابعاد M و L و T را دارا هستند، انتخاب می گردند. براین اساس پارامترهای بی بعد اولیه عبارتند از:

$$p_1 = \frac{rv_1 y_1}{m} \quad (12) \text{ عدد رینولدز در مقطع 1}$$

$$p_2 = \frac{v_1}{(gy_1)^{1/2}} \quad (13) \text{ عدد فرود در مقطع 1}$$

$$p_7 = \frac{y_2}{y_1} \text{ و } p_6 = \frac{y_2}{y_1} \text{ ، } p_5 = q \text{ ، } p_4 = \frac{B_2}{y_1} \quad (14)$$

با ترکیب پارامترهای بی بعد p_3 و p_4 پارامتر موثر بی بعد دیگری به شکل زیر بدست می آید:

$$p_{3,4} = \frac{B_1}{B_2}$$

با این تفاسیر توابع مورد نظر در پرش هیدرولیکی در مقاطع واگرا به صورت زیر استخراج می گردد.

$$\frac{y_2}{y_1} = f \left(F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, R_n = \frac{rv_1 y_1}{m}, \frac{B_1}{B_2} \right) \quad (15)$$

$$\frac{L_j}{y_1} = f \left(F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, R_n = \frac{rv_1 y_1}{m}, \frac{B_1}{B_2} \right) \quad (16)$$

با توجه به اینکه مقادیر اعداد رینولدز در این آزمایش ها زیاد بوده است لذا می توان از اثر لزوجت صرف نظر نمود. از طرفی از آنجائیکه $\frac{B_1}{B_2}$ به نوعی تاثیر زاویه واگرایی را نیز شامل می شود لذا می توان تاثیر پارامتری بعد q را نیز حذف نمود. در توابع مورد نظر به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{L_j}{y_1} = f \left(F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, \frac{B_1}{B_2} \right) \text{ و } \frac{y_2}{y_1} = f \left(F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, \frac{B_1}{B_2} \right) \quad (17)$$

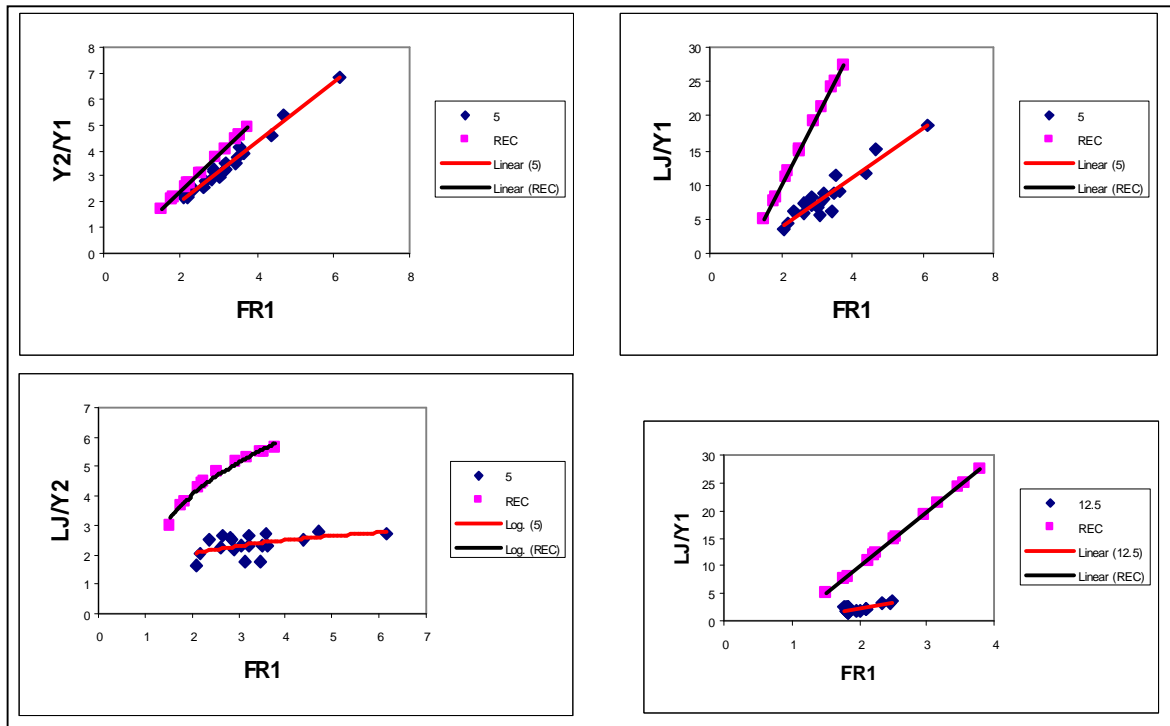
پس از نصب مدل ها در فاصله تقریبی 3 متری از ابتدای فلولم 25 سانتی متری آزمایشگاه دی‌های مختلفی مورد آزمایش قرار گرفت. با توجه به تاثیر عمق پایاب روی موضع پرش هیدرولیکی به کمک دریچه های پایین دست، محل وقوع پرش در محدوده تبدیل واگرا تنظیم می گردید. لازم به ذکر است در تمام آزمایش ها شیب مجرای فلولم آزمایشگاه برابر صفر تنظیم می شد. پس از ثابت شدن و برقراری کامل پرش در محدوده تبدیل اقدام به اندازه گیری پارامترهای مورد نظری گردید. این پارامترها عبارت بودند از عمق بالادست دریچه (y_p)، ارتفاع بازشدگی دریچه (y_0)، عمق اولیه پرش (y_1)، عمق ثانویه پرش (y_2)، عرض مقطع واگرا در محل عمق اولیه پرش (B_1)، عرض مقطع واگرا در محل عمق ثانویه پرش (B_2)، طول پرش (L_r)، ارتفاع آب روی سرریز 53 درجه. در اندازه گیری طول پرش با توجه به اینکه معیارهای متفاوتی برای تعریف آن وجود دارد، در این تحقیق، طول پرش از شروع تا جایی که غلطاب ها ونوسان های سطح آب در آن حداقل بوده و تغییرات عمق ناچیزی می گردد، در نظر گرفته شد. که این کار توسط متر پارچه‌ای که در کنار فلولم نصب شده بود انجام می گرفت. جهت اندازه گیری عمق بالا دست دریچه و ارتفاع بازشدگی آن نیز از مترهای جداگانه که بر روی فلولم و دریچه نصب شده بود، استفاده می گردید. به منظور اندازه گیری اعماق اولیه و ثانویه پرش از رقوم سنج با دقت 0/1 میلی‌متر استفاده گردید. این دستگاه بر روی فلولم به گونه ای قرار گرفته است که امکان اندازه گیری عمق در نقاط مختلف وجود دارد. لازم به ذکر است در تمامی آزمایش‌ها پرش به صورت کاملاً آزاد صورت پذیرفت.

3- نتایج و بحث

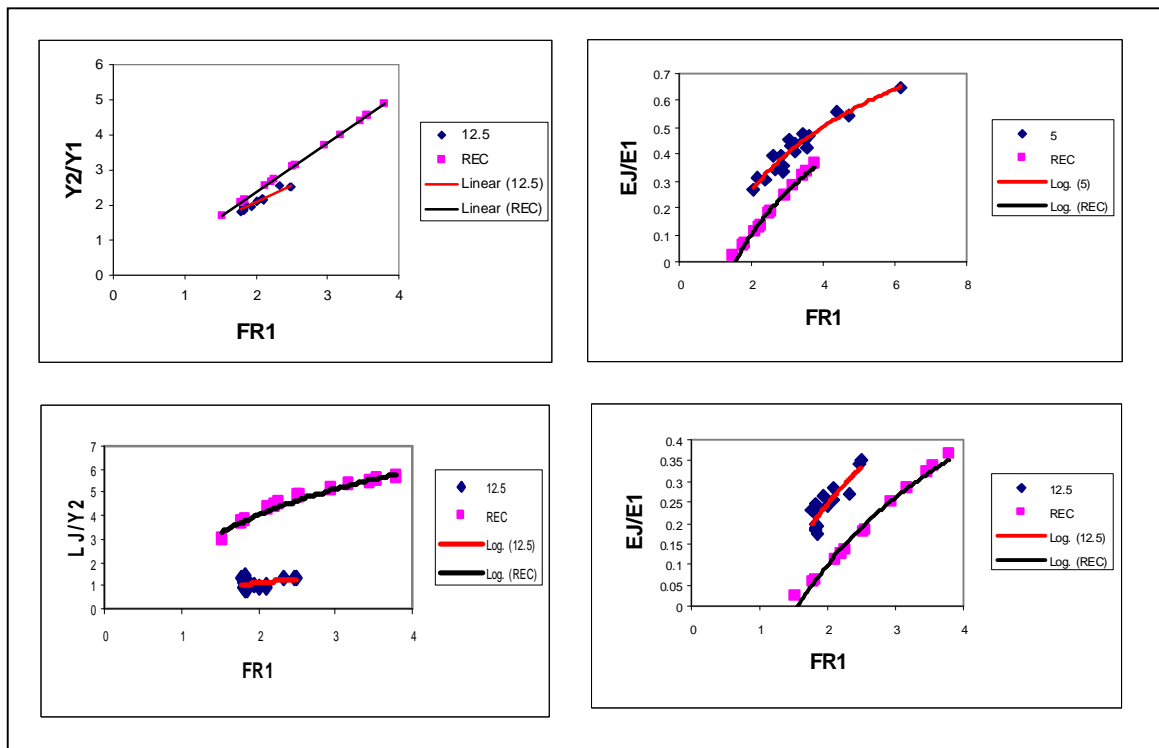
پس از انجام آزمایش‌ها و برداشت داده‌ها اقدام به آنالیز آنها صورت پذیرفت که نتایج بدست آمده در اشکال (2) تا (7) ارائه گردیده است. در اشکال (2) تا (6) برای هر زاویه واگرایی به صورت جداگانه نسبت اعماق مزدوج، طول پرش و افت نسبی در مقابل عدد فرود در مقایسه با پرش صورت گرفته در کانال مستطیلی مستقیم ترسیم گردید. همانطور که مشاهده می‌گردد در هر زاویه واگرایی با افزایش عدد فرود نسبت اعماق مزدوج، طول پرش



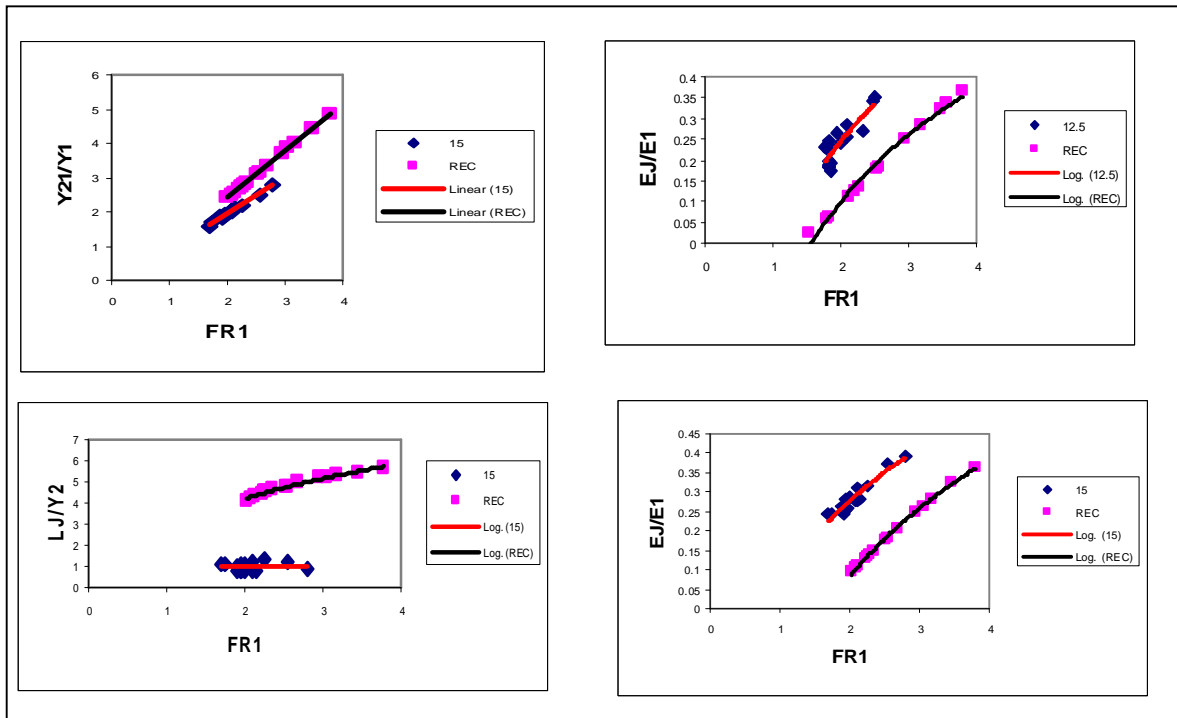
وافت نسبی انرژی افزایش می‌یابد. همین حالت نیز برای کانال مستطیلی مستقیم صادق می‌باشد اما در مقایسه این دو مشاهده می‌گردد که نسبت اعماق مزدوج، طول پرش در کانال مستطیلی بیشتر از کانال با مقاطع واگرا می‌باشد.



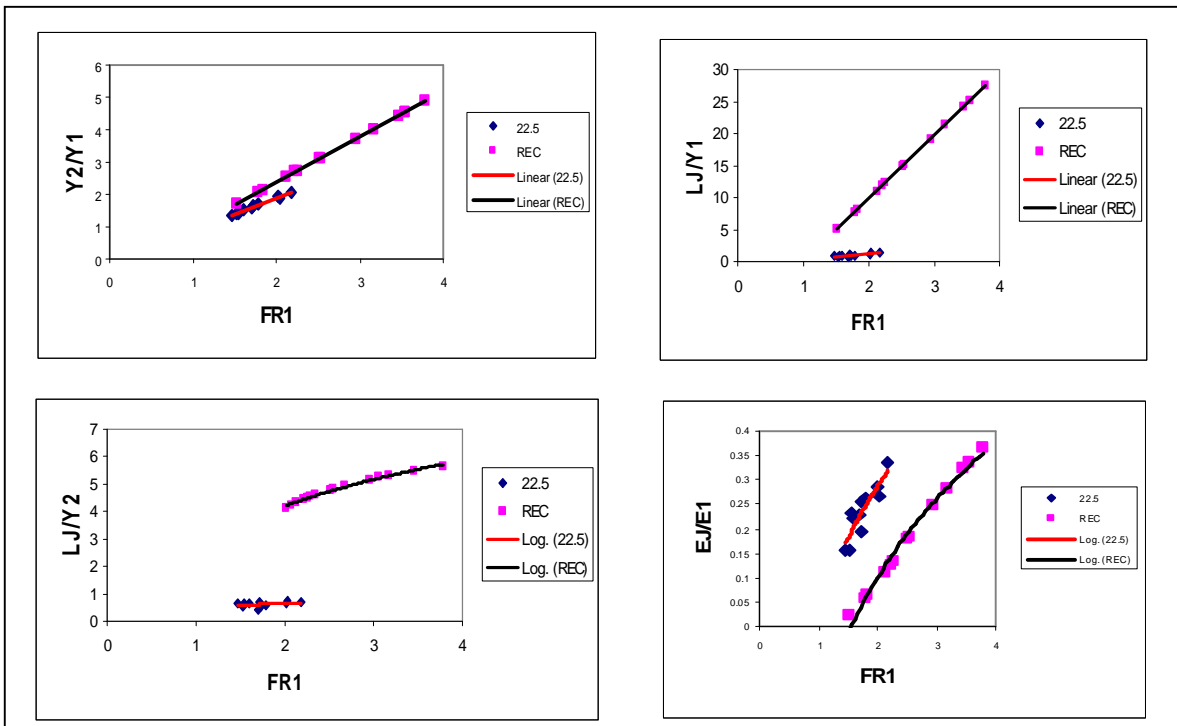
شکل 2- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی 5 درجه با کانال مستطیلی مستقیم



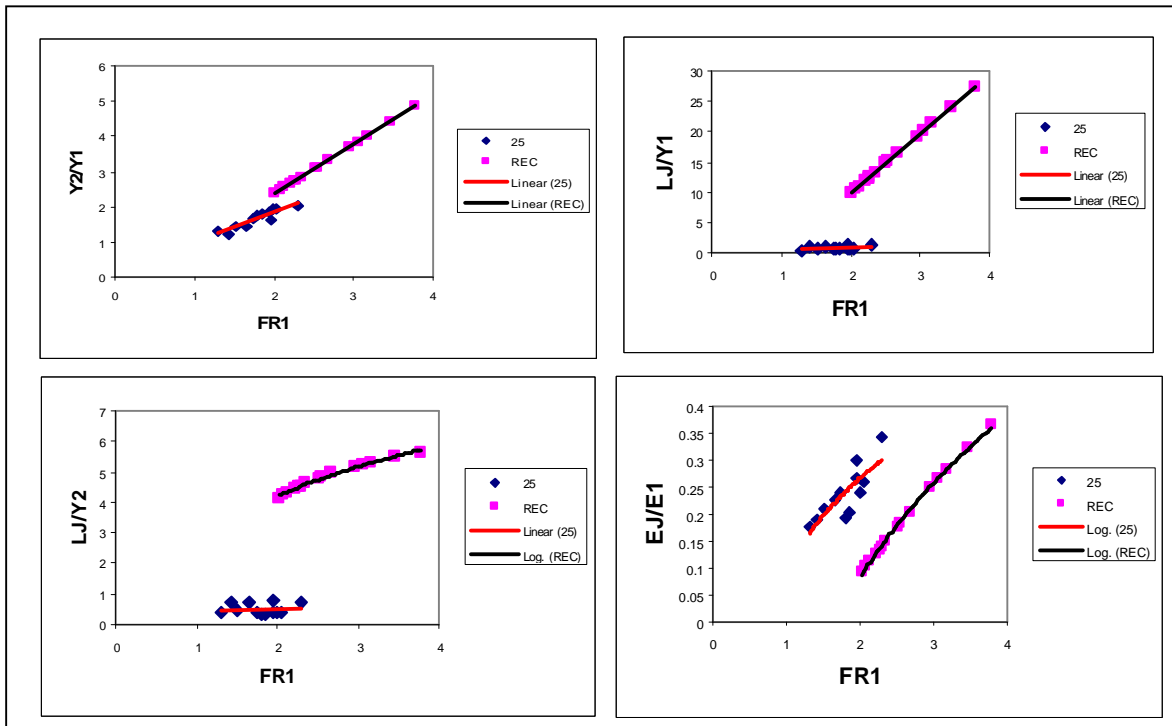
شکل 3- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی 12,5 درجه با کانال مستطیلی مستقیم



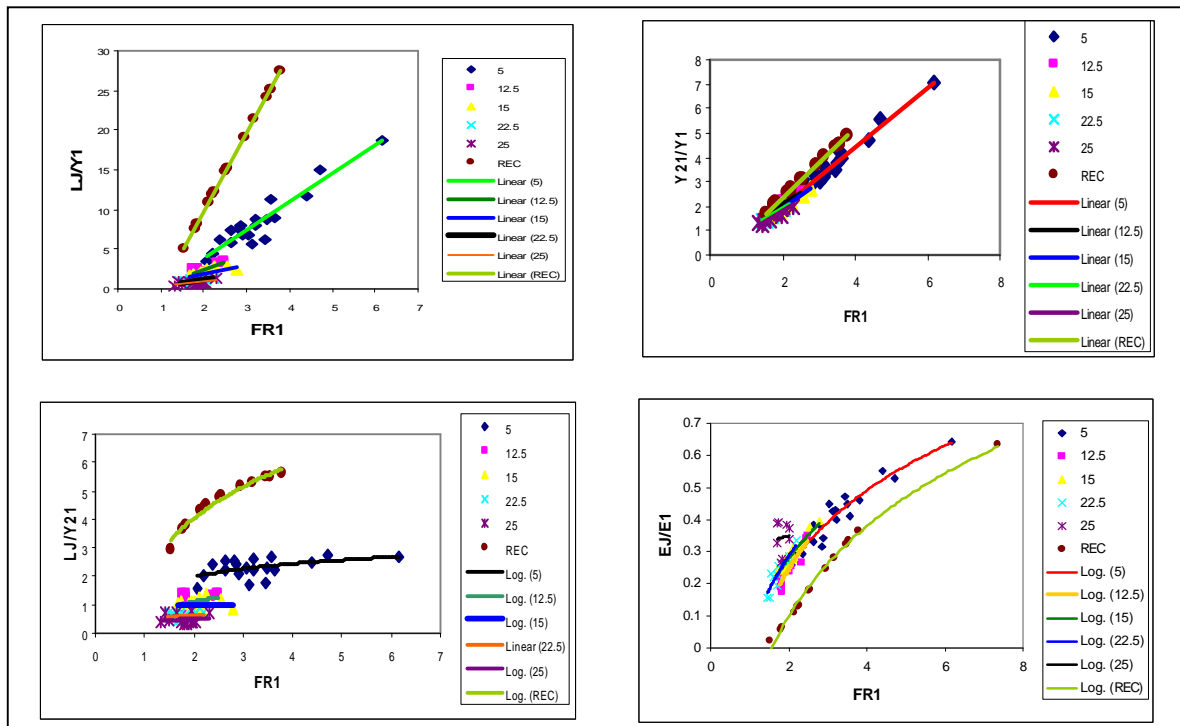
شکل 4- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی 15 درجه با کانال مستطیلی مستقیم



شکل 5- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی 22,5 درجه با کانال مستطیلی مستقیم



شکل 6- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی 25 درجه با کانال مستطیلی مستقیم



شکل 7- مقایسه نسبت عمق ثانویه، طول پرش و افت نسبی در زاویه واگرایی های مختلف با کانال مستطیلی مستقیم

اما افت نسبی انرژی در کانال با مقاطع واگرا بیشتر از افت نسبی انرژی در کانال مستطیلی می باشد. در شکل (7) نسبت اعماق مزدوج، طول پرش، افت نسبی برای هر زاویه واگرایی در مقایسه با کانال مستطیلی مستقیم ترسیم گردیده است همانطور که مشاهده می گردد نسبت اعماق مزدوج، طول پرش با افزایش زاویه واگرایی کاهش می یابد اما نسبت به کانال مستطیلی کمتر می باشد. افت نسبی با افزایش زاویه واگرایی افزایش می یابد به نحوی که در زاویه های بالاتر اتلاف انرژی بسیار بیشتر می باشد این میزان اتلاف انرژی در کانال های مستطیلی بسیار کمتر از اتلاف انرژی در مقاطع واگرا می باشد.



نتیجه گیری

نتایج بدست آمده از انجام این تحقیق به صورت زیر خلاصه می گردد:

- در هر زاویه واگرایی نسبت عمق ثانویه و طول پرش در مقایسه با کانال مستطیلی مستقیم کاهش می یابد.
- در هر زاویه واگرایی افت نسبی جهش در مقایسه با افت نسبی جهش در کانال مستطیلی مستقیم افزایش می یابد.
- با افزایش زاویه واگرایی در مقاطع واگرا نسبت عمق ثانویه و طول جهش کاهش می یابد.
- با افزایش زاویه واگرایی در مقاطع واگرا افت نسبی جهش افزایش می یابد. لازم به ذکر است در زاویه های بالاتر اختلاف افت نسبی نسبت به اختلاف افت نسبی در زاویه های کوچکتر بیشتر می باشد.
- واگرایی دیواره های حوضچه آرامش در کلیه مقاطع، در تثبیت جهش و کاهش طول آن موثر می باشد.

منابع

- [1]- حسینی، م و ابریشمی، ج. کتاب هیدرولیک کانال های باز. چاپ دوازدهم، 1384.
- [2]- امید، م. ح. 1376. جهش هیدرولیکی در مقاطع دوزنقه ای. مجله علوم کشاورزی ایران 28 (3): 113-121.
- [3]- امید، م. ح و اسمعیلی ورکی، م. 1384 مطالعه تئوری و آزمایشگاهی جهش هیدرولیکی واگرا در مقاطع دوزنقه ای شکل. مجله علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی 9(2): 17-29

[4] - ARABHABHIRAMA, A. and ABELLA, A. (1971). "Hydraulic jump within Gradually Expanding Channel". j. Hydraul. Division, ASCE 97(HYI), 31-34

[5] - Massy, B.S. 1966. Hydraulic jump in trapezoidal channel an improved method. Water Power 13:23

[6]- Peterka, A.J. 1983. Hydraulic design of stilling basin and energy dissipators. Engineering monograph. NO.25, U.S. bureau of reclamation