

# روش مستقیم برای تحلیل کمانش گنبد‌های تک لایه مشبک بدون نیاز به تخمین فاکتور طول مؤثر

ضیاءالدین زمان زاده<sup>۱</sup>، علاءالدین بهروش<sup>۲</sup>، حسن عبدال پور<sup>۳</sup>

Email: zia\_zamanzadeh84@yahoo.com

۲- دانشگاه آزاد اسلامی واحد مهاباد

## خلاصه

یکی از مشکلاتی که در تحلیل کمانش اعضای منحصر به فرد سازه های فضاکار وجود دارد، شک و تردیدی است که در تخمین طول مؤثر این اعضا به وجود می آید. این شک و تردید به این دلیل می باشد که ضوابطی که برای تخمین طول مؤثر در آیین نامه های مختلف وجود دارند برای قاب-های مسطح نوشته شده اند نه سازه های فضاکار. در این مقاله سعی شده یک روش مستقیم تک مرحله ای برای تحلیل کمانش سازه های فضاکار تک لایه گنبدی شکل ارائه شود به طوری که نیازی به تخمین طول مؤثر اعضا وجود نداشته باشد. نکته کلیدی انجام تحلیل غیر خطی از سازه تحت تاثیر ترکیب نیروهای خارجی و معایب اولیه در المانهای فشاری می باشد.

کلمات کلیدی: سازه های فضاکار، کمانش، گنبد مشبک، طول مؤثر

## مقدمه

کارهای زیادی صرف بررسی رفتار کمانش سازه های فضاکار تک لایه انجام شده است. برای مثال می توان به تحقیقاتی که در مورد تخمین بارهای کمانشی گنبد‌های تک لایه سهموی بیضوی [۱] و یا بررسی هایی که در مورد پایداری سازه های فضاکار با استفاده از الگوریتم ژنتیک صورت گرفته [۲] اشاره کرد. با وجود تحقیق و بررسی در مورد تاثیر معایب اولیه در مکانیسم خرابی سازه [۳] ولی هنوز هم هنگام انجام تحلیل کمانش اعضای منحصر به فرد سازه های فضاکار، شک و تردیدهایی به وجود می آید که این شک و تردید به این دلیل می باشد که در هنگام انجام تحلیل کمانش نیاز به تخمین طول مؤثر اعضای منحصر به فرد داریم و ضوابطی که برای تخمین طول مؤثر در آیین نامه های مختلف وجود دارند برای قاب های مسطح نوشته شده اند نه برای سازه های فضایی. تحلیل کمانش و طراحی المانهای تحت فشار تقریباً یک مشکل غیر خطی است و تاثیرات مرتبه دوم ( مشارکت نیروهای محوری در تغییر شکل خمشی ) نیاز به بررسی بیشتر دارند. راه حل درست این مشکل انجام تحلیل غیر خطی از سازه تحت تاثیر ترکیب نیروهای خارجی و معایب اولیه در المانهای فشاری می باشد.

همانطور که میدانیم المانهای سازه تحت تاثیر تنشهای پس ماند و معایب هندسی (عدم راستی و همگنی) قرار دارند این تاثیرات باید در تحلیل کمانش وارد شوند [۴].

Dutheil به مدل این تاثیرات منحنی سینوسی شکل میانگین معایب اولیه را پیشنهاد کرده است [۵] که با نتایج آزمایشگاهی تایید شده است. هنگامی که معایب اولیه وارد مدل سازه ای شامل تئوری مرتبه دوم میشود، نیروهای محوری و گشتاور خمشی به طور اتوماتیک محاسبه می شود. از حل معادله دفرانسیل حاصل فرمول سکانتی بدست می آید که برآیند نیروهای کمانش در المان میباشد [۶].

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد سازه

<sup>۲</sup> استاد دانشکده عمران

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد سازه

مطابق مدل کمانش، تغییر مکان در نتیجه معایب اولیه در وسط المان از فرمول زیر بدست می آید:

$$f_m = \frac{CW}{A} \quad (1)$$

به طوریکه  $W$ : مدول مقاومت،  $A$ : سطح مقطع عرضی و  $C$ : پارامتر وزن دار برابر با:  $C = C_0 + C_1 \bar{\lambda} + C_2 \bar{\lambda}^2$  می باشد. مقادیر  $C_0$ ،  $C_1$ ،  $C_2$  با آیین نامه های مختلفی تعریف می شوند. لاغری بدون بعد به صورت زیر بدست می آید:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}}$$

### تعریف مدل پیشنهادی

در ارتباط با تحلیل کمانش کلاسیک، مشکل اساسی پیدا کردن مقدار  $K$  به عنوان فاکتور طول موثر و روش ساده سازی می باشد. به عبارت دیگر وقتی یک روش مستقیم مرتبه دوم را انتخاب میکنیم و از روش های اعمال معایب اولیه در آیین نامه های مدرن مانند EC3 استفاده می کنیم، هنوز با مشکل چگونگی وارد کردن معایب اولیه در عبارت دامنه مواجه خواهیم بود. چنین معایبی را می توان در یک المان دو سر مفصل به راحتی اعمال کرد. در همه موارد باید یک فاکتور  $K$  را برای ارتباط با معایب اولیه المان دو سر مفصل به عنوان مورد اصلی فرض کنیم در این صورت با وارد شدن در یک راه اشتباه یا از انجام تحلیل های مرتبه دوم پیچیده برای تعیین  $K$  صرف نظر کنیم و یا اینکه مجبوریم از یک مقدار تخمینی برای  $K$  که ضوابط تخمین آن در آیین نامه های مختلف فولاد وجود دارند استفاده کنیم.

در آنچه که به عنوان روش مستقیم تحلیل کمانش ارائه شده است به ما اجازه می دهد:

(۱) یک تحلیل مستقیم تک مرحله ای مرتبه دوم از سیستم سازه را انجام دهیم که به طور همزمان تحلیل های کمانش المانهای تحت فشار را ترکیب کند.

(۲) فاکتور طول موثر  $K$  را حذف می کنیم بنابراین از ساده سازی و بی دقتی کارمان می کاهد.

(۳) معایب المانها را با یک رفتار محاسبه مستقیم وارد تحلیل ها می کنیم.

(۴) سختی پیچشی مفاصل محل اتصالها در تحلیل کمانش سازه های فضاکار وارد می شوند.

### تحلیل های غیر خطی کلی با معایب اولیه المانها

روش جدید پیشنهادی بر اساس وارد کردن تغییر شکل های اولیه المانها به عنوان قسمتی از تحلیل های کلی مرتبه دوم می باشد در این قسمت معادلات تحلیل های غیر خطی مرتبه دوم فرمول بندی می شوند.

ما از تغییر شکلهای المانها در ترم های تانسور گرین- لاگرانژ برای حالتی که المان تحت تغییر شکل خمشی و محوری می باشد شروع می کنیم [۷]:

$$\mathcal{E}(x) = u' - y(v'' - v_0'') + \frac{1}{2}(v')^2 \quad (2)$$

$x$ : متغیر در امتداد محور طولی المان و  $y$ : محورهای چرخشی در طول مرکز هندسی قسمت های متقاطع می باشد. متغیر  $u$ : تغییر مکان در طول تغییر شکلهای محوری و  $v$ : تغییر مکان خمشی می باشد.

تنش متناظر از رابطه  $\sigma = E\mathcal{E}$  بدست می آید. با استفاده از روش تغییر مکانهای مجازی، متغیر اول تانسور تغییر مکان به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\delta\mathcal{E} = \delta u' - y\delta v'' + v'\delta v' \quad (3)$$

و کار واقعی متناظر روی المان برابر است با:

$$VW = \int_{Vol} (\delta\mathcal{E})^T \sigma dVol \quad (4)$$

از وارد کردن معادلات (۲)، (۳) در معادله (۴) و حذف مشتقات مرتبه بالا و حذف عبارات خطی در  $y$ ، عبارت زیر بدست می آید:

$$VW = E \int_{Vol} (u'\delta u' + v'u'\delta v' + y^2 v''\delta v'' - y^2 v_0''\delta v_0'') dVol \quad (5)$$

سپس یک المان محدود، انترپله زیر را برای تغییر مکان ثمر می دهد.

$$u = N(x)\hat{u} \quad \text{و} \quad v = H(x)\hat{v} \quad (6)$$

به طوری که  $H, N$  بردارهای شامل توابع شکل المان محدود هستند و  $v, u$  بردارهای تغییر مکانها و چرخش ها در مفصل ها می باشند [۸]. با وارد کردن معادلات ۶ در ۵ بیانی برای سختی الاستیک و سختی هندسی به صورت زیر بدست می آید:

$$K_E = \int_0^L EAN'^T N' + EIH''^T H'' dx; \quad (7)$$

$$K_G = \int_0^L (PH'^T H') dx$$

با استفاده از روش استاندارد المان محدود، ماتریس کلی زیر بدست می آید:

$$[K_E + K_G] \hat{W} = F + K_E \hat{W}_0 \quad (8)$$

به طوری که  $\hat{W}$ : بردار تغییر مکانها و چرخشهای مفاصل سازه،  $F$ : بردار نیروهای خارجی و سایر نیروهای وارد بر سازه و  $\hat{W}_0$ : شامل تمام تغییر مکانها و معایب اولیه المان می باشد که مقدار آنها در قسمت بعدی تعیین می شود. معادله ۸ اساس انجام تحلیلهای غیر خطی می باشد.

### ارائه روشی که شامل تغییر شکل اولیه سازه باشد

در این قسمت یک روش جدید برای معرفی معایب المانها در تحلیل کلی برای سازه نشان داده می شود. به نحوی که نیازی به روشهای نامطمئن حدس زدن طول مؤثر کمانش (فاکتور  $K$ ) وجود نداشته باشد. روش جدید بر اساس رویکرد انرژی می باشد. در نتیجه معایب اولیه مدل سازه به صورت میانگین انرژی کرنشی به آنها وارد می شوند.

در EC3 انحنای اولیه برای المانهای دو سر مفصل در عبارتهای سینوسی دامنه  $f_m$  تعریف شده است [۹]. مقدار این دامنه در معادله ی (۱) تعیین می شود انرژی کرنشی متناظر المان به راحتی با حل انتگرال زیر بدست می آید:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L EI (v_0''(x))^2 dx \quad (9)$$

$V_0(x)$  معایب اولیه می باشد که مساوی است با:  $V_0(x) = f_m \sin(\pi x / L)$  حل انتگرال فوق نتیجه می دهد:

$$\Pi = \frac{\pi^4 E I f_m^2}{4 L^3} \quad (10)$$

انرژی کرنشی المان به سبب معایب فقط یک بار تعیین می شود. مرحله بعدی بدست آوردن مود کمانش اولیه (اصلی) سازه تحت اعمال بارها می باشد. که با حل مقدار ویژه زیر بدست می آید:

$$[K_E - \lambda K_G] \phi = 0 \quad (11)$$

$K_E, K_G$ ، به ترتیب سختی الاستیک و سختی هندسی و  $\phi$  مود اصلی کمانش می باشد که به عنوان اساس برای وارد کردن معایب اولیه المان در تحلیل کلی سازه در نظر گرفته می شود.

نکته مهم این است که این حالت تغییر شکل شامل مد کمانش تمامی المانها در مدل سازه، بدون نیاز به ساده سازی یا تخمین فاکتور  $K$  می باشد. معادله ۱۱ تمامی مشخصات سختی محلی و کلی سازه را شامل می شود. با وجود این، به منظور توصیف دقیق مشخصات تغییر شکل های اولیه سازه، مطابق با آئین نامه های استاندارد فولاد مانند EUROCODE3، مد کمانش بایستی مقیاس بندی شود. برای رسیدن به این هدف مد کمانش با استفاده از فاکتوری مقیاس بندی می شود که انرژی کرنشی مد کمانش را با انرژی کرنشی کل سازه در نتیجه معایب اولیه المانهای تحت فشار مساوی قرار می دهد. در این روش انرژی کرنشی تمام المانهای تحت فشار در کل سازه پخش می شود و اصل بقا انرژی مشاهده می شود.

فاکتور مقیاس بندی  $S$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \Pi_j}{\frac{1}{2} \phi_0^T K_E \phi_0}} \quad (12)$$

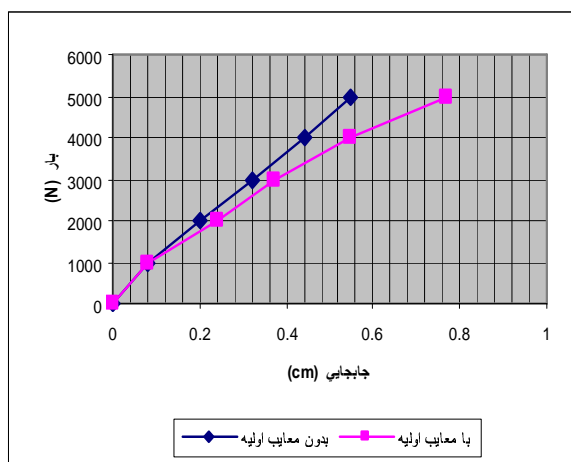
پارامتر  $S$  برای مقیاس کردن مد کمانش ( $\phi_0$ ) استفاده می‌شود و سپس با استفاده از معادله (۸) در تحلیل کلی مساله وارد می‌شود. نتیجه این تحلیل، تنش کل را در اختیار ما قرار می‌دهد که شامل تاثیرات کمانش ناشی از معایب اولیه هم می‌باشد.

## مثال‌ها

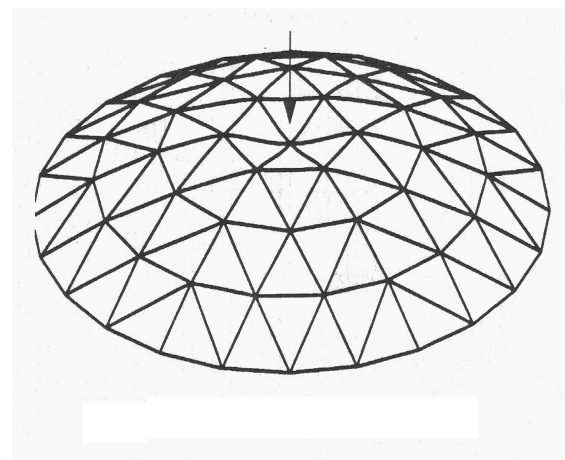
موارد مشابه متعددی با استفاده از روش فوق، مورد تحلیل قرار گرفته‌اند که در زیر به نمونه‌هایی از آنها اشاره می‌شود.

### گنبد شبکه‌ای با مفاصل صلب و بار کانسنتریک

ابتدا یک گنبد شبکه‌ای با فرض مفاصل صلب، تحت بار وارد بر مرکز گنبد مورد تحلیل قرار می‌گیرد. شکل اول کمانش در شکل ۱ ترسیم شده است. این شکل با در نظر گرفتن انرژی کرنشی المان‌های تحت فشار با استفاده از روش توضیح داده شده در بالا مقیاس شده است. این شکل به مقیاس در آمده به عنوان یک نقص اولیه در یک تحلیل کلی درجه ۲ اعمال می‌شود.



شکل ۲- منحنی بار-جابجایی برای گنبد با مفاصل صلب و بار وارد بر مرکز



شکل ۱- گنبد مشبک با مفاصل صلب و بارگذاری مرکزی

شکل ۲ منحنی بار-جابجایی به دست آمده بدون معایب اولیه و با معایب اولیه را نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که اعمال معایب اولیه در تحلیل کلی چه تفاوت مشهودی را در رفتار مدل ایجاد می‌کند. در واقع با معایب اولیه انعطاف سازه بیشتر می‌شود. جدول ۱، تنش‌های ایجاد شده در المان‌های بیشتر فشرده شده اعضا سازه را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مقایسه تنش‌های بدست آمده (MPa)

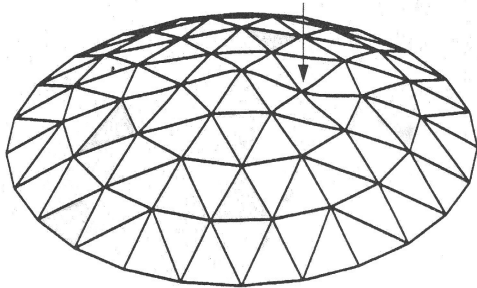
نوع بار وارده	تنش بدست آمده با روش EC3	تنش بدست آمده با روش پیشنهادی
بار مرکزی	۱۰۴	۱۰۵
بار خارج از مرکز	۱۰۱	۱۰۲
گره‌های نیمه صلب	۹۶	۹۷
گره‌های مفصلی	۱۱۸	۱۱۸

این تنش‌ها با مقادیر به دست آمده از یوروکد ۳ مقایسه شده‌اند. در این کد تحلیل از نوع درجه دوم و بدون اعمال معایب اولیه و طول کمانش در حالت غیر انتقالی انجام شده‌اند [۹]. چنین منطقی ضریب کمانش را معادل ۰/۰۷۷ نشان می‌دهد. فرایند محاسبه در یوروکد ۳ انجام شده است که تحلیل‌ها را المان به المان انجام می‌دهد و البته این می‌تواند باعث کندی محاسبه شود. تنش بیشینه به دست آمده برای المان‌ها برابر ۱۰۴ مگاپاسکال به دست می‌آید. به عبارت دیگر این روش جدید نیازی به تعیین ضریب طول موثر برای هر عضو ندارد. این روش به یک باره مقدار تنش کل را در هر عضو با در نظر گرفتن تاثیرات درجه دوم کمانش ارائه می‌دهد. در اینجا تنش بیشینه به دست آمده ۱۰۵ مگاپاسکال است.

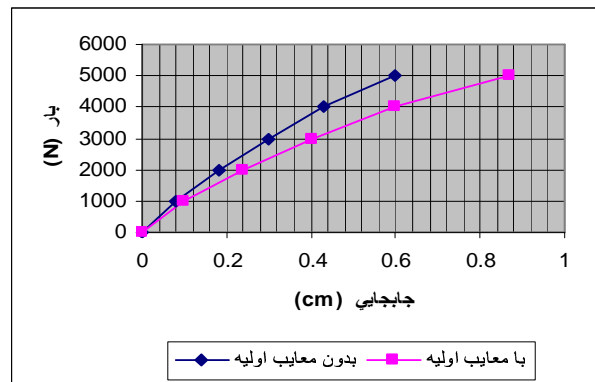
### گنبد شبکه‌ای با مفاصل صلب و بارگذاری خارج از مرکز

همان گنبد شبکه‌ای تک لایه تحت بارگذاری خارج از مرکز، قرار داده شده است و همان رویه‌ای که در بالا ارائه شده است در این تحلیل نیز به کار گرفته شده است. شکل کمناش اول در تصویر ۴ و منحنی بار-جابجایی در شکل ۳، نشان داده شده است. دوباره می‌توان تاثیر قابل توجه اعمال معایب اولیه را در تحلیل کل مساله دید.

جدول ۱، همچنین تنش‌های به دست آمده از روند طراحی با استفاده از یوروکد ۳ را تحت همان شرایط و روش پیشنهادی قبل، نشان می‌دهد. دوباره می‌توان دید که تنش‌ها در هر دو حالت، مشابه است. یوروکد ۳ با انجام یک فرایند زمان‌بر، مقدار تنش بیشینه را برابر ۱۰۱ مگاپاسکال به دست آورده. روش پیشنهاد شده مقدار تنش نهایی را با استفاده از یک روش مستقیم به دست می‌دهد. مقدار تنش بیشینه با استفاده از این روش برابر ۱۰۲ مگاپاسکال به دست می‌آید. هر دو نوع روش پیشنهادی و روش ارائه شده در EUROCODE3 برای گنبدهای مشبک با گره‌های نیمه صلب و گره‌های مفصلی نیز اعمال شده است که نتایج آن در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۴- بارگذاری خارج از مرکز



شکل ۳- منحنی بار-جابجایی برای گنبد با مفاصل صلب و بارگذاری خارج مرکز

### نتیجه گیری

در این تحقیق یک روش مستقیم تک مرحله‌ای برای تحلیل کمناش و طراحی یک سازه تک لایه فضاکار ارائه شده است. این روش بر پایه یک تحلیل غیرخطی سازه با اعمال معایب اولیه المان‌ها می‌باشد. این تغییر شکل اولیه از مد اول کمناش سازه و استفاده از یک مقیاس مناسب که انرژی تمام المان‌های فشاری را در بر می‌گیرد به دست می‌آید.

شکل تغییر یافته اولیه به همراه نیروی خارجی در طول تحلیل کاملاً غیرخطی سازه اعمال می‌شوند و تنش‌های المان‌ها را که شامل تاثیرات کمناش نیز می‌باشد، نتیجه می‌دهد. کارایی این روش در برابر روش استفاده شده در یوروکد ۳ با استفاده از یک سری مثال‌های عددی مورد تایید قرار گرفته است.

### نتایج زیر قابل ذکر هستند:

(۱) برخلاف روش‌های مرسوم طراحی فولاد، شامل یوروکد ۳ روش ارائه شده هیچ نیازی به فاکتور طول موثر  $K$  و ضریب کمناش هر کدام از المان‌ها ندارد.

(۲) نتایج به دست آمده برای موارد مختلف نشان می‌دهد که این روش از دقت و کارایی خوبی برخوردار است.

(۳) این روش برای سازه‌های شبکه‌ای که شامل المان‌هایی با سطح مقطع‌های متفاوت و توزیع بارگذاری‌های غیر یکنواخت است قابل استفاده می‌باشد و این در حالی است که آئین نامه‌های حاضر را نمی‌توان در این موارد به کار برد.

(۴) تاثیر تغییر شکل‌های اولیه در رفتار سازه در موردی که اعضاء با استفاده از مفاصل صلب به هم متصل شده باشند قابل توجه است ولی زمانی که از مفاصل نیمه صلب استفاده شود این تاثیرات کمتر می‌شود و هنگامی که این مفاصل، مفصلی هستند قابل چشم پوشی هستند.

### مراجع

1. Kato, S., Ueki, T. and Nakazawa, S., (2006) Estimation of Buckling Loads of Elliptic Paraboloidal Single Layer Lattice Domes under Vertical Loads. International journal of space structures. Vol. 21, No. 4, pp.173-182
2. EI-Lishani, S., nooshin, H. and Disney, P., (2005) Investigating the Statical Stability of Pin-jointed Structures Using Genetic Algorithm. International journal of space structures. Vol. 20, No.1, pp. 53-68

3. Chen, Zhi-Hua; Li, yang., (2005) Parameter Analysis on Stability of a Suspendome. International journal of space structures. Vol. 20, No. 2, 115-124.
4. Galambod, T.V., (1998) Guide to stability design criteria for metal structures. 5th edition.
5. Marco, J., (1997) Fundamentos para el calculo y diseno de estructuras metalikas de acero laminado.
6. Gere., J. And Timoshenko, S., (1997) Mechanics of solids, 4<sup>th</sup> edition .PWS-Kent.
7. Malvern, L., (1999) Introduction to the mechanics of a continuous medium. Prentice Hall.
8. Cook, R., Malkus, D., and Plesha, M., (1989) concepts and applications of finite element analysis. Wiley.
9. Eurocode No.3. (1990) Design of Steel Structures. Part 1-General Rules and Rules for buildings. Eurocode 3. Editorial Group Commission of the European Communities.