

# مطالعه عددی روی رفتار تیرهای بتنی مسلح اصلاحی تحت ترکیب بارهای خمشی و پیچشی

محمد مهدی حیدری<sup>۱</sup>

۱. دانشجوی دکترای سازه های آبی دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات اهواز  
mehdiheydari1@yahoo.com

## خلاصه

این مقاله یک مطالعه عددی روی تیرهای بتنی مسلح عادی و اصلاح شده در معرض ترکیب خمش و پیچش ارائه می کند. نسبت های مختلفی بین لنگرهای خمشی و پیچشی مطرح می شود. برای این مطالعه برنامه اجزاء محدود ANSYS استفاده شده است. برای ارزیابی این برنامه، در ابتدا مطالعه عددی روی تیرهای بتنی مسلح عادی (تیر کنترلی) که آزمایش هایی روی آن انجام شده و در تحقیقات قبلی آمده است انجام شده است. سپس مطالعه روی همان تیرهای بتنی مسلح که با الیاف کربن پلاستیکی که با زاویه های الیاف  $\pm 45^\circ$  درجه و  $90^\circ$  درجه قرار گرفته اند ادامه داده شده است. مطالعه حاضر نشان می دهد که کامپوزیت های CFRP با زاویه های الیاف  $\pm 45^\circ$  درجه در تیرهای بتنی مسلح اصلاح شده که تحت بارهای ترکیبی خمشی و پیچشی با نسبت های بالای لنگرهای خمشی به پیچشی هستند، موثرتر و کارایی بالاتری دارند.

کلید واژه ها: تیرهای بتنی مسلح، کامپوزیت های CFRP، ترکیب خمش و پیچش، نرم افزار Ansys

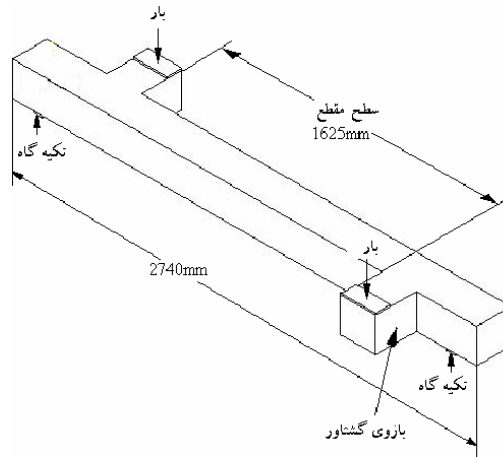
## مقدمه

بتن مسلح (RC)، المان های سازه ای مثل تیرهای جانبی در هر کف ساختمان های چند طبقه، تیرهای حلقه ای در کف مخازن دایره ای، تیرهای کناری بام های پوسته ای، تیرهای تکیه گاهی دال های سایه بانی و راه پله های دایره ای که در معرض بارهای پیچشی قابل توجه به همراه خمش و برش هستند. تقویت یا بالا بردن و بهبود، زمانی لازم است که این اجزای سازه ای باید مقاومت بالاتر و پایداری بیشتر از خود نشان دهد. کامپوزیت های با الیاف پلاستیکی تقویتی (FRP) می توانند برای سازه های بتنی با تقویت کم، یا کارایی بالا استفاده گردند. یکی از کاربردهای اصلی این کامپوزیت ها به منظور افزایش ظرفیت خمشی و برشی تیرها می باشند. تقویت تیرهای بتنی مسلح تحت برش و خمش با لایه های FRP توسط چندین محقق بررسی شده است. (سادات منش ۱۹۹۰، قاضی ۱۹۹۴، شریف ۱۹۹۴، نوریس ۱۹۹۷، تافیس ۲۰۰۰، امیر ۲۰۰۲). اما مطالعه روی تقویت پیچش اجزای سازه ای با استفاده از FRP بسیار کم بوده است (Chobarah, et al. 2002). قبارا و همکاران در سال ۲۰۰۲ کارایی تقویت FRP روی تیرها را برای پیچش خالص بررسی کردند و موثرترین بافت مصالح و نمونه ای برای ارتقاء تقویت پیچش ارائه کردند. به تازگی، محققان تلاش کردند تا رفتار تیرهای مسلح با تقویت FRP را با روش اجزاء محدود شبیه سازی کنند (Arduini, et al, ۱۹۹۷). صفحات FRP به صورت دو بعدی مدل شدند. هر چند از الگوی ترک در آن تحقیق صرف نظر شد. توسکو (۱۹۹۹) تقویت FRP روی پل ها را با اجزاء محدود مدل سازی کرد. کاجلاکف (۲۰۰۱) توسط نرم افزار Ansys تیرهای بتنی با تقویت FRP را مدل سازی کرده المان Solid46 برای مدل سازی کامپوزیت های FRP استفاده شد. مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و مدل اجزا و محدود دارای هماهنگی خوبی بود. در این مقاله تلاش شده تا توسط روش اجزاء محدود مطالعه ای روی رفتار تیرهای بتنی مسلح اصلاح شده و غیر اصلاحی تحت ترکیب خمش و پیچش انجام گیرد. در این تحقیق از نرم افزار ANSYS استفاده شده است. با توجه به مطالعه عددی که روی رفتار تیرهای بتنی بدون تقویت و نیز آزمایشگاهی انجام شده است (گسوند ۱۹۶۴) که ابتدا به منظور ارزیابی مدل اجزاء محدود این تیرها در نظر گرفته شد. در ادامه این تحقیق تیرهای بتنی مشابه اما با تقویت اصلاحی الیاف کربن پلاستیک (CFRP) مورد ارزیابی قرار گرفت. کامپوزیت های (CFRP) با زوایای الیاف  $\pm 45^\circ$  درجه و  $90^\circ$  درجه در نظر گرفته شد. در این مطالعه نسبت های مختلف بین لنگر پیچشی به لنگر خمشی از جمله  $0.25/0.50$  و  $1$  انجام شد.

## مشخصات هندسی و مصالح

### تیر بتنی مسلح

ویژگی‌های هندسی و خواص مصالح بر طبق گزارش گسوند و همکاران (۱۹۶۴) برای این تحقیق استفاده شده است. شکل کلی تیر تحت بار در شکل ۱ آمده است.



شکل ۱- نمای کلی تیر تحت بارگذاری

سطح مقطع تیر دارای عرض ۲۰۳ میلی‌متر و ارتفاع ۲۰۳ میلی‌متر و طول مقطع آزمایش نیز ۱۶۲۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. نسبت‌های مختلف لنگر پیچش به خمش با تغییر طول بازوی لنگر انجام شده است. همه تیرها با میلگردهای #۴ با قطر ۱۲/۷ میلی‌متر به عنوان تقویت کششی و دو میلگرد شماره ۴ با قطر ۱۲/۷ میلی‌متر به عنوان تقویت فشاری در نظر گرفته شده است. مقاومت یا تنش تسلیم تقویت‌های طولی طبق گزارش ۳۵۲ مگاپاسگال است. خاموت‌های بسته با قطر ۹/۵۰ میلی‌متر (#۳) و با مقاومت تسلیم ۳۴۵ مگاپاسگال و با فاصله مرکز تا مرکز ۵۰/۸ میلی‌متر در طول تیر قرار داده شده است. مدول الاستیسیته و ضریب پواسون تمام تقویت‌ها به ترتیب ۲۰۰ کیلونیوتن بر میلی‌متر مربع و ۰/۳ در نظر گرفته شده است. پوشش بتن برای همه تقویت‌ها در بالا پایینی و اطراف ۳۸ میلی‌متر فرض گردید. مقاومت فشاری بتن طبق گزارش گسوند و همکاران (۱۹۶۴) فرض گردید. ضریب پواسون برای بتن ۰/۲ در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته و مقاومت کششی بتن از روابط تجربی مورد تایید در ACI 318 (۱۹۹۹) محاسبه شده است. جدول ۱ بطور مختصری ویژگی‌های بتن برای همه تیرها آمده است.

جدول ۱- مشخصات بتن

| نام تیرها        | مقاومت فشاری (mpa) | مقاومت کششی (mpa) | مدول الاستیسیته (mpa) |
|------------------|--------------------|-------------------|-----------------------|
| C25,R25#,R25+    | ۳۹,۵۰              | ۳,۹۲              | ۲۹۷۸۰                 |
| C50,R50#,R50+    | ۳۹,۵۰              | ۳,۵۴              | ۲۶۸۹۰                 |
| C100,R100#,R100+ | ۳۶,۵۴              | ۳,۷۶              | ۲۸۶۱۶                 |
| C0,R0#,R0+       | ۳۶,۵۴              | ۳,۷۶              | ۲۸۶۱۶                 |

در جدول ۱ علامت C و R به ترتیب برای تیرهای تقویت عادی (کنترلی) و تیرهای تقویت اصلاح شده می‌باشد. این علائم به همراه اعداد ۰، ۲۵، ۵۰ و ۱۰۰ که مشخص کننده درصدی از نسبت‌های لنگر پیچشی به خمشی است و علائم # و + به زاویه الیاف موجود در کامپوزیت‌های CFRP که  $\pm 45^\circ$  یا ۹۰ درجه است اشاره دارد.

### کامپوزیت‌های CFRP

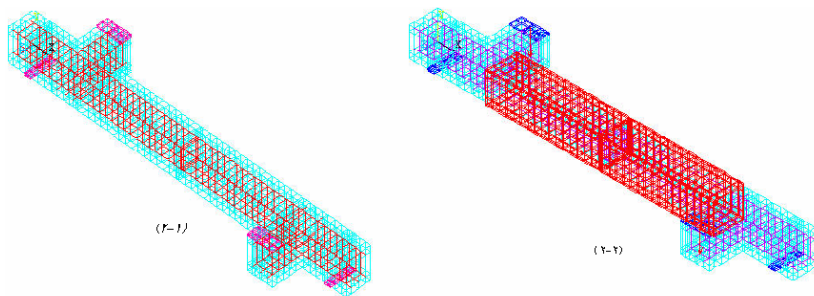
کامپوزیت‌های CFRP و مشخصات مصالح آن از نوریس و همکاران (۱۹۹۷) در این مطالعه استفاده شده است. دو لایه صفحات CFRP با ضخامت ۱ میلی‌متر در هر لایه برای ساخت کامپوزیت‌ها در نظر گرفته شده ضخامت کامپوزیت‌ها از تئوری مقاومت خمشی (۱۹۹۵) بدست آمده است. کامپوزیت‌ها

با زاویه الیاف  $\pm 45$  درجه و  $90 +$  برای تقویت در تیرهای بتنی استفاده شده است. مدول الاستیسیته طولی (E<sub>x</sub>) برابر ۳۴/۱ گیگاپاسکال، مدول الاستیسیته انتقالی (E<sub>y</sub>) برابر ۴/۶ گیگاپاسکال، مدول برشی (G)، ۶/۳ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ( $\mu_{xy}$ )، ۰/۳۶ می باشد (نوریس ۱۹۹۷).

## مطالعه عددی

### مدل اجزاء محدود

المان Solid65، المان جامد برای سازه‌های بتنی تقویتی سه بعدی برای مدل‌سازی بتن استفاده شد. این المان قابلیت مدل‌سازی ترک در کشش و گسیختگی در فشار را دارد. المان ۸ گره‌ای با سه درجه آزادی انتقالی در هر گره است. ویژگی مهم این المان رفتارسازی و ویژگی‌های مصالح غیرخطی است. هرچند Solid65 المان بتن تقویتی است قابلیت تقویت این المان در این مطالعه صرف‌نظر شده است. همه تقویت‌ها بطور جداگانه مدل‌سازی و با المان Link8 که یک المان استوانه‌ای سه بعدی است استفاده شده است. این المان، المان تک محوری کششی-فشاری با دو گره که هر گره سه درجه آزادی انتقالی است- المان Link8 قابلیت تغییر شکل پلاستیک را دارد. Solid45 یک المان سازه‌ای سه بعدی برای مدل‌سازی صفحات فولادی در تکیه‌گاه و زیر بار استفاده شده است. المان لایه‌ای جامد، المان Solid46 برای مدل کامپوزیت‌های CFRP استفاده گردید. علاوه بر این ضریب انتقال برش ( $\beta_1$ ) برای ترک‌های باز و بسته در بتن برای آنالیز در نظر گرفته شد. مقدار  $\beta_1$  در بیشتر تحقیقات بین ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ استفاده گردیده است (بنگاش ۱۹۸۹، برزگر ۱۹۹۷، همتی ۱۹۹۸) این ضریب با آزمایش‌های مختلف، برای بازشدگی ترک ۰/۱ در نظر گرفته شد که مناسب برای آنالیز تیرها تحت بارهای هم‌زمان خمشی و پیچشی است. مقادیر بالاتر از ۰/۱۲ برای ترک‌های بسته برای  $\beta_1$  استفاده گردید. برای تیرهای تحت خمشی خالص مقدار  $\beta_1$  برابر ۰/۲ برای بازشدگی ترک و ۰/۲۲ برای ترک بسته در نظر گرفته شد (کاجلاکف ۲۰۰۱). منحنی تنش- کرنش فشاری تک محوری برای بتن از روابط تجربی ترسیم و در این تحقیق استفاده شد. (دسای ۱۹۶۴، گر ۱۹۹۷). در این تحقیق اتصال بین فولاد تقویتی و بتن کامل فرض گردید. (کاجلاکف ۲۰۰۱ و فانیگ ۲۰۰۱). المان Link8، المان سه بعدی میله ای برای اتصال فولاد تقویتی با گره‌های بتن مجاور آن که المان Solid65 است به منظور یکسان سازی دو مصالح استفاده گردید. این روش برای کامپوزیت‌های CFRP نیز انجام گرفت. ضخامت المان Solid46 به علت محدودیت‌های هندسی اصلاح گردیدند. اشکال (۲-۱) و (۲-۲) به ترتیب مدل‌های اجزاء محدود تیرهای تقویت عادی (کنترلی) و اصلاحی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- مدل‌های اجزاء محدود. (۲-۱) تیر کنترلی و (۲-۲) تیر اصلاح شده

### حل غیر خطی و معیار گسیختگی

در این تحقیق کل بار اعمالی به دو مجموعه بارهای افزایشی و گام‌های بار تقسیم شده است. از روش حل تکرار نیوتن، رافسون به منظور همگرایی افزایش بار و محدود کردن خطای مجاز استفاده شد. در برنامه ANSYS گام زمانی برای اندازه هر گام بارها برای ماکسیمم و مینیمم بارها در نظر گرفته شد. با تکرار آزمایش‌های زیاد تعداد گام بار، ماکسیمم و مینیمم اندازه گام تعیین شد. در مرحله نهایی تعداد ترک‌ها زیاد می‌گردد. بارها به صورت گسترده با افزایش تدریجی بار اعمال شدند. گسیختگی هر مدل نیز برای زمانی که افزایش بار به ۴/۵ نیوتن می‌رسید اتفاق افتاد.

### نتایج و بررسی آن

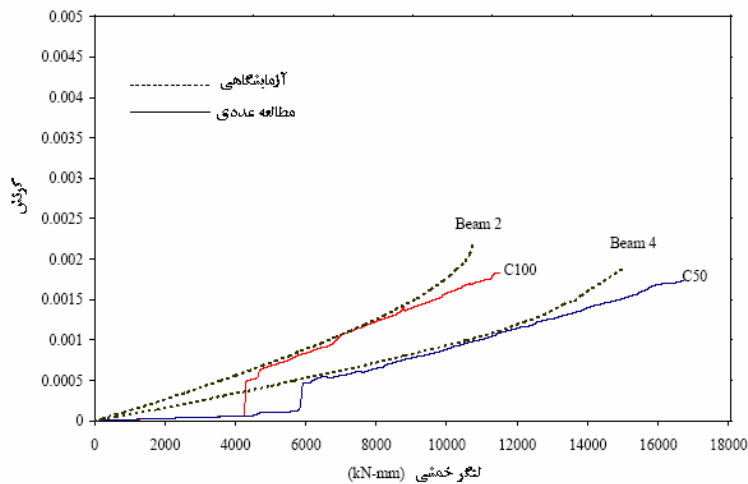
#### مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

گسیختگی لنگرهای خمشی و پیچشی بدست آمده برای تیرهای تقویت عادی از مطالعه عددی با نتایج آزمایشگاهی گسوند و همکاران ۱۹۶۴ مقایسه و در جدول ۲ ارائه شده است. از جدول ۲ می‌توان مشاهده کرد که همگرایی خوبی به استثنای تیر ۴ در مقادیر بدست آمده از آنالیز عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. این ممکن است به علت یکنواخت فرض کردن ضریب انتقال برش باشد.

جدول ۲- مقایسه لنگرهای خمشی و پیچشی در گسیختگی

| نام تیرها   |            | نسبت<br>$\Phi$ | لنگر خمشی در گسیختگی kN-mm |            | لنگر پیچشی در گسیختگی kN-mm |            |
|-------------|------------|----------------|----------------------------|------------|-----------------------------|------------|
| مطالعه عددی | آزمایشگاهی |                | مطالعه عددی                | آزمایشگاهی | مطالعه عددی                 | آزمایشگاهی |
| C100        | ۲          | ۱              | ۱۱۵۱۷                      | ۱۱۵۲۴      | ۱۱۵۱۷                       | ۱۱۵۲۴      |
| C50         | ۴          | ۰.۵۰           | ۱۶۷۲۷                      | ۱۵۱۴۰      | ۸۳۶۳                        | ۷۵۷۰       |
| C25         | ۸          | ۰.۲۵           | ۲۰۲۶۹                      | ۱۹۸۸۵      | ۵۰۶۷                        | ۴۹۷۱       |

منحنی لنگر خمشی- کرنش آزمایشگاهی بدست آمده توسط گسوند و همکاران (۱۹۶۴) برای تیرهای ۲ و ۴ با منحنی بدست آمده از تیرهای C100 و C50 از آنالیز عددی در شکل ۳ مشابهت دارد.

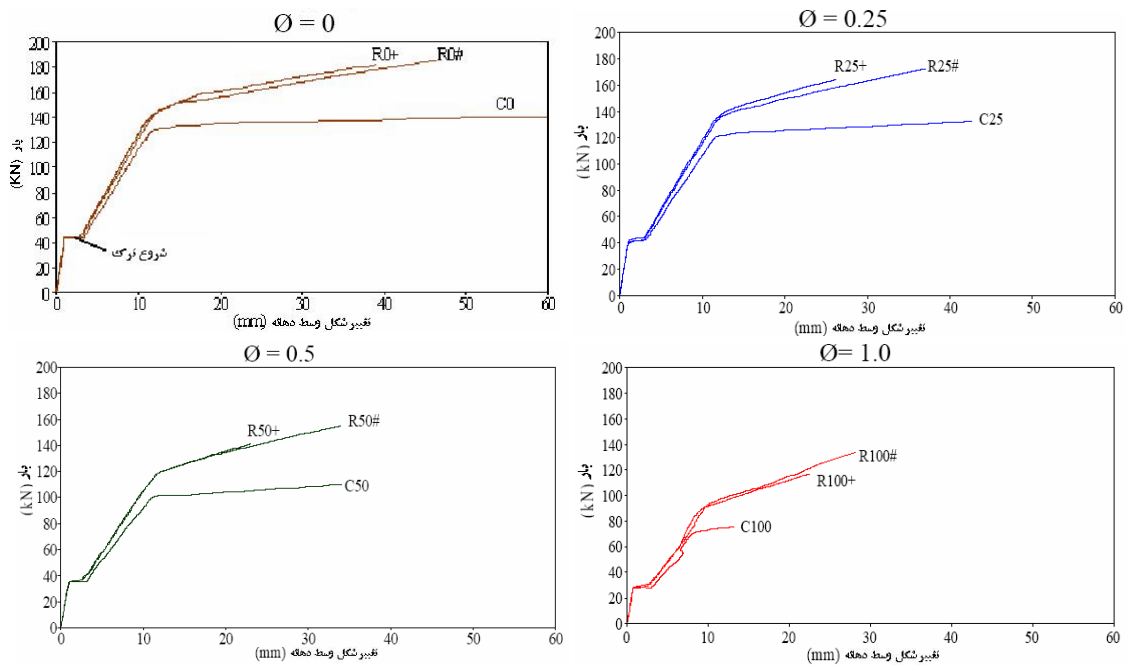


شکل ۳- کرنش در مرکز میلگردهای طولی تقویتی کششی

منحنی های لنگر خمشی- کرنش بدست آمده از تحقیق عددی با منحنی آزمایشگاهی تطابق بسیار نزدیکی دارد. هرچند اختلافات قابل توجهی بین منحنی های آزمایشگاهی و عددی قبل از ترک خوردگی بتن و نیز در مرحله نهایی دیده می شود که ممکن است به علت شل بودن بتن در مراحل آزمایشگاهی باشد که در مدل عددی این حالت اتفاق نمی افتد. افزایش سریع و ناگهانی کرنش تیرهای C100 و C50 در ترک خوردگی و در مطالعه عددی مشاهده می گردد. تنها در یک حالت تطابق عددی بین حل عددی و رفتار آزمایشگاهی این تیرها وجود دارد که ترک خوردگی بتن است. از این رو تیرهای بتنی مسلح اصلاحی دارای اهمیت می باشند. پس این نتایج کاربرد مدل اجزاء محدود ارائه شده را خوب ارزیابی و برای ادامه آنالیز استفاده می گردد.

### رفتار تیرهای اصلاحی

تحقیق عددی برای تیرهای بتنی مسلح اصلاحی با ترکیب خمش و پیچش با نسبت های مختلف لنگر پیچشی به لنگر خمشی ( $\Phi$ ) ادامه داده شد. نتایج بدست آمده ارائه و توصیف شد. سختی خمشی تیرهای بتنی تقویت اصلاحی با تیرهای تقویتی عادی نظیر به نظیر مقایسه گردید که به صورت منحنی های تغییر شکل انجام گردید. شکل ۴ دیاگرام بار- تغییر شکل مقادیر  $\Phi$  از ۰، ۰/۲۵، ۰/۵ و ۱ را نشان می دهد. تیرهای تقویت عادی (کنترلی) با C100، C50، C25، C0 نمایش داده شده است. تیرهای بتنی مسلح با کامپوزیت های CFRP با زاویه الیاف ۹۰ درجه (الیاف قائم) به صورت R100+، R50+، R25+، R0+ و R100-، R50-، R25-، R0- با  $\pm 45^\circ$  الیاف و R100#، R50#، R25#، R0# با نسبت های مختلف  $\Phi$  بر روی منحنی های بار- تغییر مکان نشان داده شده است.

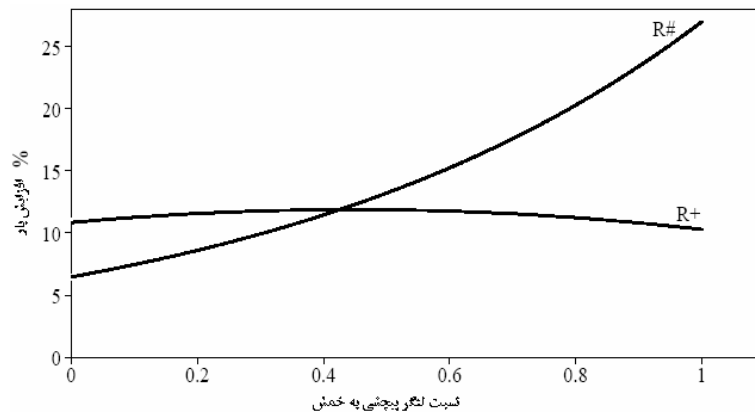


شکل ۴- دیاگرام بار - تغییر شکل برای مقادیر  $\phi$  از ۰، ۰/۲۵، ۰/۵ و ۱

نتایج نشان می‌دهد که بافت CFRP اطراف تیرسختی اولیه را در مراحل اولیه بارگذاری و قبل از ایجاد ترک افزایش نمی‌دهد. این نشان دهنده آن است که افزایش لایه‌های CFRP در سختی اولیه تیرهای بتنی تقویتی اثر قابل توجهی ندارد. منحنی‌های بار- تغییر شکل برای مقام مقادیر  $\phi$ ، افزایش تدریجی سختی را در تیرهای بتنی تقویتی اصلاحی در مقایسه با تیرهای بتنی مسلح عادی در مرحله آغاز ترک تا مرحله نهایی نشان می‌دهد. که موثر بودن این کامپوزیت‌های CFRP در مراحل اولیه شروع ترک در بتن را مشخص می‌کند. جالب توجه اینکه بعد از ترک خوردگی و گسترده‌گی ترک این تیرهای بتنی مسلح اصلاحی پایدارتر می‌شوند.

### نقش موقعیت و زاویه الیاف

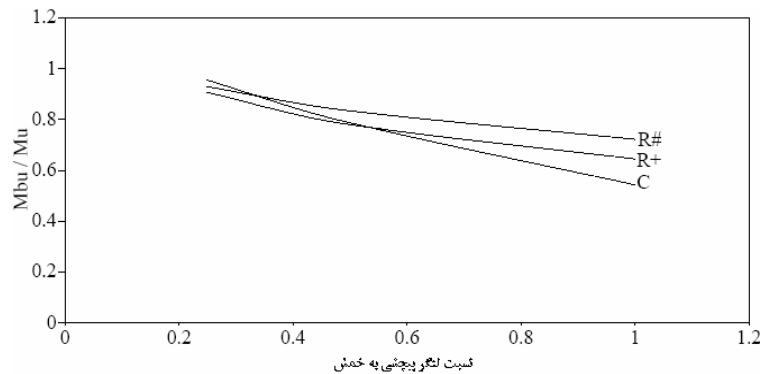
درصد افزایش بار مفید تیرهای مسلح اصلاحی به نسبت تیرهای مسلح عادی با نسبت‌های مختلف  $\phi$  در شکل ۵ نشان داده شده‌است. بار مفید در واقع بار مطابق با تغییر شکل ۰/۰۴ برابر دهنه تیراست. (BIS456-2000). از شکل ۵ به آسانی می‌توان دریافت که لایه‌های CFRP پوششی اطراف تیر در افزایش ظرفیت بار برای نسبت‌های بالای  $\phi$  موثرتر می‌باشد. تقویت تیرها با لایه‌های CFRP باز اویه الیاف ۹۰ درجه یا قائم برای مقادیر  $\phi$  کمتر از ۰/۴۳ به طور تقریبی موثر است- هرچند برای مقادیر  $\phi$ ، بالاتر از ۰/۴۳، افزایش ظرفیت بار تیرهای اصلاحی با لایه‌های کامپوزیت با زاویه الیاف  $\pm 45$  درجه در مقایسه با الیاف ۹۰ درجه به صورت افزایش نهایی یا لگاریتمی است. زاویه الیاف  $\pm 45$  درجه با نسبت‌های بالای  $\phi$  در برش بسیار موثرتر عمل می‌کند.



شکل ۵- نقش موقعیت و زاویه الیاف

### مقاومت خمشی تیرها تحت ترکیب خمش و پیچش

کاهش مقاومت خمشی تیرها(عادی و اصلاحی) چه در ترکیب خمش یا پیچش ( $M_{u, b_t}$ ) و چه در خمش ( $M_{u, b}$ ) مطرح شده است. نسبت مقاومت خمشی ( $M_{u, b_t} / M_{u, b}$ ) تیرهای مسلح عادی و تیرهای مسلح اصلاحی با تقویت کامپوزیت با زاویه الیاف  $\pm 45^\circ$  درجه و  $90^\circ$  درجه برای مقادیر مختلف  $\phi$  در شکل ۶ نشان داده شده است. می توان مشاهده کرد که افزایش  $\phi$  مقاومت خمشی تیرها کاهش می یابد. درصد کاهش مقاومت خمشی تیرها،  $R^+$  و  $R\#$  به ترتیب ۴۳/۲، ۲۸/۹۶ و ۲۲/۴۰ می باشد. کاهش سریع تر تیرهای  $R^+$  در مقایسه با  $R\#$  در مقاومت را می توان دید. این نشان می دهد که بافت تیرهای با کامپوزیت CFRP و با زاویه الیاف  $\pm 45^\circ$ ، تاثیر بیشتری در تقویت تیر تحت ترکیب خمش و پیچش دارد.



شکل ۶- تغییرات مقاومت خمشی تیرها تحت ترکیب بارهای خمشی و پیچشی

### نتیجه گیری

آنالیز اجزاء محدود برای مطالعه بر روی رفتار خمشی با توجه به سختی و مقاومت تیرهای بتن آرمه اصلاحی برای ترکیب خمش و پیچش انجام گرفت.

براساس نتایج بدست آمده از این مطالعه عددی نتایج اصلی بطور مختصر در ذیل آورده شده است:

۱. در تیرهای بتن آرمه تقویت شده، افزایش لایه های CFRP اثر قابل توجهی در سختی اولیه تیرها ندارد.
۲. تقویت تیرهای بتن آرمه با CFRP تنها بعد از شروع ترک در بتن موثر می باشد.
۳. کامپوزیت های CFRP پوششی اطراف تیرها به منظور بهبود و بالا بردن ظرفیت باربری با افزایش نسبت لنگر پیچشی به لنگر خمشی موثر و کارا می باشد.
۴. لایه های کامپوزیتی با زاویه الیاف  $\pm 45^\circ$  درجه، برای مقادیر بالای نسبت های لنگر پیچشی به لنگر خمشی موثرتر و با کارایی بالاتری می باشند.

### مراجع

1. Kachlakev, D., Miller T., Yim, S. (2001), "Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures Strengthened with FRP Laminates", *Report for Oregon Department Of Transportation*, Salem.
2. Ghobarah, A., Ghorbel, M.N., Chidiac, S.E. (2002), "Upgrading torsional resistance of reinforced concrete beams using fiber – reinforced polymer", *Journal of composites for construction*, pp.257-263.
3. Gesund, H., Frederick, J.S., Buchanan, G.R., Gray, G.A.(1964), "Ultimate strength in combined bending and torsion of concrete beams containing both longitudinal and transverse reinforcement", *Journal of the American Concrete Institute*, pp.1509-1522.
4. Ghobarah, A., Ghorbel, M.N., Chidiac, S.E. (2002), "Upgrading torsional resistance of reinforced concrete beams using fiber – reinforced polymer", *Journal of composites for construction*, pp.257-263.
5. Tedesco, J.W., Stallings J.M., El-Mihilmy, M. (1999), "Finite Element Method Analysis of a Concrete Bridge Repaired with Fiber Reinforced Plastic Laminates", *Computers and Structures*, Vol. 72, pp. 379-407.