

کاربرد نرم افزار MATLAB در مکانیک سیالات

حمید رضا باباعلی
ابولفضل شمسایی
حمید رضا وثوقی فر

دانشجوی دکتری عمران آب - عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی خرم آباد
ابناتاد دانشکده عمران صنعتی شریف
دانشیار - هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شمال تهران

Ham_babaali@yahoo.com

خلاصه مقاله:

نرم افزار MATLAB ابزار قوی ریاضیاتی و مهندسی میباشد. اغلب مهندسين اين نرم افزار را مخصوص مهندسی برق میدانند. حال آنکه کاربردهای زیادی در مهندسی عمران دارد. از مهمترین مزایایی این نرم افزار M-File های قوی آن در مکانیک سیالات میباشد. قدرت حل عددی این نرم افزار آن را برای معادلات عددی آماده نموده است. روش بسیار ساده تعریف ماتریس و آرایه ها که نیازی به هیچگونه برنامه نویسی ندارد یکی از بهترین کاربردهای این نرم افزار میباشد. حجم بسیار کم برنامه نویسی توسط این نرم افزار آن را در کارهای عددی ممتاز نموده است. دامنه وسیع کاربرد این نرم افزار در مهندسی عمران از مقطع کارشناسی تا دکتری کاربرد آن را روز به روز وسعت بخشیده است. در مقاله حاضر با حل چند مثال عددی روش کار ابتدایی این نرم افزار معرفی گردیده است.

لغات کلیدی: نرم افزار MATLAB, مهندسی عمران, جریان پتانسیل, بهینه سازی

مقدمه:

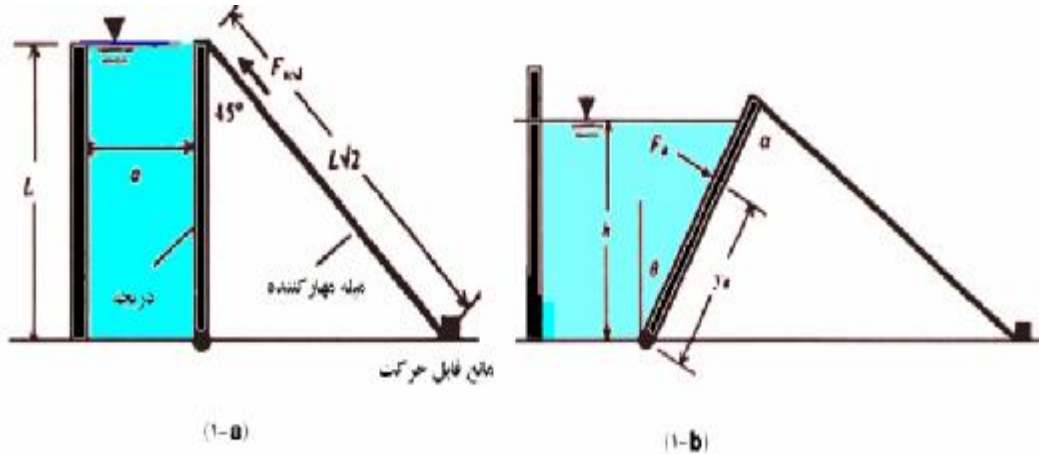
نام این نرم افزار از matrix laboratory اقتباس شده است. این نرم افزار دارای کاربرد بسیار وسیعی از جمله ریاضیات و محاسبات - الگوریتم های توسعه یافته - عملیات بر روی انواع داده ها - مدلسازی و شبیه سازی - گرافیک های مهندسی و علمی - این نرم افزار در علوم پایه و مهندسی کاربرد وسیعی دارد همچنین مدلسازی و پردازش داده ها با فرامین بسیار ساده صورت میگیرد. برخی کاربردهای نرم افزار MATLAB در مهندسی عمران و مکانیک:

- 1- استاتیک و طراحی قسمتها و قطعات مختلف مانند نیروها تعادل اجسام صلب تیرها ستونها میله ها کمانش ستونها
 - 2- مقاومت مصالح تنش ها در چرخ دنده های ساده ..
 - 3- انتقال حرارت
 - 4- دینامیک و ارتعاشات
 - 5- مکانیک سیالات مانند توزیع فشار در اتمسفر استاندارد نیروی وارد بر دریچه ها جریان ویسکوزیته داخلی شامل مسئله مخازن مرتبط بهم خطوط انتقال لوله عمودی وافقی و..... این بخش در مقاله با ذکر سه مثال توضیح داده میگردد.
 - جریانهای خارجی مانند لایه های مرزی جریان پتانسیل چشمه ها دابلت ها گردابه ها میدان جریان یکنواخت
 - 6- بهینه سازی شامل بهینه سازی برای کلیه مسائل مهندسی شامل روش های:
 - حل گرافیکی: مسائل بهینه سازی با دو متغییر را میتوان با ابزار گرافیکی MATLAB حل نمود.
 - برنامه نویسی خطی: برنامه نویسی خطی یا LP روشی است که میتوان مسائلی را که تابع هدف و قیود بصورت خطی باشند حل نمود.
 - برنامه نویسی غیر خطی: NLP روشی است که میتوان مسائلی را که تابع هدف و یا قیود بصورت غیر خطی باشند حل نمود.
 - روش مقید تک منظوره: در این روش حداقل یک تابع یک متغیره را روی یک ورودی ثابت بدست میاید.
 - روشهای مقید چند منظوره: حداقل مساله بهینه سازی چند متغیره غیر خطی را میابد.
 - برنامه نویسی درجه دوم: تابع هدف از نوع درجه دوم است اما قیود خطی میباشدند.
 - روش مقید شده نیمه محدود:
 - بهینه سازی چند منظوره:
- در این بخش از مقاله به ذکر سه مثال حل شده در مکانیک سیالات پرداخته میگشود .

1- نیروی وارد بر یک دریچه تخت که قابلیت تغییر وضعیت را دارد:

بیان مسئله: دریچه فلزی در جلوی مخزنی به عرض B و عمق L و طول a قرار دارد. دریچه توسط یک میله مهار شده است در انتهای میله یک مانع قرار دارد که بر اثر افزایش فشار بصورت ساعتگرد اجازه چرخش دریچه را میدهد. مطلوبست رسم دیاگرام نیرو برای زوایای مختلف دریچه.

شکل شماره 1: دریچه مقابل مخزن



حل: حجم مخزن توسط کف و دیوارهای ثابت و دریچه و سطح آب کنترل میگردد. بنابراین حجم مخزن از رابطه ذیل بدست میاید.

$$\frac{V}{V_w} = \cos \theta + \frac{L}{2a} \cos \theta \sin \theta \quad (1)$$

هنگامی که آب از بالای دریچه سرریز کند شرط ذیل برقرار است.

$$\text{شرایط مسئله} \quad \frac{V}{V_w} < 1.0$$

حجم اولیه مخزن از رابطه زیر بدست میاید.

$$\frac{V_w}{B} = aL = ah + 0.5h^2 \tan \theta \quad (2)$$

با گشتاور گیری حول لولا نیروی موجود در میله محاسبه میگردد.

$$F_{rod} = \frac{F_R Y_R + 0.5wL \sin \theta}{L \sin \alpha} \quad (3)$$

F_R نیروی برآیند ناشی از آب روی دریچه میباشد.

$$\alpha = \theta + \cos^{-1}(\cos L \sqrt{2}) \quad (4)$$

با استفاده از فشار هیدرواستاتیک بر روی دریچه شیبدار تخت داریم

$$F_R = \frac{B \rho g h^2}{2 \cos \theta} \quad (5)$$

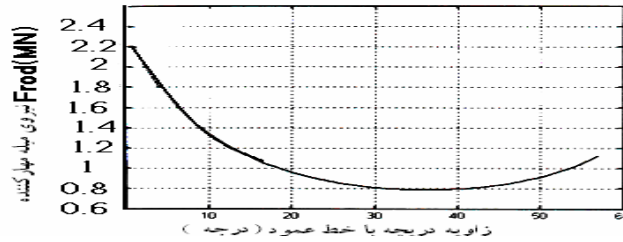
$$Y_R = \frac{h}{2 \cos \theta} - \frac{2I_{xx} \cos^2 \theta}{Bh^2} \quad (6)$$

$$I_{xx} = \frac{Bh^3}{12 \cos^3 \theta} \quad (7)$$

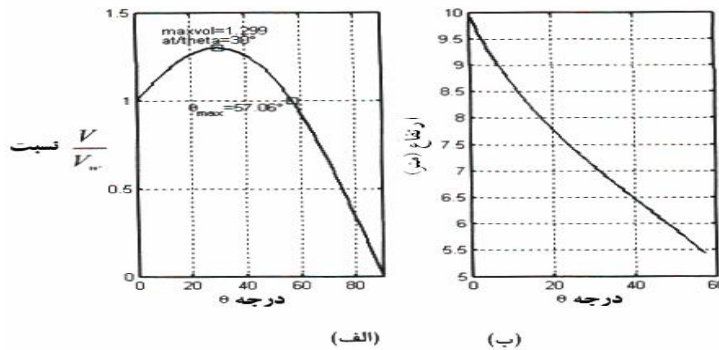
$$F_{\text{rod}} = \frac{1}{L \sin \alpha} \left[\frac{BPgh^3}{6 \cos^2 \theta} + \frac{WL}{2} \sin \theta \right] \quad (8)$$

با جایگذاری روابط بالا خواهیم داشت: $L=10\text{m}, a=5\text{m}, B=10\text{m}, W=100000\text{N}$ با استفاده از تابع f_{zero} نمودار V/V_W در مقابل q رسم می‌گردد. با استفاده از تابع f_{minbnd} و $\max \theta$ نمودارها تکمیل می‌گردد. برای بدست آوردن شکل h نسبت به q معادله درجه دومی بر حسب h در معادله 4 توسط roots حل می‌گردد و فقط ریشه مثبت آن در نظر گرفته می‌شود.

شکل شماره 2: نمودار نیروی میله در مقابل زاویه چرخش دریاچه



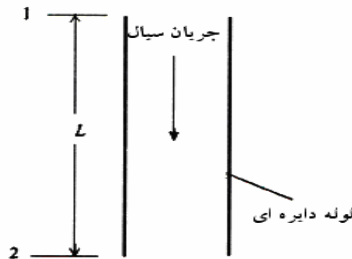
شکل شماره 3: نمودار زاویه چرخش دریاچه - ارتفاع آب در مخزن و زاویه چرخش دریاچه - نسبت حجم مخزن به حجم عملیه مخزن



2- جریان به سمت پایین در لوله عمودی:

یک لوله با طول L و قطر $D=4\text{cm}$ که عمودی قرار گرفته است را در نظر می‌گیریم. آب با چگالی $\rho=1000\text{kg/m}^3$ و ویسکوزیته سینماتیکی $\nu = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ به سمت پایین در این لوله جریان دارد. نرخ جریان را طوری بیابید که افت فشار ناشی از جریان رو با پایین با فشار حاصله بالانس گردد.

شکل شماره 4- جریان از یک لوله به قطر D که بصورت عمودی قرار گرفته است



حل: نرخ جریان بایستی طوری محاسبه گردد که فشار هیدرواستاتیک مستقل از طول محوری لوله باشد. معادله افت هد برابر است با:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{\lambda L V^2}{2gD} \quad (9)$$

که P فشار، V سرعت متوسط، Z ارتفاع، فاکتور اصطکاک است

$$P_1 = P_2, V_1 = V_2, Z_1 - Z_2 = L$$

در این مسئله

$$\lambda = \frac{2gD^3}{V^2 R_e^3} \quad (10)$$

که Re عدد رینولدز است که از رابطه زیر بدست میاید.

$$R_e = \frac{VD}{\nu} \quad (11)$$

فرمول کلبروک برای I بر حسب Re در لوله با ضریب زبریهای متفاوت K/D بصورت زیر استدر این مسئله K=0 میباشد.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2/51}{R_e \sqrt{\lambda}} + \frac{k/D}{3.7} \right) \quad R_e \geq 4000 \quad (12)$$

در زیر با استفاده از نرم افزار MATLAB و نوشتن یک برنامه سه خطی مجهولات محاسبه میگردد. برنامه عبارتست از:

function value=colebrookFriction(Re,nu, kOverD, gravity, diameter) تعریف تابع

lambda=2*gravity*diameter^3/(nu*Re)^2; معرفی رابطه ضریب اصطکاک لوله

value=1/sqrt(lambda)+2*log10(kOverD/3.7+2.51/(Re*sqrt(lambda))); معرفی رابطه ۱۲
با مقدارهی به برنامه داریم:

diameter=0.04; gravity=9.81; قطر لوله و شتاب گرانش

nu=1.2e-6;kOverD=0.000; لزجت سینماتیکی و زبری نسبی

options=optimset('display','off');

Re=fzero('ColebrookFriction',[1e3, 1e7],options,nu,kOverD,gravity,diameter); محاسبه عدد رینولدز

disp(['Re =', num2str(Re)]) نمایش عدد رینولدز

disp(['Flow Rate =', num2str(pi*diameter*Re*nu/4) 'm^3/s']) نمایش نرخ جریان یا همان دبی

نتایج برنامه:

Re = 24040.8408 عدد رینولدز جریان

Q = 0.0090631 m^3/s دبی یا نرخ جریان $Q = \pi D^2 V / 4$

3- جریان پتانسیل:

در جریان پتانسیل تراکم پذیر برای میدانهای سرعت داریم:

$$\vec{\nabla} u = 0 \quad \text{و} \quad \vec{\nabla} \times u = 0 \quad (13)$$

این شرایط نشان میدهند که سرعت را به عنوان یک میدان پتانسیل میتوان تعریف نمود

$$\vec{u} = \nabla \phi \quad \text{و} \quad \nabla^2 \phi = 0 \quad (14)$$

که f در معادله لاپلاس صدق میکند

در جریان دو بعدی با استفاده از تابع f داریم:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (15)$$

شرایط دریکله: f در روی مرزها مشخص است.
شرایط نیومن: مولفه سرعت عمود بر مرزها مشخص است.
در ذیل چهار نوع جریان بررسی می‌گردد.

1- چشمه ها و چاه ها:

$$r_M^2 = (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 \quad \theta_M = \tan^{-1} \frac{y - y_M}{x - x_M} \quad (16)$$

$$\phi_m = \frac{m}{2\pi} \ln r_M \quad \psi_M = \frac{m}{2\pi} \theta_M$$

2- دابلیت یا دوقلو:

که (x_k, y_k) موقعیت دو قطبی و k قدرت دو قطبی می‌باشد

$$\phi_k = \frac{K \cos \theta}{r_k} \quad \psi_k = -\frac{K \sin \theta}{r_k} \quad (17)$$

$$r_k^2 = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 \quad \theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_k}{x - x_k} \right)$$

3- گردابه:

که (x_Γ, y_Γ) موقعیت گردابه و Γ قدرت گردابه را مشخص می‌کند.

$$\theta_\Gamma = \frac{\Gamma}{2\pi} r_\Gamma \quad \psi_\Gamma = -\frac{\Gamma \ln r_\Gamma}{2\pi} \quad (18)$$

$$r_\Gamma^2 = (x - x_\Gamma)^2 + (y - y_\Gamma)^2 \quad \theta_\Gamma = \tan^{-1} \frac{y - y_\Gamma}{x - x_\Gamma}$$

4- میدان جریان یکنواخت:

$$\phi_U = U_x \quad \psi_U = U_y \quad (19)$$

که U سرعت جریان را بیان می‌کند.

بنابراین معمولاً با ترکیب کردن توابع جریان جریانهای مختلف اطراف شکلهای گوناگون شبیه سازی می‌گردد. اگر ψ_s خط جریان جدید باشد داریم:

$$\psi_s = \psi_M + \psi_k + \psi_\Gamma + \psi_U \quad (20)$$

جهت تعیین الگوی جریان در نرم افزار MATLAB سه روش وجود دارد.

الف: روش استفاده از کانتور (counter)

ب- روش محاسبه مستقیم خطوط جریان

ج- روش حل میدان با استفاده از pdeTool

در این مقاله به روش الف پرداخته شده است.

الف: روش استفاده از کانتور (counter):

نخستین روش و آسانترین روش برای تعیین الگوی خط جریان یک جریان مشخص، رسم خطوط جریان بوسیله کانتور می باشد. برنامه

ضمیمه یک خط جریان ψ_s را برای یک جریانی رسم میکند که شامل جریان با سرعت ثابت U یک دابلیت با قدرت k و یک گردابه با قدرت Γ میباشد. جهت فهم مسئله با مقدار دهی ذیل مسئله ترسیم شده است.

مشخصات مسئله:

$$(x_k, y_k) = (-1, -1) \quad k=5$$

$$(x_{\Gamma}, y_{\Gamma}) = (-1, -1) \text{ و } \Gamma = 8\pi$$

$$U = 5$$

```

nx=100;xmin=-3.5;xmax=1.5;   تعداد شبکه و حدود محور افقی
ny=100;ymin=-3.0;ymax=1.5;   تعداد شبکه و حدود محور عمودی
[x,y]=meshgrid(linspace(xmin,xmax,nx),linspace(ymin,ymax,ny));   شبکه بندی
U = 5.0;   مشخصات جریان یکنواخت
Gamma=8*pi;xGamma=-1.0;yGamma=-1;   مشخصات جریان گردابه
K=5.0;xK=-1.0;yK=-1.0;   مشخصات دابلت
radius=inline('sqrt((x-xI).^2+(y-yI).^2'),'x','y','xI','yI');
Psik=K*sin(atan2(y-yK,x-xK))/radius(x,y,xK,yK);
psiGamma=Gamma*log(radius(x,y,xGamma,yGamma))/2/pi;
Stream Function = U*y - psiGamma - Psik   معادله جریان

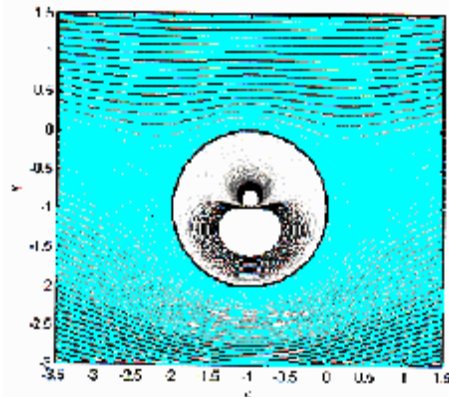
levmin=Stream Function (1,nx);
levmax=Stream Function (ny,nx/2);

levels=linspace(levmin,levmax,50);
contour(x,y,StreamFunction,levels)   رسم خطوط جریان

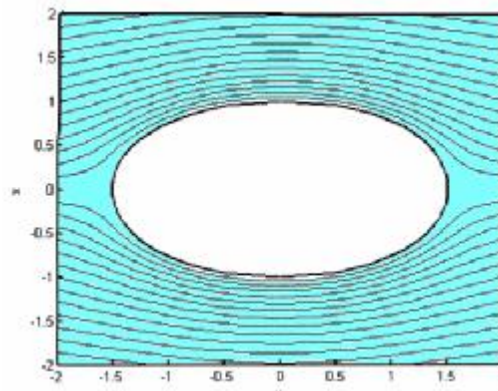
hold on
theta=linspace(0,2*pi);   حدود زاویه
plot(xGamma+cos(theta),yGamma+sin(theta),'k')
axis equal
axis([xmin xmax ymin ymax])
ylabel('y')   نامگذاری محور عمودی
xlabel('x')   نامگذاری محور افقی

```

شکل شماره 5: ترسیم خطوط جریان اطراف یک استوانه که جریان یکنواخت و دابلت و گردابه حول آن وجود دارد.



شکل شماره 6: ترسیم خطوط جریان اطراف یک بیضی



نتیجه گیری:

در این مقاله به چند کاربرد ساده نرم افزار MATLAB در مهندسی عمران پرداخته شده است و دلایل استفاده از این نرم افزار به طور خلاصه عبارت است از:

- 1- ابزار بسیار قوی جهت بهینه سازی پروژه های عمرانی که این امر با توجه به این موضوع که تغییر یکی از پارامترهای موجود در یک پروژه عمرانی میتواند منجر به صرفه جویی زیادی در منابع مالی زمانی انسانی گردد.
 - 2- تعریف بسیار ساده و ابتدایی مسائل در نرم افزار MATLAB
 - 3- تعریف بسیار ساده ماتریسها و بردارها در مسائل عددی
 - 4- HELP بسیار قوی نرم افزار
 - 5- دامنه کاربرد بسیار وسیع نرم افزار به عنوان مثال حل مسائل توسط الگوریتم زنتیک
 - 6- ابزار بسیار قوی ریاضیاتی در حل و ترسیم مسائلی
 - 7- ابزار قوی در مدلسازی و شبیه سازی
- لازم به ذکر است این نرم افزار دارای تواناییهای بسیار بالایی از لحاظ ریاضی میباشد. بنابراین به مهندسی عمران توصیه میگردد که با توجه به کاربرد روز افزون این نرم افزار در کشورهای پیشرفته جهت یادگیری این نرم افزار اقدام نمایند.

مراجع:

- 1- help نرم افزار MATLAB
- 2- مجموعه مقالات سایتهای اینترنتی درباره کاربرد نرم افزار MATLAB در مهندسی عمران
- 3- کتاب راهنمای نرم افزار MATLAB در حل مسائل مهندسی، نیما بهشتیان، انتشارات ناقوس