

تحلیل ارتعاش آزاد برای ساختمان های بلند لوله در لوله

دکتر محسن گرامی ، استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

سید مهدی حاجی میراسمعیل ، دانشجوی کارشناسی ارشد ، دانشگاه سمنان*

محمد بزاز ، دانشجوی کارشناسی ارشد ، دانشگاه سمنان

*پست الکترونیک : mirmsmaili@yahoo.com

چکیده

در این مقاله یک روش حل تقریبی برای تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله فرمول بندی شده است. معادله حرکت دیفرانسیل با مشتقات جزئی به یک معادله دیفرانسیل معمولی با ضرائب متغیر تبدیل شده است با این فرض که تغییر شکل عرضی یک ارتعاش هارمونیک است و حل سری های توانی که ارائه می شود. تابع شکل مود را در ساختمان های بلند لوله در لوله نتیجه شده است. اعمال شرایط مرزی مساله مقادیر مرزی را نتیجه می دهد از معادله فرکانس به دست آمده و حل آن مطابق یک روش عددی فرکانس های طبیعی تعیین می شود. یک مثال عددی ارائه شده است و با نتایج در دسترس منتشر شده مقایسه شده است و دقت روش پیشنهادی نشان داده شده است. تاثیر فاکتور ها شامل صلیبیت خمشی ، جرم واحد طول و ارتفاع ساختمان بر روی فرکانس طبیعی بحث شده است. روش پیشنهادی در این جا قادر است. یک فرکانس طبیعی جانشین با دقت خوب را برای ساختمان های بلند لوله در لوله به وسیله ماشین حساب ها و دست وبدون استفاده از برنامه های کامپیوتری پیچیده محاسبه کند.

کلید واژه : ارتعاش آزاد ساختمان های بلند

۱. مقدمه

تحلیل ارتعاش آزاد نقش بسیار مهمی در طراحی ساختمان های بلند به خصوص در مود اول بازی می کند شکل مود اول در ارتعاشات القا شده توسط باد (یا زلزله) در ساختمان های بلند جزء غالب است. بنابراین روش های محاسبه فرکانس های طبیعی و شکل مود ها برای ساختمان های بلند مهم است. در دهه های اخیر تحقیقات بسیاری در مهندسی عمران به این موضوع اختصاص پیدا کرده است تا دقت روش های تئوری برای ارتعاش آزاد ساختمان های بلند را به دست آورند. **Wang** یک فرمول مستقیم از معادلات دیفرانسیل اشتروم لیووم درجه چهارم برای محاسبه فرکانس های طبیعی ساختمان های بلند لوله در لوله به دست آورد. متغیر اصلی انتخاب شده از معادله دیفرانسیل اشتورم لیوول درجه چهارم و مطابق شرایط نقاط انتهائی به دست می آید. طولی نکشید که **Wang** کارش را ادامه داد تا برنامه حل **ODE** را اصلاح کند و مقادیر ویژه را از حل عددی برای ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله محاسبه کند. یک نگرش موثر بر پایه روش سری های توانی کلاسیک برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی

دارای ضرائب متغیر در بسیاری موارد برای حل مسائل ارتعاشی پیچیده مشابه اعمال شد. مثلاً در سال های اخیر **Eisen berger** حل سری های توانی را برای به دست آوردن فرکانس ارتعاش تیر ها با یک یا دو پارامتر متغیر الاستیک را ارائه کرد. **Fongetal** از روش سری های توانی برای بیان حل همگن در محاسبه فرکانس ارتعاش بازو انعطاف پذیر دوار با جرم متحرک استفاده کرد. در این مقاله روند حل تقریبی برای تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله فرمول بندی شده است. معادله دیفرانسیل حرکت با مشتقات جزئی ساده شده است و به یک معادله دیفرانسیل با ضرائب متغیر کلی با فرض این که تغییر مکان عرضی یک ارتعاش هارمونیک است. از حل سری های توانی شکل مودها در ساختمان های بلند لوله در لوله به دست آمده است و اعمال شرایط مرزی مساله مقدار ویژه را برای پیدا کردن فرکانس های طبیعی ساختمان های بلند نتیجه می دهد. برای به دست آوردن جواب های غیر مبتدل دترمینان ماتریس ضرائب برای محاسبه فرکانس های طبیعی مساوی با صفر قرار داده می شود. یک مثال عددی برای تحلیل ارتعاش آزاد و ارزیابی فرکانس های طبیعی برای یک ساختمان لوله در لوله ارائه شده است. مقایسه نتایج منتشر شده دقت روش را نشان می دهد. برای بحث در مورد تاثیر فاکتورها شامل صلبیت خمشی، جرم واحد طول و کل ارتفاع روی فرکانس طبیعی ساختمان فرکانس طبیعی برای ۷۵۶ ساختمان بلند لوله در لوله با تعداد طبقات، سختی خمشی و جرم واحد طول متفاوت انجام شده است. هدف اصلی این مقاله الف: توسعه روند حل سری های توانی به عنوان یک روش جایگزین برای تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله ب: بحث دقت حل سری های توانی با عبارات محدود ج: بحث تاثیر فاکتورها شامل صلبیت خمشی، جرم واحد طول و کل ارتفاع در فرکانس طبیعی ساختمان های بلند لوله در لوله می باشد.

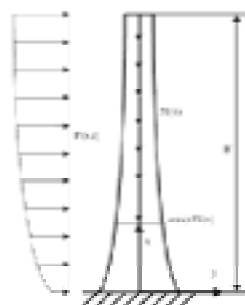
۲. حل و فرمول بندی مساله

۲-۱. روش حل سری های توانی

یک ساختمان بلند با صلبیت خمشی $EI(x)$ ، نیروی محوری فشاری $N(x)$ ، جرم واحد طول $m(x)$ و تحت اثر اعمال نیروی جانبی $p(x,t)$ که در شکل یک نشان داده شده است و مورد بررسی قرار گرفته است. معادله دیفرانسیل بر حسب مشتقات تغییر مکان عرضی

$y(x,t)$ می تواند به صورت یک دیفرانسیل با مشتقات جزئی درجه چهار مثل:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) + m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = P(x,t) \quad (1)$$



شکل 1. یک ساختمان بلند با سطح مقطع متغیر

در معادله 1 از تاثیرات میرایی صرف نظر شده است. برای تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان ها می توان نیروی خارجی را از $\mathbf{p}(\mathbf{x}, t)$ به صفر تغییر داد و متغیرها در معادله 1 را جدا کرد.

$$y(x, t) = Y(x)e^{i\omega t}, \quad (2)$$

تغییر مکان عرضی $\mathbf{y}(\mathbf{x}, t)$ یک ارتعاش هارمونیک فرض شده است که $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ تابع شکل مود و ω فرکانس طبیعی زاویه ای است. از جایگذاری معادله 2 در معادله 1، معادله با مشتقات جزئی برای تابع شکل مود $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ به یک معادله دیفرانسیل معمولی درجه 4 کاهش پیدا می کند.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI(x) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right) + \frac{d}{dx} \left(N(x) \frac{dY(x)}{dx} \right) - \omega^2 m(x) Y(x) = 0. \quad (3)$$

بدیهی است که معادله 3 یک معادله دیفرانسیل معمولی هگمن با ضرائب متغیر صلیبیت خمشی، نیروهای محوری و جرم واحد طول که توابعی کلی از x هستند، می باشد. به دست آوردن جواب دقیق معادله 3 بوسیله توابع مثلثاتی و هارمونیک معمولی مشکل است. این مشکل می تواند به طور دقیق بوسیله روش حل سری های توانی حل شود. به منظور حل معادله 3 سری های توانی در معادله مطابق فرم فیزیکی زیر قرار داده می شود:

$$EI(x) = \sum_{j=0}^i EI_j x^j, \quad N(x) = \sum_{j=0}^i N_j x^j, \quad m(x) = \sum_{j=0}^i m_j x^j. \quad (4)$$

که i یک عدد صحیح است که تعداد عبارات در هر سری را بیان می کند. EI_j ضریب j امین عبارت از سری توانی $EI(x)$ مشخص می کند، N_j ضریب j امین عبارت سری توانی $N(x)$ است و m_j ضریب j امین عبارت از سری توانی $m(x)$ است. بالاخره جواب $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ یک سری نامحدود به صورت زیر قرار داده شده است.

$$Y(x) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i x^i, \quad (5)$$

که y_i یک ضریب دلخواه است. با محاسبه همه مشتقات معادله 5 و جایگذاری آن ها در معادله 3 داریم.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i (i-j+2)(i-j+1)(j+2)(j+1) EI_{i+2} y_{i-j} x^i \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i 2(j+1)(i-j+3)(i-j+2)(i-j+1) EI_{i+1} y_{i-j} x^i \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i (i-j+4)(i-j+3)(i-j+2)(i-j+1) EI_{i-1} y_{i-j} x^i + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i (j+1)(j-1+1) N_{i+1} y_{i-j} x^i \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i (i-j+2)(i-j+1) N_{i-1} y_{i-j} x^i - \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i \omega^2 m_j y_{i-j} x^i = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

با استفاده از خاصیت یگانگی برای هر عبارت از معادله 6 داریم.

$$y_{i-j+4} = \frac{1}{(i-j+4)(i-j+3)(i-j+2)(i-j+1)EI_j} \left(\omega^2 m_j y_{i-j} - (i-j+2)(i-j+1)(j+2)(j+1)EI_{j+2} y_{i-j+2} - 2(j+1)(i-j+3)(i-j+2)(i-j+1)EI_{j+1} y_{i-j+3} - (j+1)(i-j+1)N_{j+1} y_{i-j+1} - (i-j+2)(i-j+1)N_j y_{i-j+2} \right) \text{ for } i = 0 - \infty, j = 0 - i. \quad (7)$$

رابطه 7 رابطه بازگشتی برای هر y_i است. این قابل توجه است که اگر آبه سمت بی نهایت میل کند، y_{i-j+4} به سمت صفر میل می کند. بنابراین جواب عمومی $y(x, \omega)$ می تواند به صورت زیر به دست آید.

$$Y(x) = C_1 Y_1(x, \omega) + C_2 Y_2(x, \omega) + C_3 Y_3(x, \omega) + C_4 Y_4(x, \omega). \quad (8)$$

ضرائب C_i از 1 تا 4 ضرائب دلخواه هستند که می توانند بوسیله اعمال شرایط مرزی مساله به دست آیند. برای به دست آوردن یک جواب غیر مبتذل سیستم دترمینان ماتریس ضرائب برابر با صفر قرار داده می شود.

$$D_{4 \times 4}(\omega) = 0. \quad (9)$$

معادله 9 معادله فرکانسی ارتعاش آزاد برای ساختمان های بلند را نتیجه می دهد. فرکانس های طبیعی می توانند بوسیله حل معادله 9 به دست آیند. استخراج تئوری های یک ساختمان بلند لوله در لوله و یک تیره طره ای در بخش های زیر ارائه شده است.

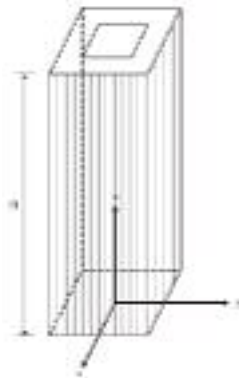
۲-۲. تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله.

معادله حاکم بر تغییر مکان عرضی ارتعاش آزاد برای ساختمان های بلند لوله در لوله مثل آن چه در شکل 2 نشان داده خواهد شد به صورت زیر است

$$\frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} - \alpha^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} + m \left(\frac{1}{EI_w} - \frac{\alpha^2 x^2}{2EI} \right) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (10)$$

که $y(x, t)$ تغییر مکان عرضی ساختمان بلند لوله در لوله را مشخص می کند و $\alpha^2 = k_f h \left(\frac{1}{EI_w} + \frac{1}{EI_f} \right)$ که k_f معادل صلبیت برشی طبقه است، h ارتفاع طبقه، EI_f صلبیت خمشی لوله بال، EI_w صلبیت خمشی لوله جان، m جرم واحد ارتفاع EI مجموع صلبیت خمشی لوله جان و لوله بال می باشد. جواب معادله 10 برای $y(x, t)$ می تواند به صورت ارتعاش هارمونیک به صورت زیر بیان شود

$$y(x, t) = Y(x)e^{i\omega t}$$



شکل ۲. مدل یک ساختمان بلند لوله در لوله

که ω فرکانس طبیعی ساختمان و $Y(x)$ تابع شکل مود می باشد. از جایگذاری عبارت جواب در معادله 10 معادله دیفرانسیل معمولی درجه 4 به صورت زیر استخراج می شود.

$$Y^{(4)}(x) - x^2 Y''(x) - m\omega^2 \left(\frac{1}{EI_w} - \frac{x^2 x^2}{2EI} \right) Y(x) = 0. \quad (12)$$

از معرفی یک مختصات محوری بی بعد در جهت x داریم:

$$\xi = \frac{x}{H} \quad (0 \leq \xi \leq 1). \quad (13)$$

با قرار دادن معادله 13 در معادله 12 داریم:

$$Y^{(4)}(\xi) - x^2 H^2 Y''(\xi) - mH^4 \omega^2 \left(\frac{1}{EI_w} - \frac{x^2 H^2 \xi^2}{2EI} \right) Y(\xi) = 0, \quad (14)$$

که H کل ارتفاع ساختمان را مشخص می کند. این بدیهی است که معادله 14 یک معادله دیفرانسیل معمولی درجه 4 با ضرائب متغیر است و $\xi = 0$ یک نقطه معمولی معادله است. بنابراین با اعمال روش حل سری های توانی می توان جواب مرتبط به متغیر ξ را به دست آورد. با فرض

$$Y(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n \quad (0 \leq \xi \leq 1) \quad (15)$$

که

$$Y''(\xi) = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n \xi^{n-2}, \quad Y^{(4)}(\xi) = \sum_{n=4}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3) a_n \xi^{n-4}. \quad (16a,b)$$

از جایگذاری معادلات 15 و a - ۱۶ و b - ۱۶ در معادله 14 و تغییر شاخص ها می توانیم معادله دیفرانسیل معمولی 14 را به صورت زیر به دست آوریم.

$$\sum_{n=4}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3)a_n \xi^{n-4} - \alpha^2 H^2 \sum_{n=4}^{\infty} (n-2)(n-3)a_{n-2} \xi^{n-4} - \frac{mH^4 \lambda}{EI_w} \sum_{n=4}^{\infty} a_{n-4} \xi^{n-4} + \frac{mH^6 \alpha^2 \lambda}{2EI} \sum_{n=6}^{\infty} a_{n-6} \xi^{n-4} = 0, \quad (17)$$

که $\lambda = \omega^2$ با استفاده از خاصیت یگانگی برای $n=4$ ضریب a_4 به صورت زیر به دست می آید.

$$a_4 = \frac{1}{4!} \left(\frac{mH^4 \lambda}{EI_w} a_0 + 2\alpha^2 H^2 a_2 \right). \quad (18)$$

به طور مشابه برای $n=5$ ضریب a_5 به صورت زیر به دست می آید.

$$a_5 = \frac{1}{5!} \left(\frac{mH^4 \lambda}{EI_w} a_1 + 6\alpha^2 H^2 a_3 \right) \quad (19)$$

رابطه بازگشتی برای هر $n \geq 6$ به صورت زیر تعیین می شود.

$$a_n = \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \left(\frac{mH^4 \lambda}{EI_w} a_{n-4} + (n-2)(n-3)\alpha^2 H^2 a_{n-2} - \frac{mH^6 \alpha^2 \lambda}{2EI} a_{n-6} \right). \quad (20)$$

از معادله 20 جواب عمومی برای $Y(\xi)$ به صورت زیر به دست می آید.

$$Y(\xi) = C_1 Y_1(\xi, \lambda) + C_2 Y_2(\xi, \lambda) + C_3 Y_3(\xi, \lambda) + C_4 Y_4(\xi, \lambda), \quad (21)$$

که

$$\begin{aligned} Y_1(\xi, \lambda) &= 1 + \frac{mH^4 \lambda}{4!EI_w} \xi^4 + \frac{1}{360} \left(\frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI_w} - \frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI} \right) \xi^6 + \dots, \\ Y_2(\xi, \lambda) &= \xi + \frac{mH^4 \lambda}{5!EI_w} \xi^5 + \frac{1}{840} \left(\frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{6EI_w} - \frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI} \right) \xi^7 + \dots, \\ Y_3(\xi, \lambda) &= \xi^2 + \frac{2\alpha^2 H^2}{4!} \xi^4 + \frac{1}{360} \left(\frac{mH^4 \lambda}{EI_w} + \alpha^4 H^4 \right) \xi^6 + \dots, \\ Y_4(\xi, \lambda) &= \xi^3 + \frac{6\alpha^2 H^2}{5!} \xi^5 + \frac{1}{840} \left(\frac{mH^4 \lambda}{EI_w} + \alpha^4 H^4 \right) \xi^7 + \dots. \end{aligned} \quad (22a-d)$$

این قابل توجه است که در معادلات 22 فقط 3 عبارت اول از جواب نشان داده شده است. برای بحث روی سرعت همگرایی جواب سری های توانی یک مطالعه بیشتر شامل عبارات بیشتری از جواب در قسمت 3 ارائه شده است.

برای تعیین فرکانس های طبیعی ارتعاش آزاد برای ساختمان های بلند لوله در لوله روی شرایط مرزی بحث شده است. با فرض این که ساختمان در پایه ثابت شده باشد به طوری که سطح مقطع لوله در پائین چرخش نداشته باشد. شرایط مرزی پایه به صورت زیر هستند

$$Y(0) = 0, Y'(0) = 0. \quad (23a-b)$$

ضمنالگرخمشی فقط در بالای لوله جان با شرایط مرزی مرتبط است.

$$Y''(1) = 0. \quad (24)$$

بعلاوه چون نیرو های برشی در لوله های جان و بال در هر سطحی از ارتفاع ساختمان در تعادل هستند، داریم.

$$Y'''(1) - \alpha^2 H^2 Y'(1) = 0. \quad (25)$$

از معادلات 23 تا 25 برای به دست آوردن معادله مشخصه از مساله مقدار مرزی جواب های غیر مبتذل استفاده می شود.

$$\begin{vmatrix} Y_1(0, \lambda) & Y_2(0, \lambda) & Y_3(0, \lambda) & Y_4(0, \lambda) \\ Y_1'(0, \lambda) & Y_2'(0, \lambda) & Y_3'(0, \lambda) & Y_4'(0, \lambda) \\ Y_1''(1, \lambda) & Y_2''(1, \lambda) & Y_3''(1, \lambda) & Y_4''(1, \lambda) \\ Y_1'''(1, \lambda) - \alpha^2 H^2 Y_1'(1, \lambda) & Y_2'''(1, \lambda) - \alpha^2 H^2 Y_2'(1, \lambda) & Y_3'''(1, \lambda) - \alpha^2 H^2 Y_3'(1, \lambda) & Y_4'''(1, \lambda) - \alpha^2 H^2 Y_4'(1, \lambda) \end{vmatrix} = 0. \quad (26)$$

معادله 26 معادله فرکانسی برای ارتعاش آزاد ساختمان بلند لوله در لوله است. فرکانس طبیعی می تواند از حل معادله 26 تعیین شود.

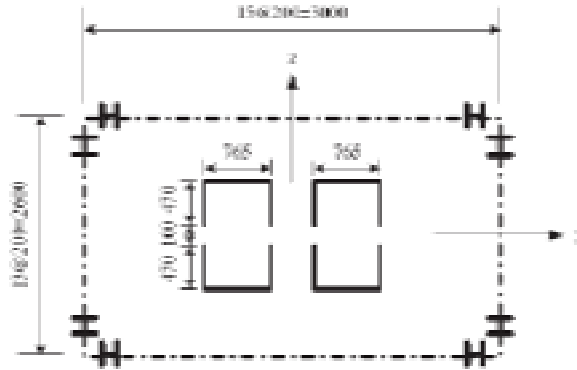
۳. مثال های عددی

۳-۱. تحلیل ارتعاش آزاد یک ساختمان بلند لوله در لوله

یک نمونه ساختمان بلند لوله در لوله که توسط wang مطالعه شده به عنوان مثال عددی برای ارزیابی دقت روش پیشنهاد شده ارائه شده است. پلان ساختمان در شکل 3 نشان داده شده است. صلیبیت خمشی بال $EI_f = 35.2872 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ است. صلیبیت خمشی جان $EI_w = 7.5538 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ است. ارتفاع کل ساختمان $H = 75/9 \text{ m}$ است و مقدار α برابر $0/0 \ 133974546$

است. از قرار دادن این اطلاعات در معادله 22 به دست می آوریم.

$$\begin{aligned}
 Y_1(\xi, \lambda) &= 1 + 0.059645651\lambda\xi^4 + 1.693202737 \times 10^{-3}\lambda\xi^6 + \dots, \\
 Y_2(\xi, \lambda) &= \xi + 0.011929130\lambda\xi^5 + 1.382803942 \times 10^{-4}\lambda\xi^7 + \dots, \\
 Y_3(\xi, \lambda) &= \xi^2 + 0.086168175\xi^4 + 3.976376729 \times 10^{-3}\lambda\xi^6 + 2.969981738 \times 10^{-3}\lambda\xi^6 + \dots, \\
 Y_4(\xi, \lambda) &= \xi^3 + 0.051700905\xi^5 + 1.704161455 \times 10^{-3}\lambda\xi^7 + 1.272849316 \times 10^{-3}\lambda\xi^7 + \dots.
 \end{aligned} \quad (27a-d)$$



شکل 3. پلان ساختمان بلند لوله در لوله مورد مطالعه (واحد برحسب سانتی متر)

با جایگذاری معادلات 27 در معادله 26 و حل معادله فرکانسی از طریق یک فرآیند عددی نتیجه می شود

مقدار فرکانس های طبیعی به دست آمده در این جا بوسیله روش پیشنهادی با حل معادله $\omega_1 = 3.518 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 20.763 \text{ rad/s}$ اشتراک لیوول، روش جمع آثار مودها و روش تجربی به ترتیب در جدول 1 مقایسه شده اند.

Methods	Present	S.-L. equation	M.S.M.	Empirical
ω_1	3.5180	3.4620	3.2785	3.1566
ω_2	20.7630	21.5250	17.9212	—

جدول 1. فرکانس های طبیعی ساختمان بلند لوله در لوله با روش های مختلف

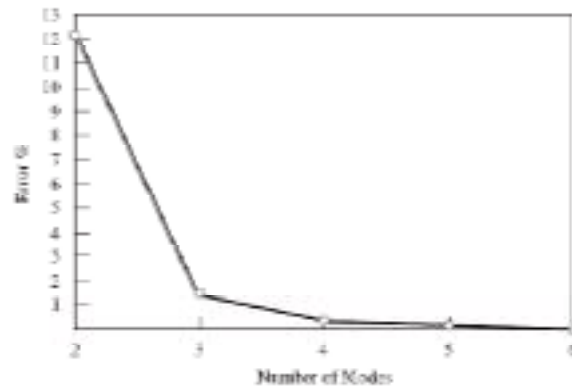
این قابل توجه است که معادلات 27 فقط سه عبارت اول از حل سری توانی را نشان می دهند. برای نشان دادن پیشرفت روش پیشنهادی سرعت همگرایی نتایج منتشر شده با جواب سری های توانی مقایسه شده است. توابع شکل مود شامل 6 عبارت اول به دست آمده و در ضمیمه الف نشان داده شده است. بدین وسیله سری ها به وسیله یک عدد صحیح که معرف تعداد عبارات (N): تعداد عبارات ($2 \leq N \leq 6$) می باشد تقریب زده می شوند و خطا برای فرکانس طبیعی مود اول مطابق فرمول زیر

$$N = \left| \frac{\omega_1^N - \omega_{1,ref}}{\omega_{1,ref}} \right| \times 100$$

را مشخص می کند $\omega_{1,ref}$ جواب دقیق است. خطا در جدول 2 و شکل 4 نشان داده شده است.

Number of terms	2	3	4	5	6
ω_1	3.8806	3.5180	3.4797	3.4662	3.4641
Error (%)	12.09	1.62	0.51	0.12	0.05

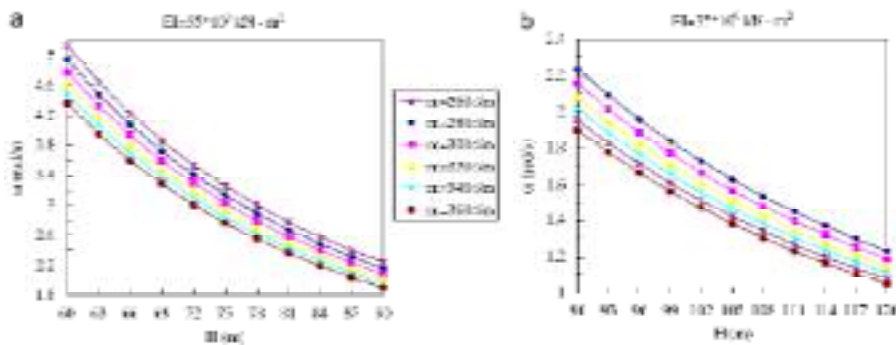
جدول 2. فرکانس های طبیعی بدست آمده با تعداد عبارات مختلف



شکل 4. دقت فرکانس های طبیعی

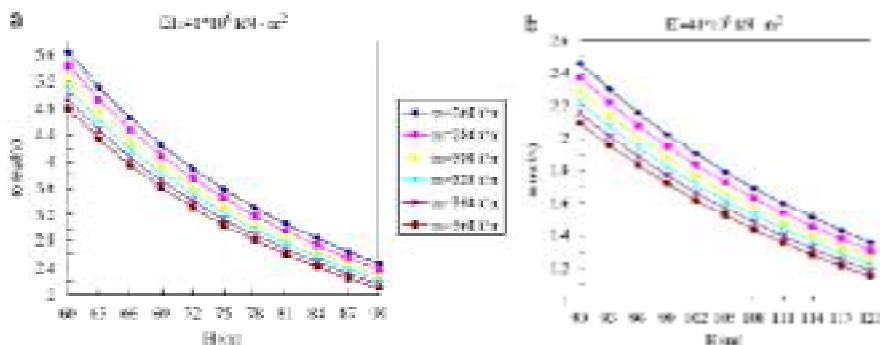
۲-۳. تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله برای صلبیت خمشی، جرم واحد طول و ارتفاع ساختمان متفاوت

بحث تاثیر فاکتور ها شامل صلبیت خمشی، جرم واحد طول و ارتفاع کل روی فرکانس طبیعی ساختمان ها نتیجه 756 ساختمان بلند لوله در لوله تحلیل شده در این مطالعه است. ارتفاع کل این ساختمان ها بین 60 m تا 120 m می باشد. صلبیت خمشی لوله جان از $5 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ تا $10 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ و صلبیت خمشی لوله بال از $30 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ تا $55 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ می باشد. به عنوان یک نتیجه مجموع صلبیت خمشی لوله های بال و جان از $35 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ تا $65 \times 10^9 \text{ KN.m}^2$ می باشد. ضمناً جرم واحد طول از 260 t/m تا 360 t/m می باشد. فرکانس های طبیعی به دست آمده برای صلبیت های خمشی در شکل های 5 تا 10 نشان داده شده است.



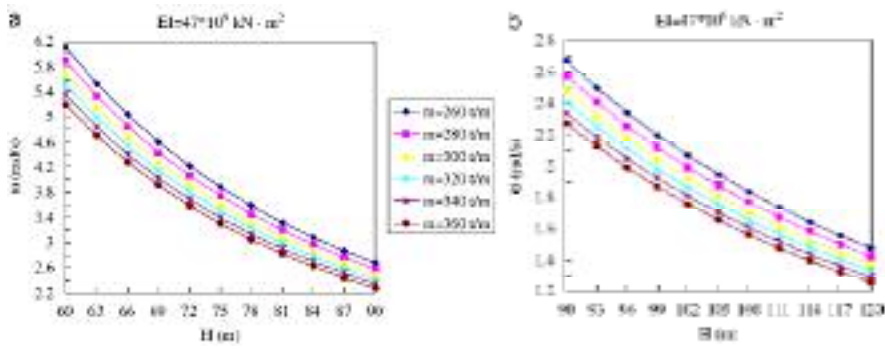
شکل ۵. فرکانس های طبیعی برای

$$EI = 35 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$



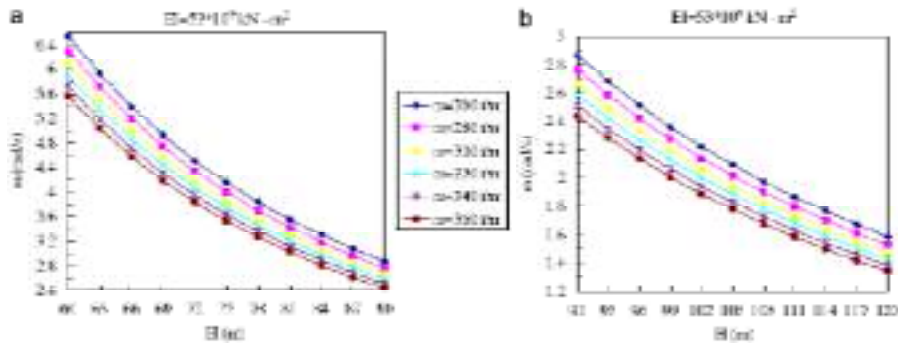
شکل ۶. فرکانس های طبیعی برای

$$EI = 41 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$



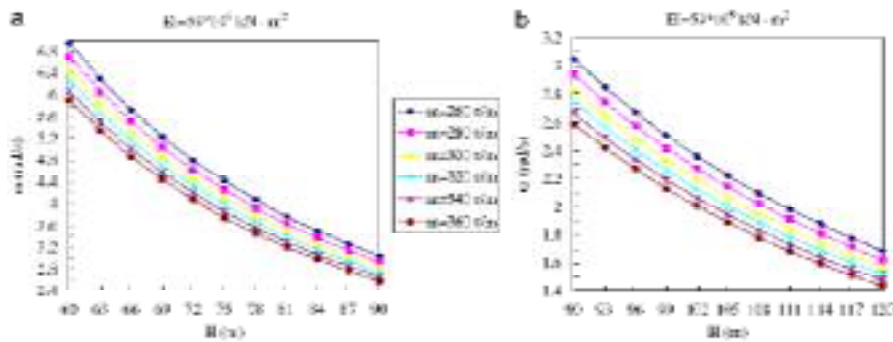
شکل ۷. فرکانس های طبیعی برای

$$EI = 47 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$



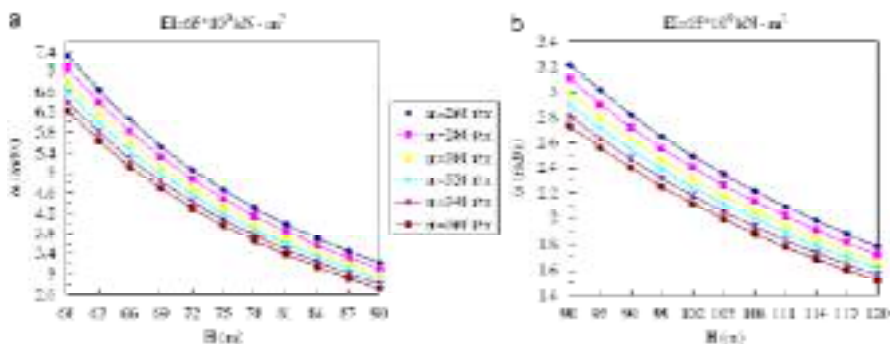
شکل ۸. فرکانس های طبیعی برای

$$EI = 53 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$



شکل ۹. فرکانس های طبیعی برای

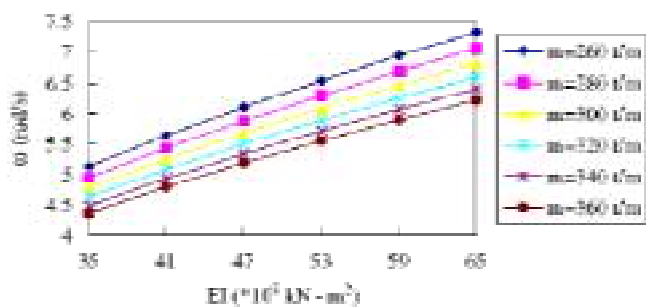
$$EI = 59 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$



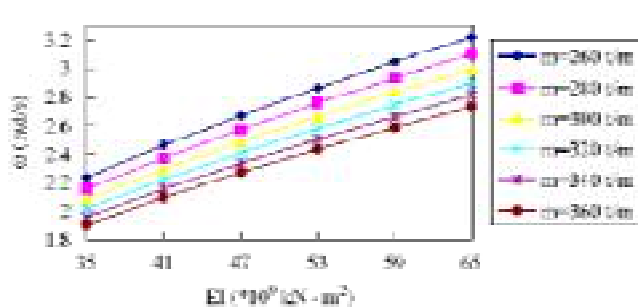
شکل ۱۰. فرکانس های طبیعی برای

$$EI = 65 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$$

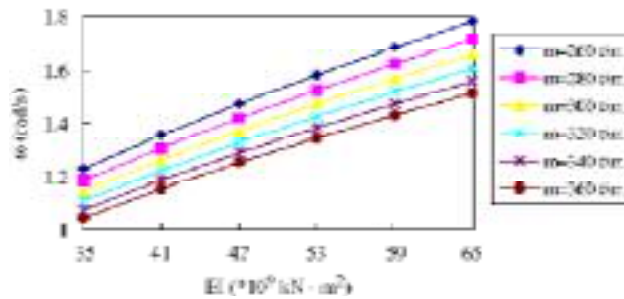
از سوی دیگر رابطه بین فرکانس های طبیعی و صلیبیت خمشی در شکل های ۱۱ تا ۱۳ نشان داده شده است



شکل ۱۱. مقایسه فرکانس های طبیعی برای EI های مختلف (H=60m)

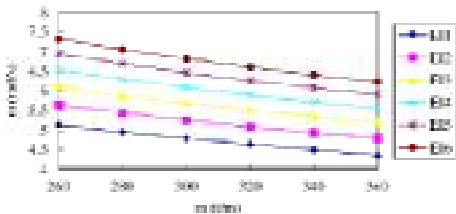


شکل ۱۲. مقایسه فرکانس های طبیعی برای EI های مختلف (H=90m)

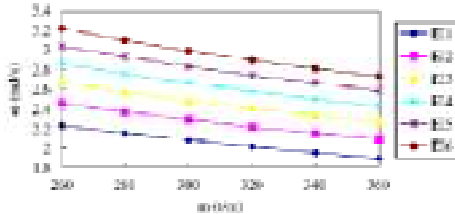


شکل ۱۳. مقایسه فرکانس های طبیعی برای EI های مختلف (H=120m)

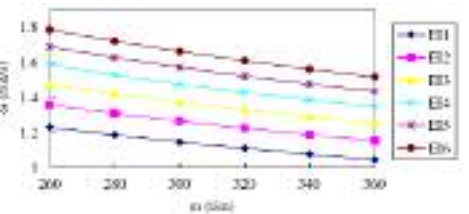
بالاخره تاثیر جرم واحد طول بر روی فرکانس های طبیعی در شکل های 14 تا 16 نشان داده شده است .



شکل ۱۴. مقایسه فرکانس های طبیعی برای جرم های واحد طول متفاوت (H=60m)



شکل ۱۵. مقایسه فرکانس های طبیعی برای جرم های واحد طول متفاوت (H=90m)



شکل ۱۶. مقایسه فرکانس های طبیعی برای جرم های واحد طول متفاوت

۴. نتایج و بحث ها

۴-۱. دقت روش پیشنهادی

در جدول 1 می توان نشان داد که نتایج محاسبه شده بوسیله روش پیشنهادی خیلی نزدیک به نتایج به دست آمده از دیگر روش های منتشر شده است. اختلاف فرکانس های طبیعی ساختمان بلند لوله در لوله بین روش پیشنهادی و دیگر روش های منتشر شده کوچک است. در حقیقت اختلاف بین فرکانس طبیعی برای مود اول محاسبه شده بوسیله روش پیشنهادی و حل معادله اشتروم لیوول حدود 1/62% و برای مود دوم حدود 3/54% می باشد. از سوی دیگر اختلاف فرکانس های طبیعی بین روش پیشنهادی و دیگر روش های منتشر شده و حدود 1/02% برای مدل طره ای از ساختمان بلند مطالعه شده است. اگر چه اختلافات بزرگ بین نتایج جمع آثار مودها و روش پیشنهادی پیدا می شود اما هنوز به شایستگی برای طراحی ساختمان رضایت بخش است. برای ساختمان بلند لوله در لوله مطالعه شده در این مقاله همان طور که در شکل 4 نشان داده شده خطای جواب تقریبی وقتی فقط دو عبارت اول از جواب سری های توانی بررسی شده باشد در حدود 12/09% می باشد. ضمناً اگر ما سه عبارت اول از جواب سری های توانی را بررسی کنیم خطای جواب تقریبی به طور قابل توجهی کاهش پیدا می کند به حدود 1/62% می رسد. بعلاوه خطاها به ترتیب برای 4 عبارت اول، 5 عبارت اول، 6 عبارت اول بررسی شده به ترتیب حدود 0/51%، 0/12%، 0/06% می باشند. بنابراین محاسبه فرکانس های طبیعی بوسیله استفاده از سه عبارت اول جواب سری های توانی دارای دقت خوب است.

۴-۲. بحث روی نتایج

همان طور که در شکل های 5 تا 10 ملاحظه می شود مقدار فرکانس های طبیعی با افزایش ارتفاع ساختمان کاهش می یابد اما در شکل های 11 تا 13 این قابل مشاهده است که مقدار فرکانس های طبیعی با افزایش صلبیت خمشی ساختمان افزایش می یابد. ضمناً با افزایش جرم واحد طول فرکانس های طبیعی کاهش می یابد که می توان در شکل های 14 تا 16 این موضوع را مشاهده نمود. شکل های 5 تا 10 فرکانس های طبیعی ساختمان های بلند لوله در لوله با ارتفاع 60m تا 120m هستند.

در ابتدا کار می توانیم به طور تقریبی فرکانس های تقریبی یک ساختمان بلند لوله در لوله را بوسیله پیدا کردن فرکانس های تقریبی از شکل ها محاسبه کنیم. برای مثال یک ساختمان بلند لوله در لوله با ارتفاع کل $H=110\text{m}$ ، صلبیت خمشی جان $EI_w = 8 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$ ، صلبیت خمشی بال ها $EI_f = 45 \times 10^9 \text{ kN.m}^2$ و جرم واحد طول $m = 330 \text{ t/m}$ فرکانس طبیعی می تواند با استفاده از تناسب از شکل 8 به دست می آید. در حقیقت مقدار فرکانس طبیعی به دست آمده از شکل 8، $\omega = 1.6847 \text{ rad/s}$ است.

۵. نتایج

فرمول پیشنهادی در این مقاله می تواند به عنوان یک جایگزین برای تعیین فرکانس های طبیعی ساختمان های بلند لوله در لوله استفاده شود. دو مثال عددی ارائه شده و مقایسه شده با نتایج منتشر شده دقت روش را نشان دادند. محاسبه فرکانس های طبیعی برای 756 ساختمان بلند لوله در لوله که تعداد طبقات، سختی خمشی و جرم واحد طول متفاوت داشتند انجام شده است.

نتایج زیر می تواند از متن حاضر نتیجه شود:

- 1- یک روند حل تقریبی برای تحلیل ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله در یک مقاله فرمول بندی شده است.
- 2- روش پیشنهاد شده در این جا قادر است فرکانس های طبیعی را به سرعت و با دقت قابل قبول بوسیله ماشین حساب ها و دست بدون استفاده از برنامه های کامپیوتری پیچیده محاسبه کند.
- 3- تاپیر فاکتور ها شامل صلبیت خمشی، جرم واحد طول و ارتفاع کل ساختمان برای فرکانس های طبیعی در ساختمان های بلند لوله در لوله بحث شده است.
- 4- دقت خوب محاسبه فرکانس های طبیعی با استفاده از 3 عبارت اول حل سری توانی. فرکانس های طبیعی به دست آمده از روش پیشنهادی خیلی نزدیک به نتایج به دست آمده از روش های منتشر شده هستند.
- 5- روش پیشنهاد شده در این جا می تواند به عنوان یک روش جایگزین برای ارزیابی فرکانس های طبیعی ارتعاش آزاد ساختمان های بلند لوله در لوله در مرحله مقدماتی طراحی ساختمان ارائه شود.

۶. منابع

- [1] Q. Wang, Sturm–Liouville equation for free vibration of a tube-in-tube tall building, *Journal of Sound and Vibration* 191 (3) (1996) 349–355.
- [2] Q. Wang, Modified ODE-solver for vibration of tube-in-tube structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 129 (1996) 151–156.
- [3] M. Eisenberger, Vibration frequencies for beams on variable one- and two-parameter elastic foundations, *Journal of Sound and Vibration* 176 (5) (1994) 577–584.
- [4] E.H.K. Fung, D.T.W. Yau, Vibration frequencies of a rotating flexible arm carrying a moving mass, *Journal of Sound and Vibration* 241 (5) (2001) 857–878.
- [5] A. Coull, B. Base, Simplified analysis of frame-tube structure, *Journal of Structural Division—ASCE* 101 (11) (1975) 2223–2240.
- [6] Z. Youlin, Simplified analysis of tube-in-tube structures, *Journal of Building Structures, China* 5 (1984) 9–21.
- [7] Q.S. Li, J.Q. Fang, A.P. Jeary, Free vibration analysis of cantilevered tall structures under various axial loads, *Engineering Structures* 22 (2000) 525–534.
- [8] Q.S. Li, H. Cao, G. Li, Analysis of free vibrations of tall buildings, *Journal of Engineering Mechanics—ASCE* 120 (9) (1994) 1861–1876.
- [9] R.W. Clough, J. Penzien, *Dynamic of Structures*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1975.
- [10] J.S. Kuang, S.C. Ng, Coupled vibration of tall building structures, *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 13 (4) (2004) 291–303.
- [11] S.P. Timoshenko, D.H. Young, W. Weaver, *Vibration Problems in Engineering*, fourth ed., Wiley, New York, 1974.

ضمیمہ الف

$$\begin{aligned}
 Y_1(\xi, \lambda) = & 1 + \frac{mH^4\lambda}{4EI_w} \xi^4 + \frac{1}{360} \left(\frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI_w} - \frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI} \right) \xi^6 \\
 & + \frac{1}{40320} \left(\frac{m^2 H^8 \lambda^2}{E^2 I_w^2} + \frac{m^2 H^8 \alpha^4 \lambda}{EI_w} - \frac{mH^8 \alpha^4 \lambda}{EI} \right) \xi^8 \\
 & + \left(\frac{m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{1814400 E^2 I_w^2} + \frac{mH^{10} \alpha^6 \lambda}{3628800 EI_w} - \frac{mH^{10} \alpha^6 \lambda}{3628800 EI} - \frac{m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{226800 E^2 I_w} \right) \xi^{10} \\
 & + \left(\frac{m^3 H^{12} \lambda^3}{479001600 E^3 I_w^3} + \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{159667200 E^2 I_w^2} - \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{10644480 E^2 I_w} \right. \\
 & \left. + \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{1710200 E^2 I_w^2} + \frac{mH^{12} \alpha^8 \lambda}{479001600 EI_w} - \frac{mH^{12} \alpha^8 \lambda}{479001600 EI} \right) \xi^{12} + \dots, \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_2(\xi, \lambda) = & \xi + \frac{mH^4\lambda}{5EI_w} \xi^5 + \frac{1}{840} \left(\frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{6EI_w} - \frac{\alpha^2 H^6 m \lambda}{2EI} \right) \xi^7 \\
 & + \left(\frac{m^2 H^8 \lambda^2}{362880 E^2 I_w^2} + \frac{mH^8 \alpha^4 \lambda}{1663200 E^2 I_w} - \frac{mH^8 \alpha^4 \lambda}{120960 EI} \right) \xi^9 \\
 & + \left(\frac{m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{19958400 E^2 I_w^2} + \frac{mH^{10} \alpha^6 \lambda}{39916800 EI_w} - \frac{mH^{10} \alpha^6 \lambda}{13305600 EI} - \frac{m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{1663200 E^2 I_w} \right) \xi^{11} \\
 & + \left(\frac{m^3 H^{12} \lambda^3}{6227020800 E^3 I_w^3} + \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{2075673600 E^2 I_w^2} - \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{98841600 E^2 I_w} \right. \\
 & \left. + \frac{m^2 H^{12} \alpha^4 \lambda^2}{57657600 E^2 I_w^2} + \frac{mH^{12} \alpha^8 \lambda}{6227020800 EI_w} - \frac{mH^{12} \alpha^8 \lambda}{2075673600 EI} \right) \xi^{13} + \dots, \quad (A.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_3(\xi, \lambda) = & \xi^2 + \frac{2\alpha^2 H^4}{4!} \xi^4 + \frac{1}{360} \left(\frac{mH^4\lambda}{EI_w} + \alpha^4 H^4 \right) \xi^6 + \left(\frac{mH^6 \alpha^2 \lambda}{10080 EI_w} + \frac{\alpha^6 H^6}{20160} - \frac{mH^6 \alpha^2 \lambda}{3360 EI} \right) \xi^8 \\
 & + \left(\frac{m^2 H^8 \lambda^2}{1814400 E^2 I_w^2} + \frac{mH^8 \alpha^4 \lambda}{604800 EI_w} - \frac{mH^8 \alpha^4 \lambda}{86400 EI} + \frac{\alpha^2 H^8}{1814400} \right) \xi^{10} \\
 & + \left(\frac{m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{79833600 E^2 I_w^2} - \frac{17m^2 H^{10} \alpha^2 \lambda^2}{119750400 E^2 I_w} + \frac{mH^{10} \alpha^6 \lambda}{59875200 EI_w} - \frac{7mH^{10} \alpha^6 \lambda}{34214400 EI} + \frac{\alpha^{10} H^{10}}{239500800} \right) \xi^{12} + \dots, \quad (A.3)
 \end{aligned}$$