

بررسی آنالیز ارتعاش محیطی سازه ها، به روش تجزیه فرکانسی

محمد مهدی خطیبی^۱، مهدی مرادی^۲، محمد رضا آشوری^۳

۱، ۲، ۳ - گروه مهندسی مکانیک دانشکده مهندسی دانشگاه سمنان - آزمایشگاه آنالیز مودال

m.m.khatybi@gmail.com

خلاصه

امروزه در طراحی، ساخت و نگهداری کلیه سازه های مهندسی نظیر پل ها، برج ها و ساختمان ها، تحلیل دینامیکی سازه نقشی مهم و کلیدی دارد. پیچیدگی و بزرگی این سازه ها و وجود مشکلاتی در آنالیز مودال کلاسیک آنها، نظیر دشوار بودن تحریک و وجود نویز در محیط، محققان را بر آن داشته که به ارائه تکنیک های جدیدی در دستیابی به پارامترهای مودال سازه بپردازند. در این روشها، تحریک، به کمک نیروهای طبیعی صورت می گیرد و خصوصیات دینامیکی سازه صرفا با اندازه گیری پاسخ بدست می آیند. از این رو این روش ها، با عنوان آنالیز ارتعاشات محیطی یا آنالیز مودال بر مبنای پاسخ، شناخته می شوند. در این مقاله یکی از روش های آنالیز ارتعاشات محیطی به نام تجزیه فرکانسی بر روی مدلی از یک ساختمان ۶ طبقه انجام و نتایج آن، در محاسبه فرکانس طبیعی، ضریب دمپینگ و شکل مودهای سازه مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: آنالیز ارتعاشات محیطی، نویز سفید، روش تجزیه فرکانسی، روش تجزیه مقادیر تکین

مقدمه

تحلیل دینامیکی یکی از مهمترین و پرکاربردترین ابزارهای مهندسی در طراحی، ساخت و نگهداری سازه ها می باشد، ولی معمولا برای سازه های پیچیده جواب تحلیلی موجود نمی باشد. همچنین مدل های تقریبی عددی، نظیر روش اجزاء محدود (FEM)، روش تفاضل محدود (FDM) و روش المان های مرزی (BEM)، نیز با مشکلاتی مانند خطاهای حاصل از بکارگیری فرضیات نامناسب، خطا در مدل کردن جزئیات سازه های پیچیده و عدم اطلاع صحیح از خواص مواد، مواجه می باشند. از این رو تست مودال، ابزار مناسبی، برای دستیابی به خواص دینامیکی سازه شناخته می شود. روش های آنالیز مودال کلاسیک، بر اندازه گیری ورودی/ خروجی مبتنی بوده و با به کارگیری روش های شناسایی مدل؛ نظیر انتخاب قله^۴، Ibrahim time domain (ITD) و غیره به استخراج پارامترهای مودال سازه می پردازند [1]. در سازه های بزرگ و پیچیده، آنالیز مودال کلاسیک با مشکلات اساسی مواجه است. از یک سو برای تحریک سازه های بزرگ، نیروی زیادی باید به کار گرفته شود تا تمامی شکل مودهای سازه در محدوده فرکانسی مد نظر تحریک گردد و از سوی دیگر به کارگیری چنین نیروی بزرگی، موجب خرابی محلی سازه و نیز بروز رفتار غیرخطی می شود. همچنین در محیط واقعی مسائلی مانند باد، تردد خودرو و امواج صوتی، نویز زیادی را در تست ایجاد می کنند [2]. وجود چنین مشکلاتی محققان را بر آن داشته تا به ارائه روش های نوین تست مودال، بر مبنای اندازه گیری فقط پاسخ^۵ بپردازند. اولین موارد کاربرد این روشها، در زمینه بررسی ارتعاشات پل معلق [3] و ارتعاشات سازه ها [4,5] صورت گرفته است. با پیشرفت کامپیوترها و روش های محاسباتی در دهه ی اخیر، فعالیت گسترده تری در این زمینه انجام شده است. Brinker و همکارانش روشی را به نام تجزیه فرکانسی ارائه کردند [6]، که چندی بعد با کمی تغییر به عنوان یکی از پرکاربردترین روش های آنالیز ارتعاشات محیطی^۶ شناخته شد [7]. در این مقاله، با پیاده سازی روش تجزیه فرکانسی^۷ بر روی مدل ۶ درجه یک ساختمان ۶ طبقه، فرکانس های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودهای سازه محاسبه و نتایج با مدل تحلیلی اجزاء محدود مقایسه شده است.

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی

^۲ دانشجوی کارشناسی مهندسی مکانیک-طراحی جامدات

^۳ استادیار گروه مهندسی مکانیک

^۴ Peak-Picking

^۵ Output-Only Modal Analysis

^۶ Ambient Vibration Analysis

^۷ Frequency Domain Decomposition

بررسی تئوریک روش تجزیه فرکانسی

روش های آنالیز ارتعاشات محیطی به دو دسته کلی؛ پارامتریک و غیر پارامتریک تقسیم بندی می شوند. روش های غیر پارامتریک با انجام یک مجموعه عملیات ریاضی، بر روی داده های اندازه گیری شده، در حوزه فرکانس، به استخراج مشخصات دینامیکی سازه می پردازند؛ در حالیکه در روش های پارامتریک، یک مدل پارامتریک سیستم در حوزه زمان تقریب زده شده و مستقیماً بر روی پاسخ های بدست آمده از داده های اندازه گیری منطبق (fit) می شود و مدل دینامیکی سیستم استخراج میگردد [10,9,8].

یکی از روش های غیر پارامتریک، تجزیه فرکانسی (FDD) است که شباهتهایی با روش انتخاب قله (PP) [11,12] دارد. در این روش که توسط Brincker ارائه شده [13]، ابتدا ماتریس چگالی طیف توان (PSD) محاسبه و سپس روش تجزیه مقادیر تکین (SVD) بر روی آن اعمال می شود و به کمک آن، مقادیر فرکانس های طبیعی، ضریب دمپینگ و شکل مودها بدست می آیند. اساس روابط حاکم بر FDD، بر رابطه بین خروجی ها و ورودی های یک سیستم استوار است (رابطه ۱) [14].

$$G_{yy}(j\omega) = \bar{H}(j\omega).G_{xx}(j\omega).H^T(j\omega)$$

(۱)

که در آن G_{xx} ماتریس طیف چگالی توان ورودی، G_{yy} ماتریس طیف چگالی توان خروجی و $H(j\omega)$ ماتریس تابع پاسخ فرکانسی می باشد. برای ماتریس پاسخ فرکانسی می توان نوشت [1]:

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k}$$

(۲)

که Q_k نشان دهنده بخش مانده λ_k ، \bar{Q}_k نشان دهنده $\bar{\lambda}_k$ امین فرکانس طبیعی و علامت "-" نشان دهنده مزدوج مختلط و n تعداد مود های بکار رفته را نشان می دهد. با ترکیب معادله (۱) و (۲) رابطه بین چگالی توان ورودی و خروجی به صورت زیر بدست می آید:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \left[\frac{Q_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{Q}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} \right] . G_{xx}(j\omega) . \left[\sum_{s=1}^n \frac{Q_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{\bar{Q}_s}{j\omega - \bar{\lambda}_s} \right]$$

(۳)

در صورتیکه ورودی نویز سفید باشد، ماتریس چگالی توان آن یک ماتریس قطری به فرم $G_{xx}(j\omega) = C[I]$ خواهد بود. با جایگزین کردن این رابطه در رابطه (۳) و انجام محاسبات ریاضی معادله زیر حاصل خواهد شد:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{A}_k}{j\omega - \bar{\lambda}_k} + \frac{B_k}{-j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{B}_k}{-j\omega - \bar{\lambda}_k}$$

(۴)

در این معادله A_k ماتریس k امین مانده چگالی توان خروجی می باشد، که با رابطه (۵) نمایش داده شده است.

$$A_k = Q_k C \left(\sum_{s=1}^n \frac{\bar{Q}_k^T}{-\lambda_k - \lambda_s} + \frac{Q_k^T}{-\lambda_k - \lambda_s} \right)$$

(۵)

با استفاده از خاصیت تعامد مود ها، مانده به صورت $A_k = Q_k C \bar{Q}_k / 2\alpha_k$ در خواهد آمد که در آن α_k بخش حقیقی K امین قطب می باشد. در صورتیکه میرایی سیستم کم باشد، ترم باقیمانده متناسب با شکل مود خواهد بود و لذا بصورت $Q_k = \phi_k \gamma_k$ در خواهد آمد. بنابراین:

$$A_k \propto Q_k C \bar{Q}_k = \phi_k \gamma_k C \gamma_k^T \phi_k^T = d_k \phi_k \phi_k^T$$

(۶)

⁸ Residue

که در آن d_k یک اسکالر، ϕ_k بردار شکل مود k ام و γ_k بردار اثرگذاری مود⁹ می باشد. بنابر این در نهایت چگالی توان پاسخ ها بر حسب شکل مود ها و قطب های سیستم به صورت معادله زیر تبدیل می شود:

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{d_k \phi_k \phi_k^t}{j\omega - \lambda_k} + \frac{\bar{d}_k \bar{\phi}_k \bar{\phi}_k^t}{j\omega - \bar{\lambda}_k}$$

(۷)

در هر فرکانس تعداد محدودی مود در ساختن پاسخ های سیستم شرکت می نمایند. در نزدیکی فرکانس های طبیعی سیستم فقط یک مود به طرز قابل توجهی پاسخ سیستم را می سازد. لذا پاسخ در این فرکانس، بسیار شبیه شکل مود این فرکانس خواهد بود. اگر ماتریس چگالی توان فرکانس سیستم، در فرکانس مورد نظر به مقادیر و بردار های تکین آن تجزیه گردد (رابطه ۸)، از آنجاییکه مقادیر تکین در ارتباط مستقیم با ضرایب اثر گذاری مود ها می باشند، تعداد مقادیر تکین غیر صفر، نشان دهنده تعداد مود هایی است که پاسخ سیستم را در آن فرکانس می سازند و قله های اولین مقدار تکین سیستم، معادل با فرکانس های طبیعی سیستم خواهد بود. از طرف دیگر بردارهای تکین متناظر با قله های اولین مقادیر تکین، بردار های شکل مود سیستم را تقریب می زنند. در روش FDD برای بدست آوردن ضریب دمپینگ می توان از نقاط نیم توان استفاده کرد، که البته از دقت چندان خوبی برخوردار نمی باشد.

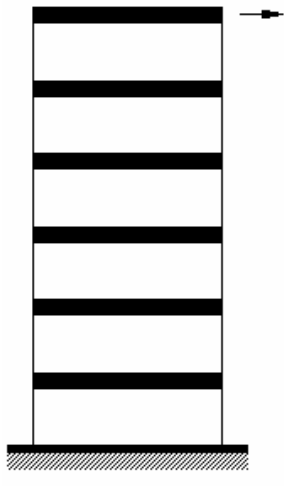
$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i U_i^H$$

(۸)

در رابطه فوق، U بردار تکین و S مقدار تکین سیستم میباشد.

مدل تحلیلی یک ساختمان ۶ طبقه

از مدل تحلیلی یک ساختمان ۶ طبقه به منظور مقایسه نتایج بدست آمده از روش FDD با آنچه که از روش المان محدود¹⁰ بدست می آید، استفاده شده است (شکل ۱). بدین منظور با فرض صلب بودن کف طبقات، برای هر طبقه یک درجه آزادی در جهت جانبی در نظر گرفته شده است. بنابراین یک مدل ۶ درجه آزادی برای این ساختمان بدست می آید.



شکل ۱- مدل ۶ درجه آزادی یک ساختمان ۶ طبقه

برای مدل فوق، با استفاده از روش ضرایب تاثیر سختی، عناصر ماتریس سختی محاسبه شده است. همچنین با فرض توزیع یکنواخت جرم در هر المان، ماتریس جرم بدست آمده است [۱۵]:

⁹ modal participation vector

¹⁰ Finite Element Method

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 24 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 24 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 24 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 24 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 24 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & 12 \end{bmatrix}$$

(۹)

$$M = \beta \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۱۰)

که EI سختی خمشی، L ارتفاع هر طبقه و 2β جرم هر طبقه می باشند. برای تحلیل سیستم، ابتدا معادله ارتعاش آزاد سیستم (رابطه ۱۱) در محیط برنامه Matlab نوشته شده است.

$$M[\ddot{x}] + C[\dot{x}] + K[x] = 0$$

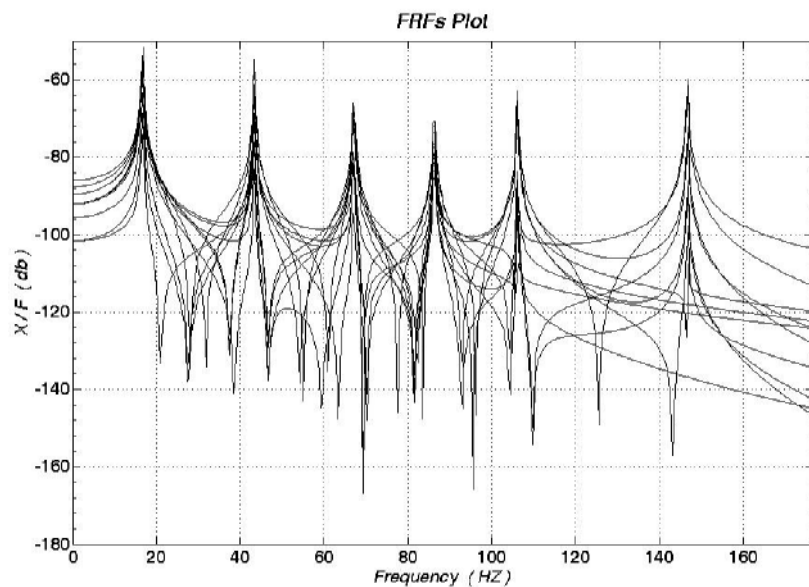
(۱۱)

در رابطه فوق، C ماتریس دمپینگ سیستم است، که در اینجا به صورت دمپینگ متناسب در نظر گرفته شده است.

$$C = \alpha \times M + \beta \times K$$

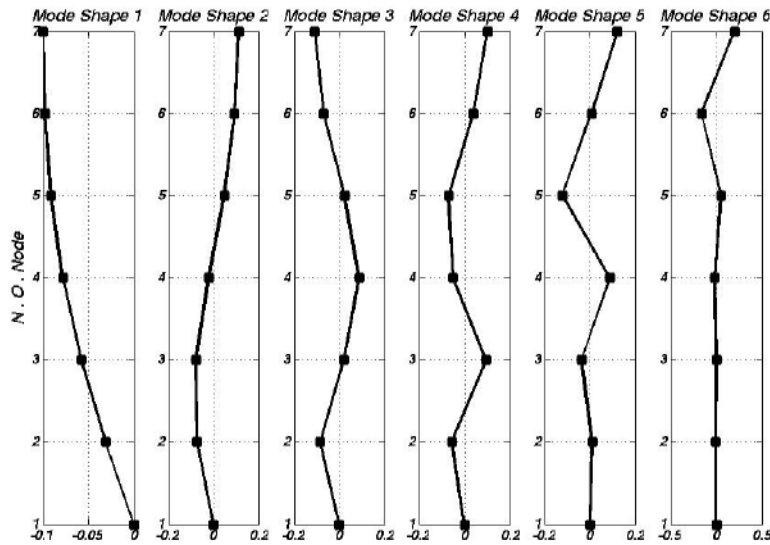
(۱۲)

α و β ضرایب ثابتی هستند که بر اساس جنس ماده تعیین می شوند. سپس به کمک روابط (۱۱) و (۱۲) معادله مشخصه سیستم، محاسبه شده است که به کمک آن، توابع پاسخ فرکانسی، که بیانگر نسبت جابجایی ها به نیروهای اعمالی، در نقاط مختلف سازه، در حوزه فرکانس می باشند، بدست آمده اند (شکل ۲).



شکل ۲- توابع پاسخ فرکانسی سیستم (حل دقیق)

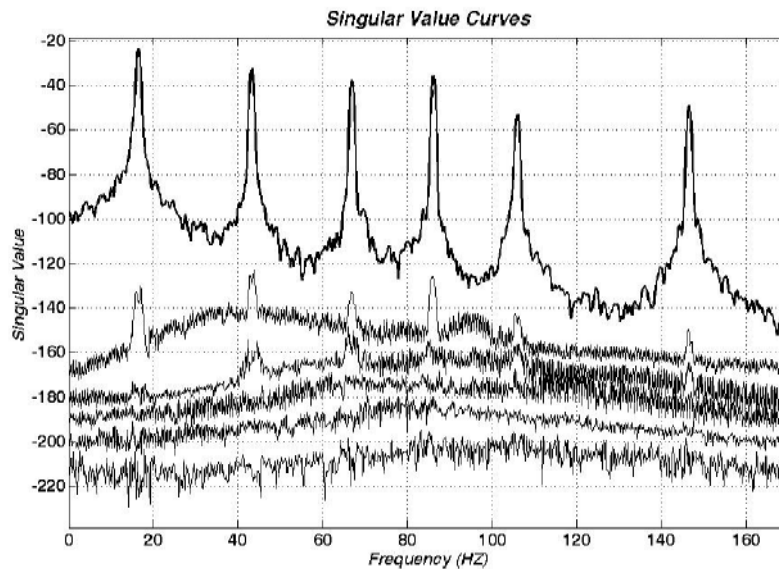
همچنین با محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس مشخصه سیستم، فرکانس های طبیعی و شکل مدهای سازه (شکل ۳)، محاسبه شده است.



شکل ۳- شکل مودهای سیستم (حل دقیق)

شبیه سازی روش تجزیه فرکانسی

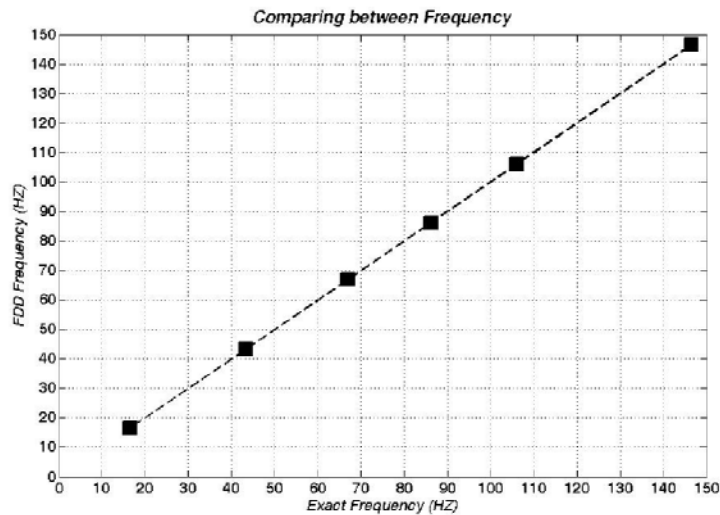
به منظور انجام آنالیز ارتعاش محیطی، ساختمان ۶ طبقه، تحت تحریکات اتفاقی^{۱۱} قرار گرفت. بدین منظور مدل سازه در محیط Simulink در نرم افزار Matlab، به کمک توابع اتفاقی به مدت ۵۰ ثانیه تحریک شد و فقط از جابجایی های سازه هر ۰,۰۱ ثانیه نمونه برداری شد. در ادامه ماتریس چگالی طیف توان (PSD) محاسبه شد و در هر فرکانس، این ماتریس به مقادیر و بردارهای تکین تجزیه گردید و در نتیجه نمودار مقادیر تکین سیستم بدست آمد (شکل ۴). در این نمودار، اولین مقدار تکین سیستم، بیشترین مقدار را به خود اختصاص می دهد و قله های این نمودار، معادل با فرکانس های طبیعی سازه خواهند بود.



شکل ۴- نمودار مقادیر تکین سیستم حاصل از SVD (روش FDD)

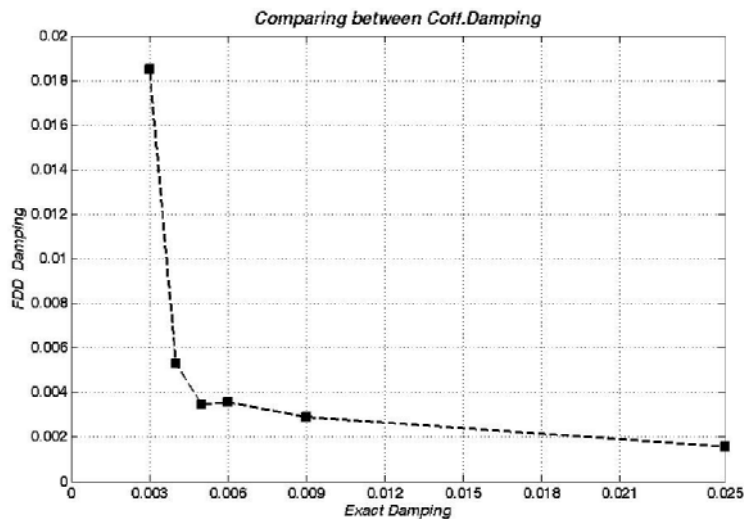
به کمک نمودار فوق و اجرای فرآیند انتخاب قله، فرکانس های طبیعی بدست آمده اند. این مقادیر با مقادیر بدست آمده از حل دقیق مقایسه شده اند (شکل ۵) که به طور متوسط 0.071% با مقادیر دقیق اختلاف دارند.

¹¹ Random Excitations



شکل ۵- نمودار مقایسه مقادیر فرکانس طبیعی حاصل از FFD و حل دقیق

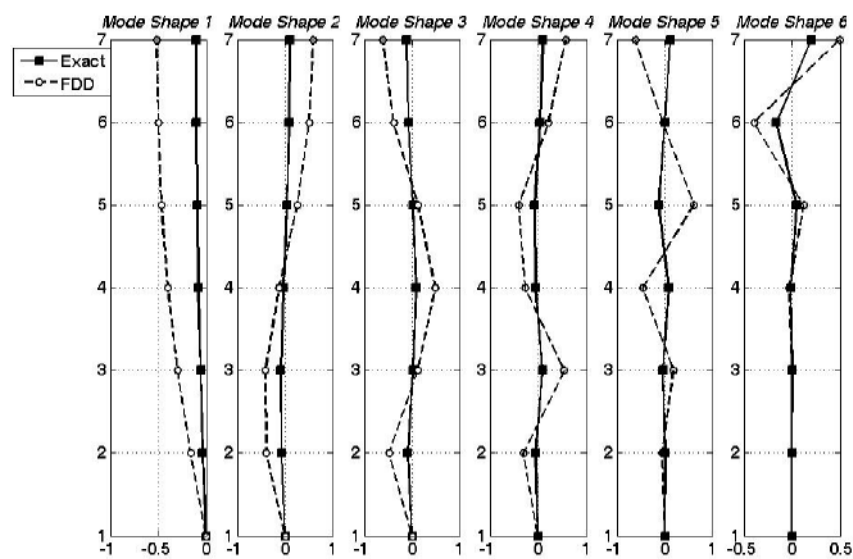
پس از محاسبه فرکانس های طبیعی، به کمک روش نقاط نیم توان^{۱۲} و با استفاده از نمودار شکل ۴، ضرایب دمپینگ متناظر با هر فرکانس محاسبه شدند. این مقادیر با مقادیر بدست آمده از حل دقیق مقایسه شده اند (شکل ۶) که به طور متوسط 130.61% با مقادیر دقیق اختلاف دارند.



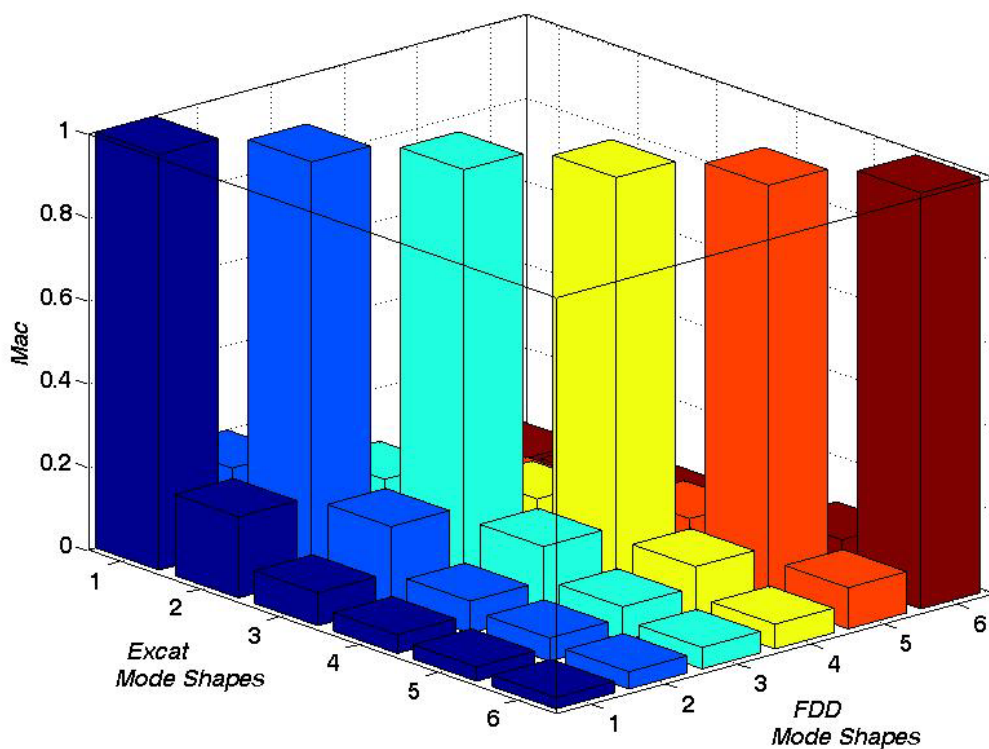
شکل ۶- نمودار مقایسه مقادیر ضریب دمپینگ حاصل از FFD و حل دقیق

آخرین پارامتر مهم در تحلیل دینامیکی سازه، شکل مود می باشد. همانطور که بیان شد، بردارهای تکین متناظر با قله های اولین مقدار تکین در نمودار شکل ۴، معادل با شکل مودها در آن فرکانس ها هستند. این شکل مودها محاسبه شده و با شکل مودهای حاصل از حل دقیق مقایسه شده اند (شکل ۷). شکل مودهای حاصل از FDD با مقادیر دقیق اختلاف دارند. ولی کاملاً با آنها مرتبط هستند، که این ارتباط در نمودار MAC (شکل ۸) آنها مشهود است (هر درایه نمودار MAC بیانگر اندازه کسینوس زاویه بین دو بردار متناظر با آن درایه است).

¹² Half Power Points Method



شکل ۷- نمودار مقایسه شکل موده‌های حاصل از FFD و حل دقیق



شکل ۸- نمودار MAC، بین شکل موده‌های حاصل از FFD و حل دقیق

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله، یک ساختمان ۶ طبقه با ۶ درجه آزادی مدل شده است. ابتدا خواص دینامیکی سازه، به کمک روش اجزاء محدود بدست آمد. سپس به منظور اجرای یک آنالیز ارتعاش محیطی، سازه در محیط شبیه سازی شده، به کمک یک نیروی اتفاقی تحریک و خواص دینامیکی آن به کمک روش تجزیه فرکانسی محاسبه شد.

نتایج حاصل، نشان می دهد که روش FFD با خطای متوسط 0.071% فرکانس های طبیعی سازه را بدست می آورد (شکل ۵) ولی مقادیر ضریب دمپینگ که از روش نقاط نیم توان محاسبه شده اند خطای متوسط 130.61% دارند (شکل ۶). این اختلاف به این دلیل است که، روش نقاط نیم توان

نتیجه محاسبات ریاضی بر روی تابع پاسخ فرکانسی سیستم است، در حالیکه نمودار مورد استفاده در روش FDD، نمودار مقادیر تکین ماتریس چگالی طیف توان پاسخ سیستم می باشد.

از طرف دیگر شکل مودهای محاسبه شده توسط روش FDD با مقادیر دقیق اختلاف دارند (شکل ۷)، که میزان اختلاف در شکل مودهای مختلف، متفاوت است. ولی همانطور که در شکل ۸ مشاهده می شود، قطر اصلی ماتریس MAC، یک می باشد، که نشان دهنده همبستگی کامل بین شکل مودهای FDD و حل دقیق، است. اختلاف موجود در شکل مودها، به این دلیل است که، در آنالیز مودال کلاسیک، به دلیل مشخص بودن تحریک، ضرایب اثر گذاری مودها بدرستی محاسبه و شکل مودها، هم میزان (Scale) می شوند. در حالیکه در آنالیز ارتعاشات محیطی به دلیل مشخص نبودن تحریک، شکل مودها بدرستی محاسبه نشده و اختلافی در میزان آنها وجود دارد که باید، هم میزان شوند.

بنابراین روش FDD برای محاسبه فرکانس های طبیعی مناسب است ولی دقت مناسبی در محاسبه ضرایب دمپینگ ارائه نمی کند. همچنین این روش میتواند شکل مودهای سازه را به درستی محاسبه کند ولی این شکل مودها هم میزان نیستند، که این امر در ادامه ی این کار تحقیقاتی با روش آنالیز حساسیت در حال انجام است که در مقالات بعدی گزارش می شود.

مراجع

1. Ewins, D. J., (2000) Modal Testing: Theory, Practice and Application, 2nd Ed, RESEARCH STUDIES PRESS LTD., England.
2. Hanson, D., (2006) Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input, Ph.D. Thesis, University of New South Wales Australia.
3. Abel-Ghaffer, A.M., and Housner, G.W., (1978) Ambient Vibration Test of Suspension Bridge, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 104, 5, 983.
4. Begg, R. D., Mackenzie, A. C., Dodds, C. J., and Loland, O., (1976) Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals, Proc. of the Offshore Technology Conf, OTC 2549, Vol. 2.
5. James, G. H., Crane, T. G., and Laufer, J. P., (1995) The natural Excitation Technique (NexT) for modal parameter extraction from operating structures, Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 10(4), 260-277.
6. Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P., (2000) Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition, Proc. of IMAC 18, 625-630.
7. Brincker, R., Zhang, L., and Andersen, P., 2001, "Modal identification of output only systems using frequency domain decomposition", Journal of Smart Materials and Structures, 10, 441- 445.
8. Wenzel, H, Pichler, D, (2005) Ambient Vibration Monitoring, 1st Ed, John Wiley & Sons, Ltd, England.
9. Zhang, L, Brincker, R, Andersen, R, (2005) An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues" Proc. of IOMAC.
10. Hanson, D, (2006) Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input, PhD Thesis, University of New South Wales, Australia.
11. Crawford, R, Ward, H.S, (1964) Determination of the Natural Period of Buildings, Bulletin of the Seismological Society of America, 54, (6), 1743-1756.
12. Trifunac, M.D, (1972) Comparison between Ambient and Forced Vibration Experiments, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1, 133-150.
13. Brincker, R, Zhang, L, Andersen, P, (2000) Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition", Proc. 18th International Modal Analysis Conference, USA.
14. Bendat, Julius S and Allan G. Piersol, (1993) Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis John Wiley & Sons.

۱۵. ویلیام ت. تامسون، مترجم: بهرام پوستی، (۱۳۸۰) تئوری ارتعاشات با کاربردهای آن، ویرایش پنجم، نشر علوم روز.