

توزیع فشار خاک وارد بر سازه های پشتیبان تحت شرایط استاتیکی و دینامیکی

محمدکیا خسروی^۱، نوید گنجیان^۲، اکبر پاشازاده^۱، ناصر خسروی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک خاک و پی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز

۲- دانشجوی دکترای تخصصی مکانیک خاک و پی دانشکده عمران دانشگاه تهران

۳- عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب

nganjian@ut.ac.ir

خلاصه

تعیین مقدار و نحوه توزیع فشار جانبی خاک وارد بر دیوارهای حائل از جمله مسائل اساسی علم مکانیک خاک است که از دیر باز مورد توجه محققان قرار گرفته است. هر چند از روش های مختلفی بدین منظور استفاده شده است، لیکن نتایج حاصل مطابقت زیادی، به ویژه از لحاظ نحوه توزیع تنش، با نتایج تجربی نداشته اند. در مقاله حاضر با استفاده از روش تعادل قطعات افقی، روابط جدیدی جهت تعیین نحوه توزیع تنش در حالت های محکم و مقاوم، و تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی استخراج گردیده است. جهت بررسی صحت و دقت نتایج روش پیشنهادی، این نتایج با نتایج تجربی آزمون های مدل موجود مقایسه گردیده است. مقایسه های صورت گرفته بیانگر نزدیکی مناسب میان نتایج حاصل از روش قطعات پیشنهادی و نتایج تجربی بوده است. بر اساس نتایج حاصل، توزیع تنش در پشت یک دیوار حایل، بر خلاف فرضیات رایج، بصورت غیرخطی خواهد بود.

کلمات کلیدی: رانش خاک، دیوار حائل، قطعات افقی، روش تعادل حدی.

مقدمه

تعیین فشار جانبی وارد بر سازه های نگهبان به عنوان یکی از مسائل پایه ای علم مکانیک خاک مورد توجه محققان مختلف بوده است. دیوارهای حائل وزنی و یا طره ای جزو رایج ترین سازه های نگهبان می باشند که کاربرد فراوانی در پروژه های مختلف عمرانی دارند. این دیوارها در اغلب موارد جهت مقابله با تنش های وارد از طرف خاک بر دیوار در حالت محکم طراحی می شوند.

تعیین نیروهای جانبی با دانستن مشخصات مقاومتی خاک و هندسه دیوار و با استفاده از روابط و تئوری های موجود صورت می گیرد. کاربردی ترین روش های مورد استفاده مهندسان در این زمینه، روش های مبتنی بر تئوری کولمب [1] و یا رانکین [2] است. کولمب با توجه به معادلات تعادل گوه گسیختگی خاک رابطه ای جهت تعیین ضریب فشار جانبی بر اساس هندسه دیوار، مشخصات خاک و زاویه اصطکاک بین خاک و دیوار ارائه نموده است. در مقابل روش رانکین تنها برای دیوارهای قائم بدون اصطکاک قابل کاربرد است.

روش های مورد استفاده در بررسی پایداری سازه های خاکی در حالت کلی به دو گروه روش های حدی و روش های عددی تقسیم می گردند. روش های حدی مبتنی بر مدل رفتار صلب-خمیری بوده و نیروهای مورد نظر را در حالت حدی گسیختگی محاسبه می کنند. این گروه شامل روش های تعادل حدی، آنالیز حدی و خطوط مشخصه می باشند. روش های عددی قابلیت استفاده از مدل های رفتاری پیچیده تر را داشته و قادر به بررسی تغییر شکل های خاک قبل و در هنگام گسیختگی می باشند.

روش های کولمب و رانکین تنها تعادل نیروهای وارد بر گوه گسیختگی بلوکی پشت دیوار را در نظر گرفته و قادر به ارائه توزیع تنش وارد بر دیوار نیستند. در این روش ها توزیع تنش در عمق به صورت خطی فرض می گردد، در حالیکه مشاهدات تجربی و آزمایشگاهی صورت گرفته توسط برخی محققان نشان می دهند که توزیع تنش وارد بر دیوار به صورت غیر خطی است.

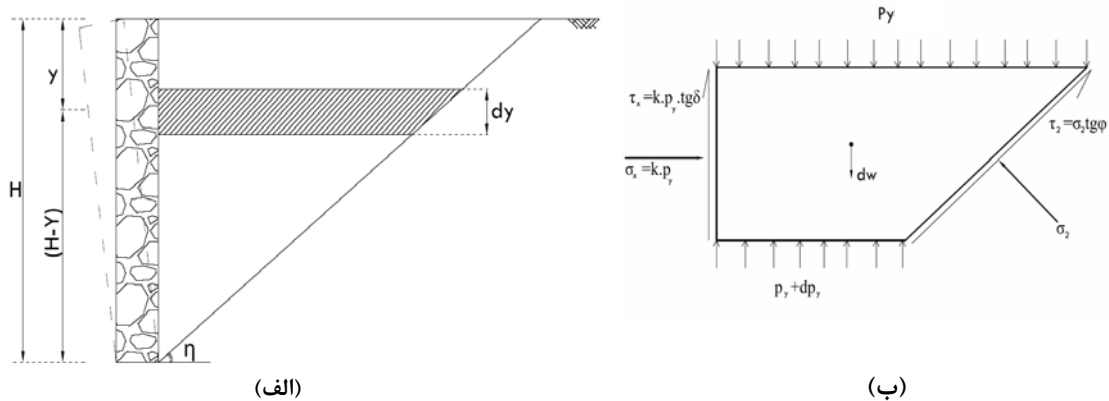
تحقیقات وسیعی در زمینه تعیین فشار جانبی خاک با استفاده از روش تعادل حدی تعمیم یافته صورت گرفته است که از آن جمله می توان به تحقیقات جانبو [3]، راهارچو و فردلند [4] و ترزاقی و همکاران [5] اشاره نمود. روش قطعات که به نوعی روش تعادل حدی است، کاربرد وسیعی در بررسی پایداری شيروانی ها داشته است (بیشاپ [6]، فلنیوس [7]، مورگنسترن و پرایس [8] و ...). در این روش گوه گسیختگی به تعدادی قطعه کوچکتر تقسیم شده و تعادل هر قطعه کنترل می گردد.

نظر به اینکه می توان خاک پشت دیوار حائل را شبیه یک شیروانی قائم در نظر گرفت، استفاده از روش قطعات در این مورد منجر به حصول نتایج بهتر و نیز نحوه توزیع تنش وارد بر دیوار در اعماق مختلف می گردد. البته شکل این قطعات بایستی به صورتی در نظر گرفته شود که علاوه بر سهولت محاسبات، با واقعیات نیز تطابق بیشتری داشته باشد.

چن و مورگنسترن [9] روشی تحلیلی جامعی مبتنی بر روش قطعات ارائه نموده و در ادامه آن را جهت تعیین میزان تنش وارد بر دیوارهای حائل در شرایط مختلف تعمیم داده اند. وانگ [10] نیز با استفاده از روش قطعات و فرض ضریب فشار جانبی خاک در حالت محرک، به بررسی فشار جانبی وارد بر دیوار پرداخته است. در مقاله حاضر با استفاده از روش قطعات پیشنهادی، نحوه توزیع فشار وارد بر دیوار در حالت های محرک و مقاوم و تحت بارهای استاتیکی و دینامیکی بررسی می گردد.

تعیین توزیع فشار جانبی وارد بر دیوار در حالت محرک استاتیکی

جهت تعیین نحوه توزیع فشار جانبی خاک، طبق شکل (الف-1) گوه گسیختگی به تعدادی قطعه افقی، تقسیم گردیده و تعادل نیروهای وارد بر المانهای تشکیل دهنده گوه گسیختگی بررسی می گردد. میزان و جهت نیروهای وارد بر گوه گسیختگی تابع حرکت نسبی دیوار (حالت های محرک و مقاوم) است.



شکل ۱ - استفاده از روش قطعات جهت تعیین فشار جانبی خاک، (الف) تقسیم توده گسیختگی به تعدادی المان افقی، (ب) تنش های وارد بر یک المان تیپ در حالت محرک و استاتیکی

تنش های وارد بر نمونه ای از المان های افقی فرضی (واقع در عمق y از سطح زمین) در حالت محرک، در شکل (الف-1) نشان داده شده اند. نیروهای وارد بر این المان شامل نیروی وزن المان (dw)، تنشهای نرمال و برشی وارد از طرف دیوار (σ_x ، τ_z)، تنش های قائم (P_y) و برشی ($P_y.Tan\phi$) وارد بر ضلع فوقانی و عکس العمل این نیروها روی سطح تحتانی المان (P_y+dp_y) و همچنین تنش های نرمال و برشی بر روی سطح گسیختگی اصلی (σ_2 ، τ_2) می باشند. جهت تنش های برشی وارد بر المان در سطح گسیختگی با توجه به نحوه حرکت نسبی المان و المان های فوقانی و تحتانی تعیین می گردد.

نیروی وزن با توجه به ابعاد المان و وزن مخصوص خاک (γ) تعیین می شود:

$$dw = \frac{H - y}{tg\eta} \cdot dy \cdot \gamma \quad (1)$$

مقدار نیروی برشی (τ_z) وارد از طرف دیوار بر المان تابع تنش قائم (σ_x) و اصطکاک بین دیوار و خاک (δ) بوده و برابر ($K \cdot P_y \cdot tg\delta$) فرض میگردد. با توجه به تعادل نیروها وارد بر المان در راستای افقی داریم:

$$\sigma_2 = \frac{K}{(1 - tg\phi \cot g\eta)} \cdot P_y \quad (2)$$

با اعمال رابطه تعادل نیروهای وارد بر المان در راستای قائم و جایگذاری مقادیر $\sigma_x = K \cdot P_y$ و $\tau_2 = \sigma_2 tg\phi$

$$P_y(H-y)\cot\eta + dW - K P_y \tan\delta dy - (P_y + dP_y)(H-y-dy)\cot\eta - \sigma_2 \tan\phi dy - \sigma_2 \cot\eta dy = 0 \quad (3)$$

با جایگذاری روابط ۱ و ۲ در معادله ۳، صرفنظر کردن از توان های دوم دیفرانسیلی و ساده سازی آن خواهیم داشت:

$$dP_y \cdot (H-y) + P_y \cdot A \cdot dy - \gamma \cdot (H-y) \cdot dy = 0 \quad (4)$$

که در آن

$$A = \left[1 - \frac{K(1 + \tan\phi \tan\eta)}{1 - \tan\phi \cot\eta} - K \tan\delta \tan\eta \right] \quad (5)$$

با حل معادله دیفرانسیل (۴) مقدار (P_y) بصورت ذیل بدست خواهد آمد:

$$P_y = -\gamma \frac{(H-y)}{(1-A)} + (H-y)^A * C \quad (6)$$

تنها مجهول باقیمانده در رابطه فوق، ضریب C است که مقدار آن با توجه به شرایط مرزی (صفر بودن مقدار تنش در سطح زمین) حاصل می گردد:

$$C = \frac{\gamma(H)^{1-A}}{1-A} \quad (7)$$

و با جایگذاری ضریب C در رابطه ۶، توزیع تنش افقی $(K_a \cdot P_y)$ در ارتفاع دیوار محاسبه می گردد.

$$\sigma_x = K_a \frac{\gamma(H-y)}{1-A} \left((1-y/H)^{A-1} - 1 \right) \quad (8)$$

لازم به ذکر است که زاویه η با توجه به مشخصات مقاومتی خاک، $45+\phi/2$ در نظر گرفته می شود. خاطر نشان می سازد حداکثر مقدار نیروی وارد بر دیوار متناظر با همین زاویه گسیختگی خاک می باشد. مقدار ضریب رانش جانبی خاک در حالت محرک (K_a) نیز می تواند با استفاده از رابطه کولمب (رابطه ۹) و یا از دیگر روش ها محاسبه می گردد:

$$K_a = \frac{\cos^2\phi}{\cos\delta [1 + \sqrt{\sin(\phi+\delta)\sin\phi/\cos\delta}]^2} \quad (9)$$

تنش محرک در حالت دینامیکی

در حالت دینامیکی، نیروی شبه استاتیکی معادل برای شتاب افقی با ضریب k_h ، برابر با $dW \cdot k_h$ ، بر دیگر نیروهای وارد بر المانها (شکل ۱-ب) افزوده شده و معادلات تعادل اعمال می گردد. در این حالت نیز مشابه حالت قبل بعد از اعمال شرایط تعادل نیروها در جهت های افقی و قائم، توزیع تنش قائم در ارتفاع دیوار $(P_y)_{dyn}$ قابل محاسبه خواهد بود. با توجه به تعادل نیروهای وارد بر المان در راستای افقی مقدار تنش σ_2 بدست می آید:

$$\sigma_2 = \frac{K_{dyn}(P_y)_{dyn} - k_h \cdot \gamma \cdot \cot\eta(H-y)}{1 - \tan\phi \cot\eta} \quad (10)$$

با اعمال تعادل نیروها در راستای قائم و جایگذاری مقادیر متناظر $\sigma_x = K_{dyn} \cdot (P_y)_{dyn}$ ، $\tau_2 = \sigma_2 \tan\phi$ معادله دیفرانسیل زیر بدست می آید:

$$(dP_y)_{dyn} (H-y) + (P_y)_{dyn} A \cdot dy - \gamma \cdot (H-y) \cdot B \cdot dy = 0 \quad (11)$$

که در آن ضریب A مطابق رابطه (۵) و ضریب B طبق رابطه زیر بدست می آید:

$$B = 1 + \frac{k_h(1 + \tan \eta_{dyn} \tan \phi)}{\tan \eta_{dyn} - \tan \phi} \quad (12)$$

با حل معادله دیفرانسیل (۱۱)، توزیع تنش قائم تحت شرایط دینامیکی $(P_y)_{dyn}$ در ارتفاع دیوار محاسبه می گردد:

$$(P_y)_{dyn} = -\gamma B \frac{(H-y)}{1-A} + (H-y)^A * C_d \quad (13)$$

با استفاده از شرایط مرزی در سطح زمین ($y=0$)، مقدار ضریب ثابت جواب معادله دیفرانسیل فوق برابر خواهد بود با:

$$C_d = \frac{\gamma \cdot B(H)^{1-A}}{1-A} \quad (14)$$

بنابراین، توزیع تنش افقی در ارتفاع دیوار محاسبه می گردد:

$$(\sigma_x)_{dyn} = K_{dyn} \frac{\gamma(H-y)}{1-A} B \left[(1-y/H)^{A-1} - 1 \right] \quad (15)$$

مقدار پارامترهای K_{dyn} و η_{dyn} در روابط فوق می توانند با استفاده از روابط ارائه شده در روش مونونوبه اکابه [11] محاسبه گردند. بدین منظور از روابط زیر استفاده می شود:

$$\psi = \tan^{-1} k_h \quad (16)$$

$$K_{dyn} = \frac{\cos^2(\phi - \psi)}{\cos \psi \cdot \cos(\delta + \psi) [1 + \sqrt{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \psi) / \cos(\delta + \psi)}]^2} \quad (17)$$

$$\eta_{dyn} = \phi - \psi + \tan^{-1} \left[\frac{-\tan(\phi - \psi) + C_{1E}}{C_{2E}} \right] \quad (18)$$

$$C_{1E} = \frac{\sqrt{1 + \tan(\delta + \psi) \cot(\phi - \psi)}}{\cos(\phi - \psi)} \quad (19)$$

$$C_{2E} = 1 + \tan(\delta + \psi) [\tan(\phi - \psi) + \cot(\phi - \psi)] \quad (20)$$

نحوه توزیع فشار جانبی وارد بر دیوار در حالت مقاوم استاتیکی

تعیین توزیع فشار جانبی خاک در حالت مقاوم نیز با استفاده از روش شرح داده شده در بخش های قبل امکان پذیر است. نیروهای وارد بر دیوار در این حالت مشابه با نیروهای وارد بر دیوار در حالت محرک (شکل ۱-ب) بوده و تنها تفاوت در جهت تنشهای برشی اعمالی بر المان می باشد. جهت تنش های برشی (τ_x, τ_2) تابع حرکت نسبی دیوار و المان خاک می باشد که در حالت مقاوم عکس حالت محرک خواهد بود. با توجه به این نکته، با اعمال معادله تعادل نیروهای وارد بر المان در راستای افقی و سپس قائم، معادله دیفرانسیل زیر حاصل می شود:

$$dP_y \cdot (H-y) + P_y \cdot A' \cdot dy - \gamma \cdot (H-y) \cdot dy = 0 \quad (21)$$

که در آن

$$A' = \left[-1 + \frac{K(1 + \tan \phi \tan \eta)}{1 + \tan \phi \cot \eta} - K \tan \delta \tan \eta \right] \quad (22)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق مقدار (P_y) در حالت مقاوم بصورت ذیل بدست خواهد آمد:

$$P_y = -\gamma \frac{(H-y)}{(1-A')} + (H-y)^{A'} * C_p \quad (23)$$

ضریب C_p نیز مشابه با حالت محرک با توجه به شرایط مرزی در سطح زمین برابر است با:

$$C_p = \frac{\gamma(H)^{1-A'}}{1-A'} \quad (24)$$

و با جایگذاری ضریب C_p در رابطه ۶، توزیع تنش افقی ($K_p.P_y$) در ارتفاع دیوار محاسبه می گردد.

$$(\sigma_x)_p = K_p \frac{\gamma(H-y)}{1-A'} \left((1-y/H)^{A'-1} - 1 \right) \quad (25)$$

زاویه η برابر $45-\phi/2$ در نظر گرفته می شود. مقدار ضریب رانش جانبی خاک در حالت مقاوم (K_p) نیز با استفاده از رابطه کولمب محاسبه می گردد:

$$K_p = \frac{\cos^2 \phi}{\cos \delta [1 - \sqrt{\sin(\phi + \delta) \sin \phi / \cos \delta}]^2} \quad (26)$$

بررسی و مقایسه نتایج

در این بخش جهت بررسی نحوه توزیع تنش در حالت های مختلف، ابتدا شکل منحنی توزیع فشار خاک در پشت یک دیوار حایل برای یک نمونه مسئله تیپ، با توجه به معادلات حاصل در قسمت های قبلی، ارائه شده و سپس اثر پارامترهای مختلف بر شکل این منحنی و نیز میزان مطابقت آن با نتایج تجربی و آزمایشگاهی مورد بررسی قرار می گیرد.

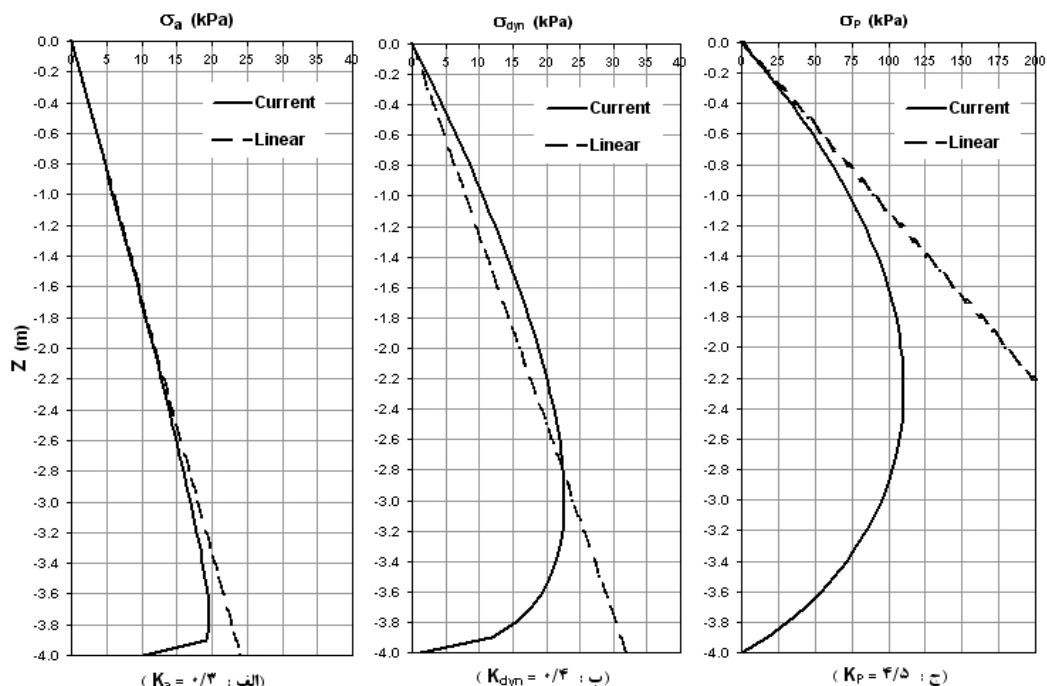
شکل (۲) نتایج حاصل را برای دیواری به ارتفاع ۴ متر و خاک دانه ای دارای وزن مخصوص ۲ تن بر مترمکعب و زاویه اصطکاک داخلی ۳۲ درجه نشان می دهد. زاویه اصطکاک میان خاک و دیوار ۱۰ درجه فرض شده است. در شکل (۱-الف) و (۱-ج) توزیع تنش حاصل از روش پیشنهادی با توزیع خطی حاصل از روش کولمب در حالت های استاتیکی محرک و مقاوم مقایسه شده است. در شکل (۱-ج) نیز توزیع تنش های حاصل، درحالی که ضریب شتاب افقی ۰/۱۵ بر دیوار و خاک اعمال می شود، مقایسه شده است.

ملاحظه می شود که در کلیه حالات مورد بررسی شکل منحنی توزیع تنش، غیر خطی بوده و مقدار کل نیروی وارد بر دیوار (جدول ۱) کمتر از مقدار متناظر حاصل از روش کولمب (و یا مونونوبه-اکابه) می باشد. گذشته از اختلاف عمده نتایج در زمینه نحوه توزیع تنش، اختلاف زیاد نتایج از نظر مقدار کل نیروی وارد بر دیوار در حالت مقاوم جالب توجه است.

همانگونه که انتظار می رود، محل اثر برآیند تنش ها در حالت دینامیکی بالاتر از محل اثر برآیند در حالت محرک استاتیکی می باشد.

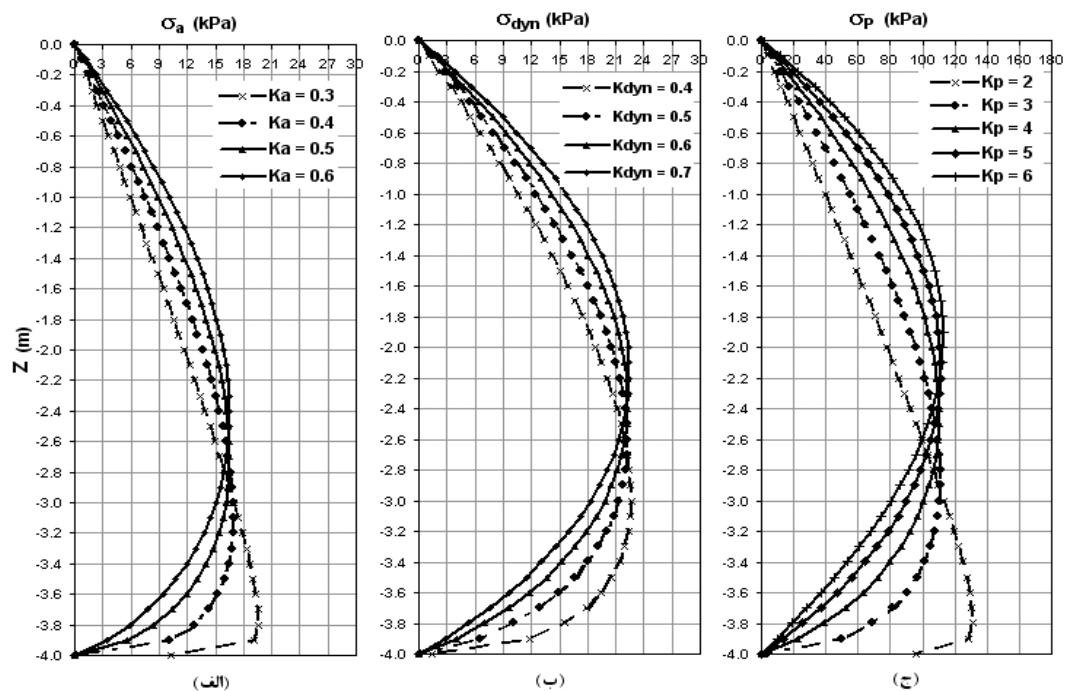
جدول ۱ - مقایسه نیروی کل وارد بر واحد طول دیوار حاصل از روش پیشنهادی و روش کولمب در حالات مختلف برای مسئله خاص مورد بحث

| مقدار نیروی کل وارد بر واحد طول دیوار (KN/m) | | ضریب رانش جانبی خاک K | وضعیت خاک پشت دیوار |
|--|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|
| روش حاضر | روش کولمب (توزیع خطی) | | |
| ۴۴/۵ | ۴۸/۰ | ۰/۳ | محرک (استاتیکی) |
| ۶۰/۲ | ۶۴/۰ | ۰/۴ | محرک (دینامیکی $k_h=0.15$) |
| ۲۹۹ | ۷۲۰ | ۴/۵ | مقاوم (استاتیکی) |



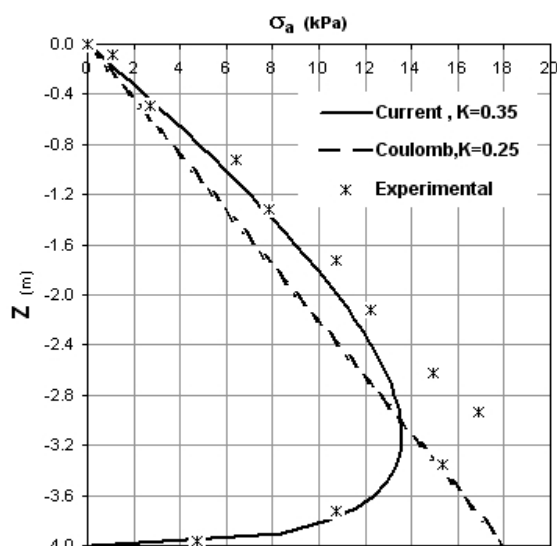
شکل ۲ - مقایسه نحوه توزیع تنش وارد بر دیوار حاصل از روش پیشنهادی و روش کولمب (توزیع خطی) برای مسئله مورد بحث در حالات: (الف) محرک استاتیکی، (ب) محرک دینامیکی و (ج) مقاوم استاتیکی

با توجه به اینکه روش پیشنهادی با فرض مشخص بودن ضریب فشار جانبی خاک، تنها نحوه توزیع تنش را بیان می کند، در شکل (۳) اثر مقدار ضرایب فشار جانبی انتخابی بر نحوه توزیع تنش وارد بر دیوار دارای مشخصات فوق الذکر در حالات مختلف نشان داده شده است. ملاحظه می شود که در این روش با افزایش ضریب فشار جانبی برای یک خاک با مشخصات ثابت، مقدار نیروی برآیند تغییری نداشته و تنها محل اثر آن به سمت بالا تغییر مکان می دهد.



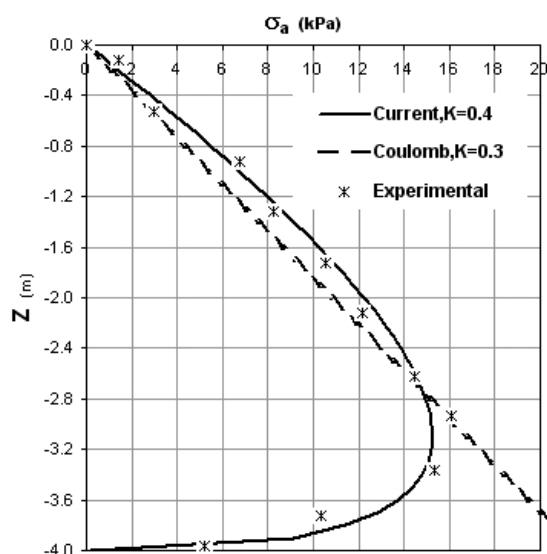
شکل ۳ - بررسی اثر ضریب رانش جانبی خاک بر نحوه توزیع تنش حاصل از روش پیشنهادی برای مسئله مورد بحث در حالات: (الف) محرک استاتیکی، (ب) محرک دینامیکی و (ج) مقاوم استاتیکی

کرلین [12] در سال ۱۹۷۷ مدلی با ابعاد واقعی از یک دیوار با ارتفاع ۴ متر ساخته و نحوه و مقدار فشار خاک وارد بر آن را در حالت محرک بررسی نموده است. ماسه مورد استفاده در پشت این دیوار در یک سری از آزمون های مدل دارای وزن مخصوص 18 kN/m^3 و زاویه اصطکاک داخلی ۳۷ درجه بوده و زاویه اصطکاک میان دیوار و خاک صفر در نظر گرفته شده است. در شکل ۴ نتایج حاصل از این آزمون تجربی با نتایج حاصل از رابطه پیشنهادی و نیز تئوری کولمب مقایسه شده است. بر اساس نتایج تجربی موجود، بر خلاف فرضیات رایج، توزیع فشار خاک وارد بر دیوار بصورت غیر خطی است. در روش کولمب، با توجه به مشخصات ماسه و دیوار، ضریب فشار جانبی خاک در حالت محرک برابر با 0.25 بدست آمده است، در حالیکه ملاحظه می شود فرض مقدار 0.35 ، برای این ضریب، در روش پیشنهادی منجر به نتایج بسیار نزدیک به واقعیت می گردد.



شکل ۴ - مقایسه نحوه توزیع تنش حاصل از روش پیشنهادی و روش کولمب با نتایج تجربی برای خاک دارای مشخصات $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$ ، $\phi=37$ ، $\delta=0$

در سری دیگری از آزمون های مدل انجام شده، ماسه مورد استفاده در پشت دیوار دارای زاویه اصطکاک داخلی ۳۲ درجه و زاویه اصطکاک میان دیوار و خاک ۱۰ درجه بوده است. در شکل ۵ نتایج حاصل از این آزمون با نتایج حاصل از رابطه پیشنهادی و نیز تئوری کولمب مقایسه شده است. ملاحظه می شود که با فرض ضریب فشار جانبی برابر با 0.4 ، نتایج حاصل از روش پیشنهادی تقریباً منطبق بر نتایج تجربی گردیده است.



شکل ۵ - مقایسه نحوه توزیع تنش حاصل از روش پیشنهادی و روش کولمب با نتایج تجربی برای خاک دارای مشخصات $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$ ، $\phi=32$ ، $\delta=10$

نتیجه گیری

در تحقیق حاضر نحوه توزیع فشار خاک وارد بر دیوارهای حایل در حالات محرک و مقاوم، و در شرایط استاتیکی و دینامیکی، با استفاده از روش قطعات و در نظر گرفتن فرضیات ساده کننده نزدیک به واقعیت مورد بررسی قرار گرفته و روابطی جهت تعیین توزیع فشار استخراج گردیده است. بررسی نتایج حاصل نشان می دهد که بر خلاف فرضیات و تصور رایج در طراحی دیوارها، توزیع تنش در پشت دیوار بصورت غیر خطی بوده و محل اثر نیروی معادل برآیند اندکی بالاتر از یک سوم ارتفاع دیوار خواهد بود. بر اساس مقایسه های انجام شده، مقدار برآیند تنش های حاصل از روش پیشنهادی و روش کولمب در حالت محرک و با فرض مقدار ضریب رانش یکسان در این دو روش تفاوت چندانی با همدیگر نداشته و تنها توزیع آنها متفاوت است. لیکن در حالت مقاوم، علاوه بر تفاوت در نحوه توزیع، مقدار نیروی حاصل از روش پیشنهادی به میزان قابل توجهی کمتر از مقدار نیروی حاصل از تئوری کولمب می باشد.

جهت بررسی صحت و دقت نتایج روش پیشنهادی، این نتایج با نتایج تجربی آزمون های مدل موجود مقایسه گردیده است. مقایسه های صورت گرفته بیانگر نزدیکی مناسب میان نتایج حاصل از روش قطعات افقی پیشنهادی و نتایج تجربی به ویژه در مورد دیوارهای دارای زاویه اصطکاک قابل توجه با خاک بوده است.

فهرست مراجع

- [1] Coulomb, C. A. (1776). "Essais sur une application des regles maximis et minimis a quelques problems de statique relatifs l'architecture, Mem. Acad. Roy. Pres. Divers, Sav., Paris 5, 7.
- [2] Rankine, W. J. M. (1857). "On the stability of loose earth.", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 147, pp. 9-27.
- [3] Janbu, N. (1973). "Slope stability computation in embankment dam engineering", John Wiley & Sons, New York, pp. 47-86.
- [4] Rahardjo, H., and Fredlund, D.G. (1984). "General limit equilibrium method for lateral earth force", Canadian Geotechnical Journal, 21: 166-175.
- [5] Terzaghi, K., Peck, R.B., and Mesri, G. (1996). "Soil mechanics in engineering practice", John Wiley & Sons, New York.
- [6] Bishop, A. W. (1955). "The use of the slip circle in the stability analysis of slopes", J. Soil Mech. ASCE, 101, CT II. 1105-1117.
- [7] Fellenius, W. (1927). "Erdstatische berechnungen mit reibung und kohesion". Ernest Verlag, Berlin.
- [8] Morgenstern, N.R., and Price, V.E. (1965). "The analysis of the stability of general slip surfaces", Géotechnique, 15(1): 79-83.
- [9] Chen, Z., and Morgenstern, N.R. (1983). "Extensions to the generalized method of slices for stability analysis", Canadian Geotechnical Journal, 20: 104-119.
- [10] Wang, Y. Z. (2000). "Distribution of earth pressure on a retaining wall", Geotechnique, Vol. 50, N. 1, 83-88.
- [11] Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). "On the determination of earth pressure during earthquakes.", Proceedings, world engineering congress, 9p.
- [12] Kerlyn, H. K. (1977). "Mechanics of granular structures.", Beijing: People Communication Publishing House [in Chinese; translated from Russian by Chen Wanjia].