

برآورد طول پرش هیدرولیکی و تعیین نیمرخ سطح آب با استفاده از تئوری ورود هوا به درون پرش هیدرولیکی و مدل سازی عددی آن

محمد هوشمندزاده

کارشناس مهندسی عمران - دانشکده مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهواز و عضو باشگاه پژوهشگران جوان

hooshmandzadeh_civil@yahoo.com

چکیده

پرش هیدرولیکی امروزه به عنوان یکی از مباحث مهم در مهندسی آب مطرح بوده و به دلیل اهمیت آن در طراحی هیدرولیکی سازه ها ، تاکنون تحقیقات فراوانی درباره آن صورت گرفته است . در این مقاله نیز کوشش می شود تا با استفاده از روش تفاضل محدود ، تداخل هوا به درون پرش هیدرولیکی شبیه سازی شده و اثر آن بر طول پرش و نیمرخ آن مورد بحث قرار گیرد. همچنین روابط ریاضی و نمودارهایی در این باره نیز ارائه شده است.

کلید واژه ها: عدد فرود ، راجار تنام ، VOF ، کینماتیک ، هاگر

۱- مقدمه

پرش هیدرولیکی نوعی جریان متغیر سریع بوده که طی آن جریان در برخورد با یک مانع و برای رسیدن به تعادل دینامیکی جدید از حالت فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر وضعیت داده و با افزایش سریع سطح آزاد آب و کاهش انرژی قابل ملاحظه ای همراه است. پرش هیدرولیکی از مباحث اساسی در هیدرولیک مجاری روباز بوده که با توجه به کاربردهای آن در زمینه های مختلف از جمله ، تقلیل انرژی جریان آب از روی سرریز سدها ، افزایش سطح آب در کانال ها با هدف پخش آب و تحقیقات جامعی درباره آن انجام شده است. در جریان های متغیر سریع ، در فاصله اندکی از مسیر ، تغییرات عمق جریان بسیار شدید است و سطح آب دارای انحنای قابل ملاحظه ای است. هنگامی که یک پرش هیدرولیکی در روی یک سطح صاف افقی رخ می دهد ، کوچکترین تغییری در اعماق جریان بالادست و پایین دست آن می تواند سبب تغییر مکان پرش می گردد.

۲- اصول و مبانی پرش هیدرولیکی

۱-۱- ویژگی های مهم پرش هیدرولیکی

۱- جریان کاملاً آشفته است. ۲- استهلاک انرژی به دلیل آشفتگی ایجاد شده. ۳- وارد شدن هوا در ابتدا و خارج شدن آن در انتهای پرش ۴- وجود نوسانات جریان در بدنه چرخش

۲-۲- انواع پرش هیدرولیکی

بیشترین و عمومی ترین پرش ها در کانال های افقی با مقطع مستطیل شکل اتفاق می افتد . مهمترین انواع این پرش ها بر حسب عدد فرود عبارتند از: ۱- پرش موجی^۱: فقط در سطح آب حرکت موجی قابل مشاهده است. ۲- پرش ضعیف: پيشانی موج شکسته است ولی نسبتاً آرام بوده و فقط بوسیله آشفتگی های سطحی مشخص می گردد.

۲-۳- مکانهای تشکیل پرش هیدرولیکی

در کانال ها پرش هیدرولیکی در زیر دریچه های تنظیم کننده ، پای سرریزها و یا در مکانی که کف کانال با شیب تند بصورت ناگهانی مسطح گردد ، بوجود می آید.

۲-۴- طول پرش هیدرولیکی

فاصله افقی میان شروع و انتهای پرش هیدرولیکی را طول پرش می گویند . معمولاً ابتدای پرش کاملاً مشخص بوده و انتهای آن محلی است بعد از غلظت ها که سطح آب اصولاً افقی است ، جریان زیر بحرانی و ارتفاع سطح آب در آنجا با ارتفاع پایاب برابر است. در پرش های آبی ، بطور کلی دو طول مورد توجه قرار می گیرد ، طول چرخش (L_r) که عبارت است از فاصله شروع پرش تا آخرین موج غلظان و دیگری طول پرش (L_j) که برابر با فاصله شروع پرش تا نقطه ای در روی سطح آب بلافاصله بعد از آخرین موج غلظان می باشد. گرچه طول پرش هیدرولیکی یکی از پارامترهای حساس در طراحی می باشد ولی در حالت کلی قابل محاسبه از طریق تحلیل های ریاضی نبوده و می بایست تا در هر مورد از نتایج تجربی و آزمایشگاهی استفاده شود. تخمین طول پرش با فرمولی که اساس نظری داشته باشد ، میسر نیست. برخی از پژوهشگران هیدرولیک با جمع آوری اطلاعات تجربی طول پرش

¹-Undular Jump

را بصورت تابعی از Fr_1 (عدد فروید در ابتدای پرش) و عمق y_1 و y_2 در یک منحنی نشان داده اند. هاگر^۱ (۱۹۹۲) رابطه تجربی زیر را برای طول پرش در کانال مستطیلی پیشنهاد نمود:

$$\frac{L_j}{y_1} = 220 \tanh \frac{Fr_1 - 1}{22} \quad (1)$$

همچنین برای تعیین طول پرش می توان از رابطه تجربی زیر استفاده نمود:

$$L_j = A(y_2 - y_1) \quad (2)$$

که در آن A ضریب تجربی بوده و بین ۶/۹ تا ۵ متغیر است. برای کارهای عملی می توان مقدار آن را برابر با ۶ فرض نمود. سیلوستر^۲ (۱۹۶۴) فرضیه ای ارائه نموده است که بطور کلی می توان طول پرش آبی را برای هر مقطع متفاوت از معادله زیر بدست آورد:

$$\frac{L_j}{y_1} = \sigma (Fr_1 - 1)^\Gamma \quad (3)$$

که در آن مقادیر σ و Γ تابعی از شکل مقطع بوده و بر اساس تجربیات انجام گرفته قابل محاسبه می باشد. بر این اساس وی روابط زیر را برای کانال های سهموی و مثلثی پیشنهاد کرده است. گرچه نتایج آزمایشگاهی و تجربی لازم برای تایید این روابط هنوز وجود ندارد ولی برای تخمین طول پرش در اینگونه کانال ها می توانند مفید باشند:

$$\frac{L_j}{y_1} = 4.26 (Fr_1 - 1)^{0.695} \quad (4)$$

$$\frac{L_j}{y_1} = 11.7 (Fr_1 - 1)^{0.832} \quad (5)$$

رابطه (۴) برای کانال مثلثی با زاویه ۴۷/۳ درجه ارائه شده است و نیز رابطه (۵) برای مقادیر $Fr_1 > 3$ نتایج ضعیفی ارائه می نماید. گویندارو و راجارتنام (۱۹۶۳) رابطه تجربی زیر را برای تعیین طول پرش هیدرولیکی مستغرق ارائه نمودند:

$$\frac{L_j}{y_2} = 4.9S + 6.1 \quad (6)$$

هاگر و همکاران (۱۹۹۰) رابطه تجربی زیر را برای طول قسمت غلتان پرش هیدرولیکی پیشنهاد کردند:

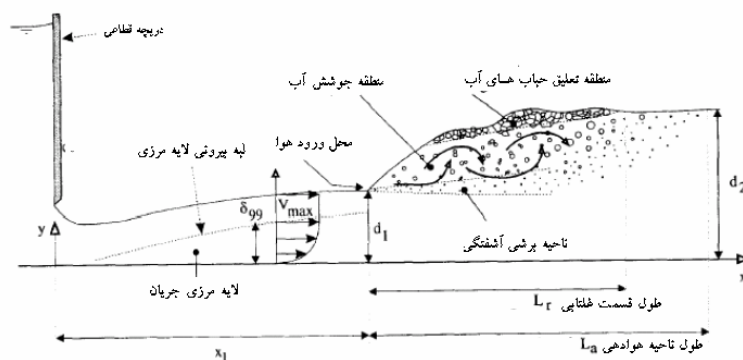
$$\frac{L_r}{d_1} = 8(Fr_1 - 1.5) \quad (7)$$

که در آن d_1 و Fr_1 بترتیب عمق و عدد فروید جریان در پایین دست باشند.

همچنین وی (۱۹۹۲) با تجزیه و تحلیل داده های راجا راتنام معادله زیر را برای تخمین طول ناحیه هوادهی ارائه کرد:

$$\frac{L_a}{d_2} = 3.5 \sqrt{Fr_1 - 1.5} \quad (8)$$

که در آن d_2 عمق جریان در پایین دست میباشد. در تصویر زیر جزئیات پرش هیدرولیکی نمایش داده شده است.



¹-Hager
²-Silvester

در تصویر (۲) زیر نمونه ای از پرش هیدرولیکی را که در آن $Fr_1 = 10.2$ ، عدد رینولدز $Re_1 = 8.9 \times 10^4$ و $d_1 = 0.02m$ و

$$\frac{W}{d_1} = 25 \text{ می باشد را می توان مشاهده کرد.}$$



تصویر (۲) - جزئیات یک پرش هیدرولیکی

۲-۵-انواع روش های معادله VOF

۲-۵-۱- روش MI

در این روش که روش اصلی حل معادله VOF می باشد، جریان بصورت ناماندگار تحلیل می شود. در سلول سطحی، سطح سیال یا بصورت افقی یا بصورت قائم در نظر گرفته می شود. که نحوه چرخش سطح بستگی به سلول های همسایه دارد. روش استفاده شده همانند روش هرت و نیکولز می باشد.

۲-۵-۲- روش MII

در این روش جریان بصورت ناماندگار تحلیل می شود. در شبکه های غیر منظم این روش دقت مناسبی دارد و نیز در شبکه های منظم رفتار آن قابل قبول است. چون این روش توسط یانگز^۱ ارائه شده است لذا این روش به نام روش یانگز موسوم است. در این روش به منظور تعیین سطح مشترک دو سیال، از درون یابی خطی استفاده می شود. پس از آن در هر سلول بر اساس شیب سطح بدست آمده از دو سلول مجاور، سرعت محلی تعیین می شود.

۲-۵-۳- روش سوم MIII

در این روش جریان بصورت ناماندگار تحلیل می شود. این روش در اصل یک روش تفاضل محدود^۲ می باشد، که بصورت صریح مقدار جز حجم سلول را در گام زمانی جدید بر اساس رابطه زیر معین می کند:

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} V + \Delta(u_f^n f^n) = 0 \quad (9)$$

که در آن n گام زمانی قبلی، $n+1$ گام زمانی جدید، u_f فلاکس حجم گذرنده از سطح سلول، f جز حجم سلول، V حجم سلول و Δt اختلاف دو گام زمانی می باشد. منظور از Δ تفاضل پیشرو بوده که چنین تعریف می شود:

$$(\Delta x) = x_{i+1} - x_i \quad (10)$$

۲-۵-۴- روش چهارم MIV

در این روش جریان ماندگار قابل محاسبه می باشد. که بصورت ضمنی مقدار جز حجم سلول را در گام زمانی جدید بر اساس رابطه زیر معین می کند. این روش در اصل یک روش تفاضل محدود می باشد.

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} + V + \Delta(u_f^{n+1} f^{n+1}) = 0 \quad (11)$$

هدف از تحقیق حاضر، بدست آوردن مدل معتبری برای بررسی پرش هیدرولیکی به ازای اعداد فروید مختلف می باشد.

۳- تئوری ورود هوا به درون پرش هیدرولیکی

هنگامی که جریان با سرعت زیاد با توده آب در حال حرکت با سرعت اندک برخورد می نماید، نخست جریان با سرعت زیاد در زیر توده آب حرکت می کند، سپس به سمت سطح آب پخش و گسترش می یابد. این عمل سبب ایجاد تلاطم و پیدایش گرداب^۳ در درون و غلتاب^۴ در سطح آب می شود. غلتاب ها بصورت پیوسته در سطح آزاد پرش تشکیل می شوند و در جهت عکس حرکت عقربه های ساعت حرکت می کنند. حرکت غلتاب ها و گرداب های ناشی از تلاطم، به تدریج به سمت انتهای پرش از شدت آنها کاسته شده باعث اتلاف مقدار زیادی انرژی در پرش بصورت گرما می شود. بنابراین انرژی آب نیز کاهش می یابد. به جهت آشفته گی و تلاطم و در اثر برخورد آب با هوا غلتاب هایی بوجود می آیند که سبب وارد شدن هوا به درون

¹-Youngs

²-Finite Difference

³-Eddy

⁴-Roller

جریان و ایجاد حباب های هوا و سفیدی رنگ آب می گردد. بر اساس تحقیقات راجاراتنام^۱ منطقه ورود هوا به درون جریان عموماً از طول پرش هیدرولیکی بزرگتر می باشد. بیشینه غلظت در واحد حجم C_m بر حسب عدد فرود از رابطه زیر بدست می آید:

$$C_m = F_1^{1.35} \quad (10)$$

رابطه زیر توسط راجاراتنام و وینسر^۲ (۱۹۶۷) برای محاسبه مقدار هوای وارد شده به درون پرش هیدرولیکی بدست آمده است:

$$Q_{air}^{HJ} = K' (V_1 - V_e)^n \quad (11)$$

که در آن V_1 سرعت جریان ورودی و V_e سرعت در محل ورود هوا هستند. اروین و همکاران^۳ (۱۹۸۰) با استفاد از تحقیقات آزمایشگاهی پیشنهاد کردند که مقدار V_e برای جریان های آشفته بین ۰/۸ تا ۱ متر بر ثانیه در نظر گرفته شود. چانسون (۱۹۹۵) معادله زیر را برای تعیین نیمرخ توزیع غلظت هوا در ناحیه برشی آشفته با استفاده از توزیع گوسی ارائه کرد:

$$C = C_{max} \exp\left(-\left(0.8063 \frac{y - y_{C_{max}}}{\Delta y_{85\%}}\right)^2\right) \quad (12)$$

که در آن C_{max} بیشینه غلظت هوا در لایه برشی و $y_{C_{max}}$ مکان بیشینه غلظت هوا می باشد. رابطه کلی زیر برای تعیین نیمرخ سرعت مخلوط جریان آب و هوا بصورت زیر است:

$$\frac{V}{U_1} = \left(\frac{y}{d_1}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (13)$$

در هر نقطه از جریان ، معادلات نیمرخ سرعت بصورت زیر هستند:

$$\frac{V}{V_{max}} = \left(\frac{y}{y_{V_{max}}}\right)^{\frac{1}{N}} \quad \frac{y}{y_{V_{max}}} < 1 \quad (14)$$

$$\frac{V}{V_{max}} = \exp\left(-\frac{1}{2} \left(1.765 \left(\frac{y - y_{V_{max}}}{y_{0.5}}\right)\right)^2\right) \quad 1 < \frac{y}{y_{V_{max}}} < 3-4 \quad (15)$$

۴- پیشینه تحقیقات انجام شده

سالیان متمادی است که محققان مختلفی درباره پرش هیدرولیکی به تحقیق پرداخته اند که می توان گفت شاید لئوناردو داوینچی نخستین کسی باشد که درباره اختلاط هوا و آب در پرش هیدرولیکی به کنکاش پرداخته است. پس از او نیز تاکنون حدود ۱۰ مقاله از مهندسان و دانشمندان مختلف درباره اختلاط هوا و آب در این پدیده منتشر شده است. نکات مهم در مطالعه پرش هیدرولیکی را می توان بصورت زیر خلاصه نمود: ۱- تند بودن شعاع انحنای خطوط جریان که این مساله سبب می شود تا توزیع فشار بصورت هیدرواستاتیکی نباشد. ۲- ورود هوا به درون آب از طریق سطح تماس آب و هوا

۵- مبانی نظری مدل

مدل جریان دو فازی (نظریه جریان دوفازی) از میانگین گیری از کل معادله بقا جرم برای هریک از فازهای جریان دوفازی بدست می آید (دراو و پاسمن^۴ ۱۹۹۹). در این تحقیق معادلات مورد استفاده ، شامل معادلات بقای جرم و گشتاور برای سیالات و گازها می باشند. برای یک سیال رقیق ، این معادلات بصورت زیر نوشته می شوند:

۱- معادله بقا جرم مخلوط آب و هوا

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m v_m) = 0 \quad (16)$$

¹-Rajaratnam

²-Winser

³-Ervine et al

⁴-Drew and Passman

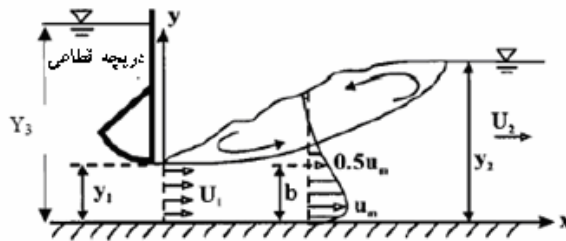
۲- معادله بقای گشتاور مخلوط آب و هوا

$$\frac{\partial (\vec{v}_m \rho_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m \otimes \vec{v}_m) \quad (17)$$

که در آن m معرف متغیرهای اختلاط آب و هوا، ρ چگالی، v بردار سرعت، p فشار، g بردار شتاب گرانشی زمین، \otimes راستای کششی و T_m تانسور تنش بوده که بوسیله تانسور تنش رینولدز هنگامی که مدل $k - \epsilon$ در معادله رینولدز-ناویر استوکس جایگذاری می شود بدست می آید. معادلات جرم و گشتاور با استفاده از فاز گازی حل می شوند.

۶- روش انجام آزمایش

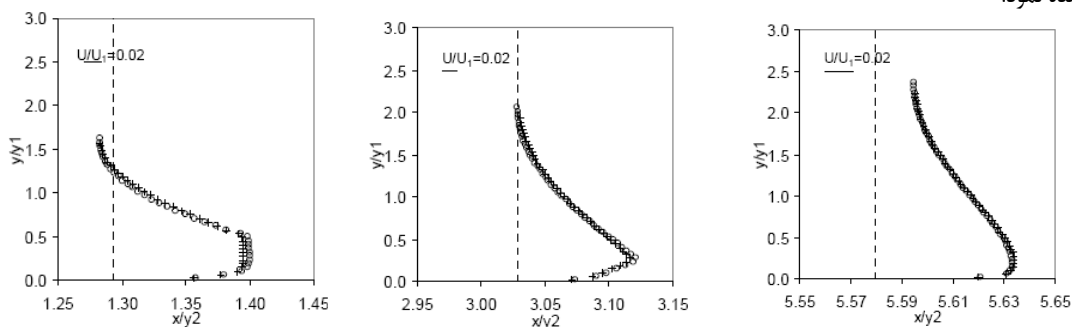
طی ۸۰ سال اخیر آزمایشات زیادی جهت مطالعه پدیده پرش هیدرولیکی صورت گرفته است. آزمایشات در یک فلوم آزمایشگاهی با مقطع مستطیل شکل با عرض ۰/۴۶ متر، عمق ۰/۶ متر و طول ۷/۶ متر از جنس آلومینیوم و دیواره های پلکسی گلاس انجام گردید. آب از طریق یک دریچه قطاعی عمودی وارد کانال می شود و پس از عبور از آن، پرش هیدرولیکی اتفاق می افتد. آزمایشات برای سه عدد فروید مختلف ۲، ۲/۵ و ۳/۳۲ انجام شد. برای اندازه گیری سرعت جریان در مقاطع مختلف در کانال از دستگاه میکرو ADV در پایین دست کانال استفاده گردید.



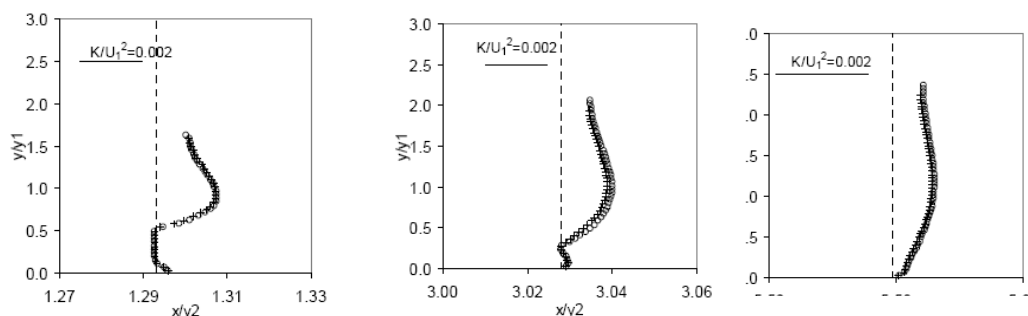
تصویر (۱) - شمای کلی از آزمایش انجام شده

۷- شبیه سازی عددی

در این تحقیق از شرایط اولیه و مرزی بکار رفته توسط لیو و همکاران (۲۰۰۴) برای عدد فروید معادل ۲ استفاده گردید. مدل های دو بعدی و سه بعدی برای بررسی وضعیت تغییرات جریان در راستای عرض کانال اجرا شدند. نخست بررسی دقیقی درباره همگرایی شبکه در مدل دو بعدی با استفاده از مدل $k - \epsilon$ صورت گرفت. از شبکه هایی با چگالی های مختلف تا زمانی که آمار سرعت متوسط و آشفتگی جریان بدون تغییر بمانند استفاده شد. نمودارهای (۱) و (۲) سرعت افقی و نیمرخ های انرژی کینماتیکی ناشی از آشفتگی جریان که با استفاده از دو اندازه شبکه مختلف بدست آمده را می توان مشاهده نمود.

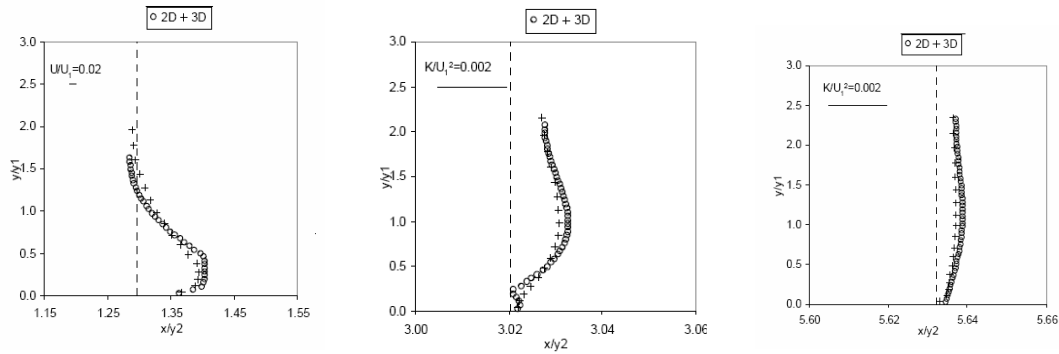


نمودار (۱) - نتایج شبیه سازی عددی سرعت افقی با استفاده از دو شبکه مختلف



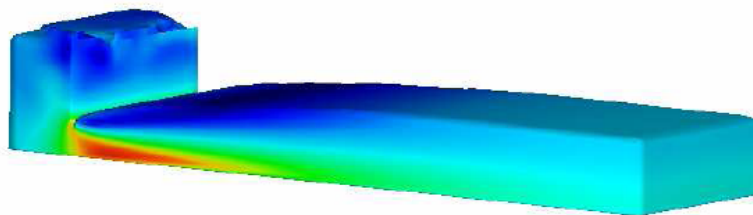
نمودار(۲) - نتایج شبیه سازی عددی انرژی کینماتیک با استفاده از دو شبکه مختلف

اندازه شبکه های دو بعدی بترتیب 290×85 و 330×94 سلول بود. نتایج هنگامی که عمق جریان در زیر دریچه y_1 برابر ۷۱ میلیمتر و عمق جریان در پایین دست y_2 برابر $171/6$ میلیمتر بود بصورت پارامترهای ابعادی مدل سازی شدند. هنگامی که نسبت $\frac{x}{y_2}$ مساوی صفر باشد، پرش هیدرولیکی شروع به حرکت می نماید. توجه شود که مقادیر شبیه سازی شده بطور قابل ملاحظه ای به هم نزدیک بودند. نرخ همگرایی پاسخ ها نیز با استفاده از ورود و خروج هوا به درون پرش هیدرولیکی و راه حل های کوبله و غیر کوبله صحت سنجی گردید. شبکه کوچک مورد استفاده دارای 90000 حجم محدود بوده که 31000 عدد از آنها در محاسبات مورد استفاده قرار گرفتند. شبیه سازی سه بعدی با استفاده از یک شبکه $85 \times 20 \times 25$ در راستای طولی و عمودی استفاده شد. نمودار(۳) نتایج شبیه سازی های عددی نیمرخ سرعت افقی را با استفاده از مدل های دو و سه بعدی را نشان می دهد. با توجه با نمودارها می توان شباهت بسیار زیاد نتایج را فهمید.



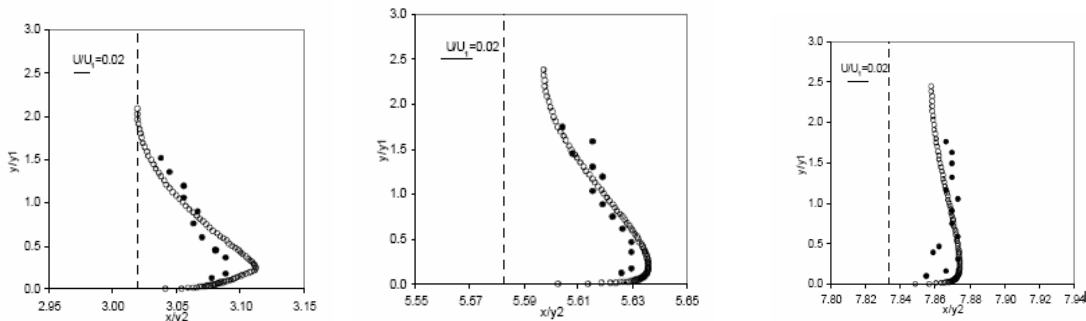
نمودار(۳) - مقایسات دو و سه بعدی نیمرخ های سرعت افقی

تصویر(۲) سرعت جریان را بصورت سه بعدی نمایش داده و بیانگر آن است که جریان در واقع دو بعدی می باشد. لذا در این تحقیق نتایج مدل سازی دو بعدی با مقادیر بدست آمده در آزمایشگاه مقایسه می شوند.



تصویر(۲) - شبیه سازی سه بعدی سرعت جریان

نخستین پارامتری که مورد بررسی قرار می گیرد طول پرش هیدرولیکی است. مقدار طول پرش هیدرولیکی بر اساس نتایج شبیه سازی عددی نیمرخ سطح آب که دارای تغییر قابل توجهی نباشد تخمین زده می شود. مقدار طول پرش تخمین زده شده برابر $3/5$ فوت بوده که تفاوت قابل ملاحظه ای با مقدار $3/7$ فوت بدست آمده بوسیله لیو و همکاران^۱ ندارد. در نمودار (۴) نیمرخ های سرعت بدست آمده در نقاط مختلف پرش هیدرولیکی با مشاهدات لیو و همکاران دارای تطابق رضایت بخشی است.



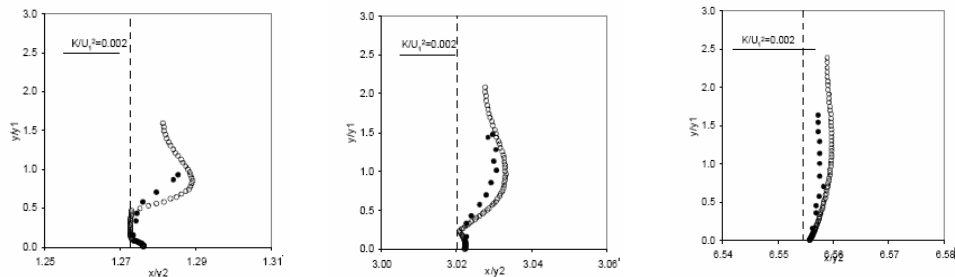
نمودار(۴) - مقایسه بین نتایج مشاهداتی و محاسباتی برای تعیین نیمرخ سرعت افقی

¹-Liu et al

نیمرخ های سطح آب در $\frac{x}{y_1} = 3/0.2$ و $5/5.8$ گسترش تدریجی حجم آب را در حین وقوع پرش هیدرولیکی نشان می دهد. نمودار (۵) مقایسه میان

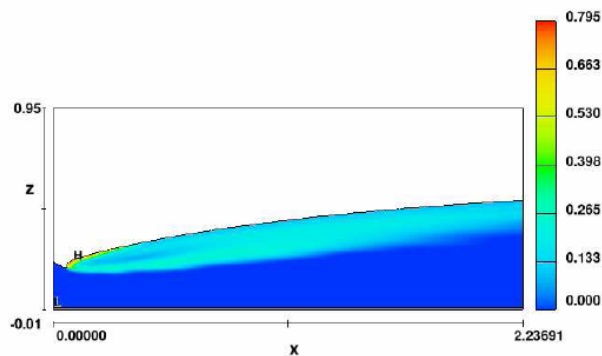
مقادیر مشاهداتی و محاسباتی انرژی کینماتیکی ناشی از آشفته‌گی جریان را نمایش می دهد. نیمرخ های سطح آب در $3/0.6$ و $6/5.6$ بیانگر کاهش

انرژی کینماتیکی ناشی از آشفته‌گی جریان به سمت پایین دست هستند. در نمودار مذکور تطابق آماری مناسبی میان نتایج مشاهداتی و محاسباتی ملاحظه می شود.



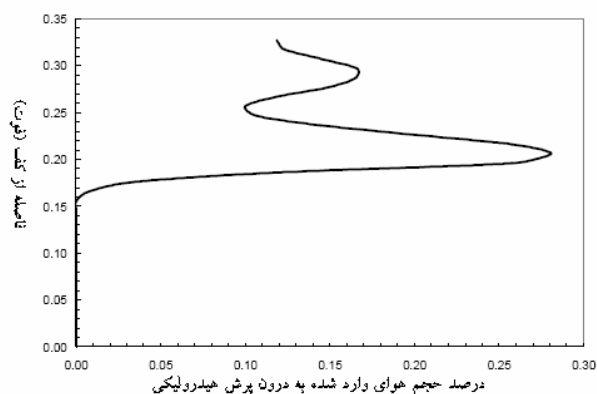
نمودار (۵) - مقایسه میان مقادیر مشاهداتی و محاسباتی انرژی کینماتیکی ناشی از آشفته‌گی جریان

تصویر (۳) نسبت هوای وارد شده به درون پرش هیدرولیکی را نشان داده که بصورت حجم واحد هوای واحد حجم مخلوط آب و هوا تعریف می شود.



تصویر (۳) - نسبت هوای وارد شده به درون پرش هیدرولیکی

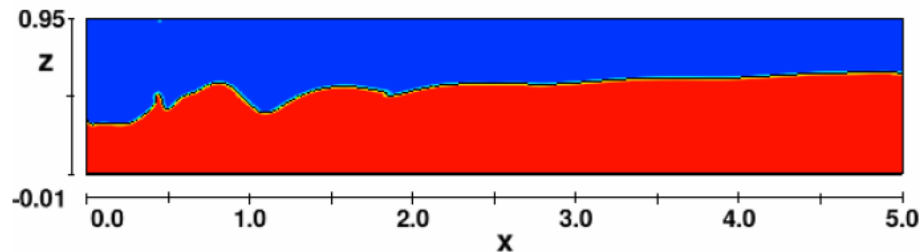
نمودار (۶) جزئیات نیمرخ عمودی هوای وارد شده به درون پرش هیدرولیکی را نمایش می دهد. مقدار متوسط هوای وارد شده برابر ۱۰٪ است. نیمرخ عمودی توزیع غلظت هوا مشابه نیمرخ بدست آمده توسط چانسون^۱ و براتبرگ^۲ (۲۰۰۰) می باشد. با گسترش ناحیه پایینی، ناحیه برشی بصورت موضعی به حالت بیشینه خود می رسد.



نمودار (۶) - جزئیات نیمرخ عمودی هوای وارد شده به درون پرش هیدرولیکی

¹-Chanson
²-Brattberg

روش شبیه سازی جریان های متلاطم بزرگ با استفاده از شبکه بندی دو و سه بعدی اجرا گردید. البته به مراحل فضایی کوچکتری برای اجرای آن در مقابل راه حل های $k - \epsilon$ نیاز است. شبکه بندی های مورد استفاده با کمک نسبت اندازه شبکه به مقیاس طولی کولموگراف^۱ مورد ارزیابی قرار گرفتند. نتایج عددی شباهت نمونه ها در متوسط زمان حرکت سیال که با استفاده از مدل $k - \epsilon$ بدست آمده اند را نشان می دهد. تصویر (۴) تصویر لحظه ای نیمرخ سطح آب را که با استفاده از روش شبیه سازی جریان های متلاطم بزرگ بدست آمده را نشان می دهد. این نیمرخ به نتایج آزمایشگاهی و نمودارهای بدست آمده توسط هاگر^۲ شباهت بسیار زیادی دارد.



تصویر (۴) - نیمرخ سطح آب با استفاده از روش LES

در تصویر فوق واحد ها بر حسب فوت هستند.

۸- نتیجه گیری

در این مقاله پدیده تداخل هوا به درون پرش هیدرولیکی با استفاده از روش تفاضل محدود مورد بررسی قرار گرفت. مدل مذکور بر اساس جریان دو فازی استوار است. به موازات آن مدل آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفت و نتایج آن با نتایج مدل های عددی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاکی از رضایت بخش بودن نتایج مدل عددی است.

منابع و مراجع

- ۱- محمودیان شوشتری ،محمد ، اصول جریان در مجاری باز ، جلد اول ، انتشارات دانشگاه شهید چمران ، ۱۳۸۵ ، اهواز
- ۲- دی . ال . ویچر ، و . اچ . هگر ، هیدرولیک سد ، ترجمه دکتر مسعود قدسیان ، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس ، ۱۳۸۲ ، تهران
- ۳- حسینی ، محمود ؛ ابریشمی ، جلیل ، هیدرولیک کانال های باز ، انتشارات دانشگاه امام رضا ، چاپ نهم ، ۱۳۸۱ ، مشهد
- ۴- حیدری ، مهدی ؛ صالحی نیشابوری ، علی اکبر ، تعیین پروفیل سطح آزاد آب به روش VOF به کمک نرم افزار FLUENT ، ششمین سمینار بین المللی مهندسی رودخانه ، دانشگاه شهید چمران اهواز
- 5-CHANSON, H. (1995a). "Air Bubble Entrainment in Free-surface Turbulent Flows. Experimental Investigations." *Report C#6/95* , Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia, June, 368 pages.
- 6-CHANSON, H. (1995b). "Air Entrainment in Two-dimensional Turbulent Shear Flows with Partially Developed Inflow Conditions." *Intl Jl of Multiphase Flow*, Vol. 21, No. 6, pp. 1107-1121.
- 7-CHANSON, H., and BRATTBERG, T. (2000). "Experimental Study of the Air-Water Shear Flow in a Hydraulic Jump." *Intl Jl of Multiphase Flow*, Vol. 26 No. 4, pp. 583-607 (ISSN 0301-9322).
- 8-CHANSON, H. (1997a). "Air Bubble Entrainment in Free-surface Turbulent Shear Flows." *Academic Press*, London, UK, 401 pages.
- 9-CHANSON, H. (1997b). "Air Bubble Entrainment in Open Channels. Flow Structure and Bubble Size Distributions." *Intl Jl of Multiphase Flow*, Vol. 23 No. 1, pp 193-203.
- 10-CHANSON, H., and BRATTBERG, T. (1997). "Experimental Investigations of Air Bubble Entrainment in Developing Shear Layers." *Report CH48/97*, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia, July.
- 11-CHANSON, H., and BRATTBERG, T. (1998). "Air Entrainment by Two-Dimensional Plunging Jets : the Impingement Region and the Very-Near Flow Field." *Proc. 1998 ASME Fluids Eng. Conf.*, FEDSM'98, Washington DC, USA, June 21-25, Paper FEDSM98-4806, 8 pages.
- 12-CHANSON, H., and QIAO, G.L. (1994). "Air Bubble Entrainment and Gas Transfer at Hydraulic Jumps." *Research Report No. CE149*, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia, Aug., 68 pages.

¹-Kolmogorov

²-Hager