

ارزیابی تابع امیدانس دینامیکی خاک و روشی برای تبدیل این تابع از حوزه ی فرکانس به حوزه ی زمان

عبدالحسین حداد، استادیار دانشکده ی عمران دانشگاه سمنان ahadad@semnan.ac.ir

امیرحسین نوروزی، دانشجوی کارشناسی ارشد عمران - زلزله دانشگاه سمنان ah.norouzi64@gmail.com

چکیده

یک بخش مهم از تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه ارزیابی و بدست آوردن ماتریس مربوط به تابع امیدانس (مقاومت ظاهری) خاک می باشد که وابسته به فرکانس تحریک می باشد. برای ایجاد ماتریس امیدانس دینامیکی خاک باید ماتریس های معادل سختی و میرایی خاک تشکیل شوند، ماتریس ترکیبی سختی بیانگر خصوصیات سختی دینامیکی و میرایی پی می باشد.

ماتریس سختی معادل با توجه به یک سری فنرهای تعمیم یافته ی صوری و ماتریس میرایی معادل نیز با توجه به یک سری میراگرهای تعمیم یافته ی صوری در یک فرکانس مخصوص که با ω_s نشان داده می شود، بدست می آیند. همچنین المان های محدود (FE) و المانهای نامحدود (IFE) در کنار هم قرار می گیرند تا یک مجموعه ترکیبی از حوزه ی دور و نزدیک داشته باشیم.

با توجه به اینکه توابع امیدانس وابسته به فرکانس هستند در هنگام استفاده از نرم افزارهای تحلیلی تاریخچه زمانی استاندارد برای محاسبه اندرکنش خاک و سازه دچار مشکل می شویم. در اینجا یک روش ساده برای تبدیل تابع امیدانس وابسته به فرکانس به فیلتر های در حوزه ی زمان معرفی شده است. این روش بر پایه ی روش تقریبی کمترین مربعات مربوط به توابع امیدانس با نسبت هایی معین از دو کثیرال جمله ی مختلط می باشد.

واژه های کلیدی: اندرکنش خاک و سازه، توابع امیدانس خاک، پاسخ لرزه ای، فیلتر های با گسستگی زمانی

1- مقدمه

اندرکنش دینامیکی بین سازه ها و پی در تحلیل های دینامیکی و زلزله با اهمیت است. یکی از مراحل اصلی در اندرکنش خاک و سازه و مسائل انتشار موج شبیه سازی عددی و تعیین خصوصیات دینامیکی پی ها می باشد. این خصوصیات به صورت کلی به عنوان ضریب سختی خاک نیمه بینهایت شناخته می شوند.

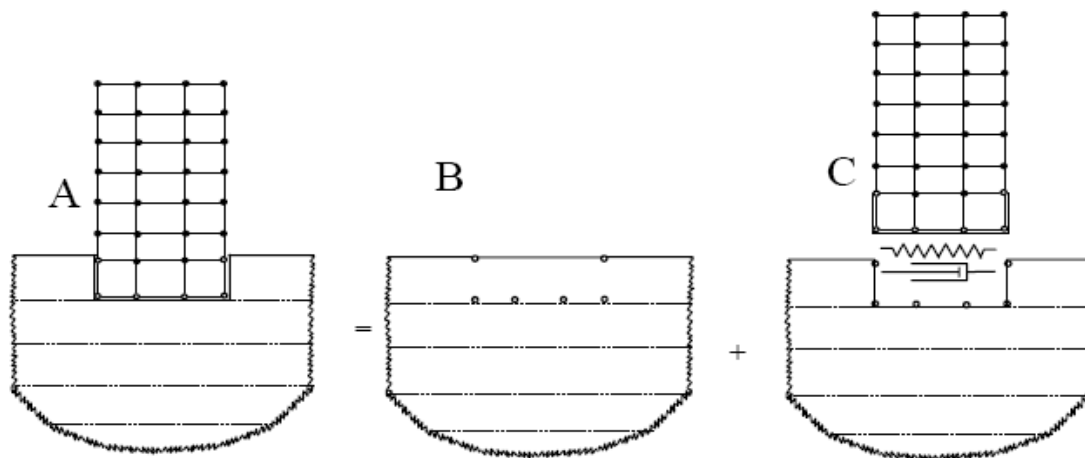
همانطور که در شکل 1 نشان داده شده است، تحلیل اندرکنش خاک و سازه بصورت تجزیه ی کل سیستم خاک و سازه به زیر سازه های مختلف می باشد (شکل 1) و حل شامل دو مرحله ی اصلی می باشد.

1) در مرحله اول پاسخ سایت بدون در نظر گرفتن سازه و بصورت حوزه ی آزاد تعیین می شود .
 2) بخش اندرکنش مربوط به حل معمولا خود توسط دو مرحله ی دیگر تحلیل می شود :

الف) ابتدا خاک نامحدود بصورت یک زیر سیستم دینامیکی تحلیل می شود. در چنین زیر سیستمی نقاط گوشه و گرهی اتصال خاک و پی در نظر گرفته می شوند و روابط نیرو تغییر مکان آنها بدست می آید . (شکل 1c) ضریب سختی دینامیکی خاک می تواند بصورت طبیعی و فیزیکی بصورت یک سیستم فنر-میراگر تعمیم یافته تفسیر شود . فنر و میراگر نماینده ی امپدانس خاک و پی می باشند .

ب) دوم سازه ایی که روی این سیستم فنر - میراگر قرار گرفته است برای یک حالت بارگذاری که وابسته به حرکت حوزه ی آزاد می باشد تحلیل می شود . (شکل 1c) با فرض رفتار خطی و با توجه به اصل جمع آثار قوا، معادلات حرکت برای خاک و سازه بصورت جدا از هم بدست می آید و از اینرو کل سیستم را می توان به چند بخش قابل کنترل که به راحتی تحلیل می شوند تجزیه کرد .

به دلیل اینکه تعیین پارامتر های این سیستم فنر - میراگر تعمیم یافته توجه خاصی را لازم دارد ، یک روش منطقی برای حل دینامیکی اندرکنش خاک و سازه بر پایه ی روش تجزیه ی سیستم به چند سازه ، معرفی شده است. این روش جدید به جهت ارزیابی ضریب سختی المان های نامحدود بکار رفته ی با مرزهای کوتاه شده معرفی شده است . به دلیل اینکه المان های نامحدود در حوزه ی فرکانس فرمول بندی می شوند، ماتریس سختی معادل همه ی فنرهای صوری تعمیم یافته و ماتریس معادل میرایی همه ی میراگر های صوری تعمیم یافته در یک فرکانس مخصوص ω_s ارزیابی می شوند . برای تضمین دقت بیشتر حل ، این فرکانس به فرکانس طبیعی سیستم نزدیک خواهد بود .



شکل 1) روش تجزیه ی سازه به چند زیر سازه

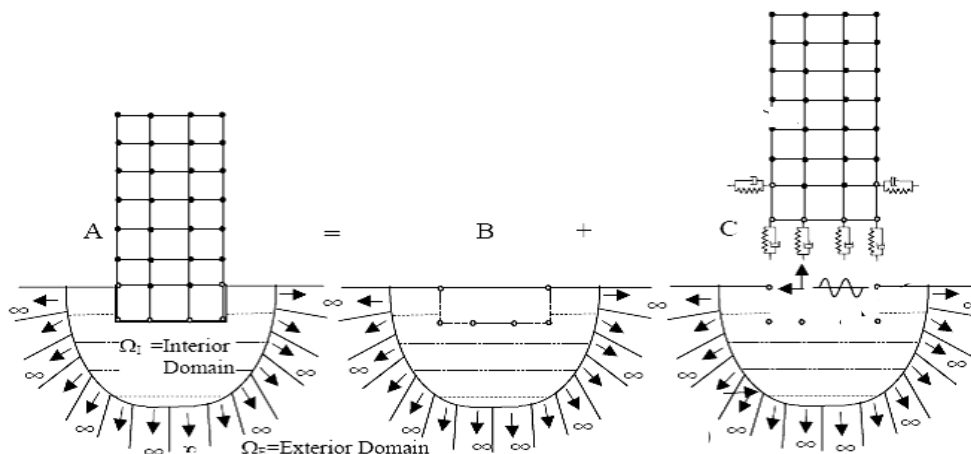
2- صورت و شکل مدل

پی های دینامیکی را به سختی می توان با دقت مدل کرد که به دلیل پیچیدگی و متغیر بودن رفتار مکانیکی مصالح و مواد میانی همچنین به علت توسعه ی نامحدود خاک و نامنظمی مرزهای پی های طبیعی با خاک می باشد . همچنین این مدل تجزیه شده ، با توجه به اینکه برای حل از روش معمول FE استفاده می شود ، باید به اندازه ی کافی بزرگ باشد و از سوی دیگر باید به اندازه ی کافی و لازم کوچک باشد، تا بتوان زمان و کامپیوتر و تجهیزات را تطبیق داد. معمولا این مرزهای امتداد یافته ی نامحدود در یک فاصله قراردادی و اختیاری از مدل اصلی کوتاه می شوند و مرزهای محدود فرضی معرفی می شوند که مشکلات و تقریبات جدیدی را در بر دارد.

در اینجا یک ایده ی اساسی برای شبیه سازی عددی پی آورده شده است که خاک نامحدود بوسیله المانهای نامحدود ارائه شده است . به طور خلاصه همه ی نتایج عددی نشان می دهد که تکنیک جفت شدن المان محدود و المانهای نامحدود یک روش قدرتمند برای شبیه سازی دینامیکی پی و مسائل انتشار امواج در خاک نامحدود می باشد .

کاربرد این روش فقط برای مسائل ژئومکانیکی دینامیکی الاستیک می باشد. اگر چه در محاسبه ی اندرکنش خاک و سازه بدلیل استفاده از اصل جمع آثار قوا مشکلی بوجود نمی آورد.

شکل 2 یک دیاگرام شماتیک برای حل مسئله ی اندرکنش خاک و سازه نشان می دهد که برپایه ی مفاهیم معرفی شده در این مقاله می باشد . مقایسه ی این شکل با مفهوم قراردادی نشان داده شده در شکل 1 نشان می دهد که پی خاکی به دو بخش با نام های حوزه ی نزدیک (یا حوزه داخلی Ω_I) و حوزه ی دور (یا حوزه ی خارجی Ω_E) تقسیم می شود .



شکل 2) پی دینامیکی تجزیه شده به دو حوزه ی داخلی و خارجی

المانهای محدود (FE) و المانهای نامحدود (IFE) در کنار هم قرار می گیرند تا یک مجموعه و ترکیبی از حوزه ی دور و نزدیک داشته باشیم همانگونه که در شکل 2 B نشان داده شده است حوزه ی نزدیک ، سازه و یک بخش از خاک و پی اطراف سازه را شامل می شود که می تواند با المانهای محدود مدل شود و حوزه دور بقیه ی خاک و پی را که تا بینهایت توسعه یافته است را در بر می گیرد و همانطوری که در بالا بحث شد می توان آن را با دقت با المانهای نامحدود شبیه سازی کرد .

3- فرمول بندی مدل :

فرض می شود که المان نامحدود با یک سیستم فنر - میراگر تعمیم یافته ی صوری معادل می شود ماتریس سختی معادل $[K_f]_e$ و ماتریس میرایی معادل $[C_f]_e$ مربوط به حوزه دور را می توان از مدل ترکیبی المان محدود و المان نامحدود به دست آورد . $[M_n]$ و $[C_n]$ و $[K_n]$ به ترتیب ماتریس جرم ، میرایی و سختی در حوزه ی نزدیک سیستم می باشند . این ماتریسها را می توان با ماتریس های متناظر با المانهای محدود در حوزه ی نزدیک بدست آورد . این ماتریسها به راحتی با ماتریسهای مربوط به حوزه نزدیک جمع می شوند و در نتیجه معادله ی حرکت کلی تجزیه شده برای سیستم نشان داده شده در شکل 2 را می توان به صورت زیر نوشت :

$$[M_n]\{\ddot{u}\} + ([C_n] + [C_f]_e)\{\dot{u}\} + ([K_n] + [K_f]_e)\{u\} = \{P\} \quad (1)$$

به طوری که زیر نویس n و f به ترتیب نشان دهنده حوزه نزدیک و دور می باشند زیر نویس e نشان دهنده ی کلمه "معادل" می باشد . $\{\dot{u}\}$ ، $\{u\}$ ، $\{\ddot{u}\}$ به ترتیب نماینده بردارهای جابجایی سرعت و شتاب می باشند ، $[M]$ و $[C]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریسهای جرم ، میرایی و سختی می باشند . معادله ی حرکت برای کل سیستم نشان داده شده در شکل 2 را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$[M_t]\{\ddot{u}\} + [C_t]\{\dot{u}\} + [K_t]\{u\} = \{P\} \quad (2)$$

بطوریکه $[M_t]$ ماتریس جرم کلی سیستم، $[C_t]$ و $[K_t]$ به ترتیب ماتریس میرایی و ماتریس سختی کلی سیستم می باشند. و $\{p\}$ نیروی اعمالی به سیستم می باشد. ماتریس $[M_t]$ و $[C_t]$ و $[K_t]$ را می توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} [M_t] &= [M_n] + [M_f] \\ [C_t] &= [C_n] + [C_f] \\ [K_t] &= [K_n] + [K_f] \end{aligned} \quad (3)$$

اگر حوزه ی دور با المانهای نامحدود مدل شوند (شکل 2) برای یک فرکانس داده شده ی، ماتریس سختی دینامیکی کلی حوزه ی دور را می توان با عبارت زیر بدست آورد:

$$[F(\omega_s)] = [-\omega_s^2 [M_f(\omega_s)] + i\omega_s [C_f(\omega_s)] + [K_f(\omega_s)]] \quad (4)$$

بطوریکه $[F(\omega_s)]$ ماتریس کلی دینامیکی سختی مربوط به حوزه ی دور می باشد، بعلاوه بصورت زیر نیز بدست می آید:

$$[F(\omega_s)] = [\text{Re}(F(\omega_s))] + i[\text{Im}(F(\omega_s))] \quad (5)$$

بطوریکه $\text{Re}()$ و $\text{Im}()$ به ترتیب بخش حقیقی و موهومی ماتریس کلی سختی دینامیکی مربوط به ناحیه ی دور می باشند. دو ماتریس در طرف راست معادله ی 5 را می توان بصورت زیر نیز بدست آورد:

$$[\text{Re}(F(\omega_s))] = [-\omega_s^2 [\text{Re}(M_f(\omega_s))] - \omega_s [\text{Im}(C_f(\omega_s))] + [\text{Re}(K_f(\omega_s))]] \quad (6)$$

$$[\text{Im}(f(\omega_s))] = [-\omega_s^2 [\text{Im}(M_f(\omega_s))] + \omega_s [\text{Re}(C_f(\omega_s))] + [\text{Im}(K_f(\omega_s))]]$$

با فرض اینکه فرکانس ω_s یک ضریب ثابت در تحلیل می باشد، سیستم نشان داده شده در شکل 2 را می توان با یک سیستم فنر - میراگر تعمیم یافته ی صوری معادل کرد.

باید توجه داشت که که ضرایب این فنر ها و میراگرها ی تعمیم یافته ی صوری را می توان در یک فرکانس مخصوص ω_s با بکار بردن المان های نامحدود تعیین کرد. ماتریس سختی کلی معادل با همه ی فنرهای تعمیم یافته ی صوری $[k_f]_e$ و ماتریس میرایی معادل با همه ی میراگرهای تعمیم یافته صوری $[c_f]_e$ در سیستم را بصورت زیر می توان بدست آورد:

$$\begin{aligned} [k_f]_e &= [\text{Re}(F(\omega_s))] \\ [c_f]_e &= \frac{1}{\omega_s} [\text{Im}(F(\omega_s))] \end{aligned} \quad (7)$$

باید توجه کرد که درایه های غیر قطری ماتریس های $[k_f]_e$ و $[c_f]_e$ بدلیل اثر متقابل در مرز مشترک بین حوزه ی دور و حوزه ی نزدیک، همگی صفر نیستند با جانشینی معادلات 7 در معادله ی 2، معادله ی حرکت تجزیه شده سیستم بصورت زیر نوشته می شود:

$$[M_n]\{ii\} + ([C_n] + [c_f]_e)\{ii\} + ([K_n] + [k_f]_e)\{ii\} = \{P\} \quad (1) \text{ تکرار}$$

4- تبدیل تابع امپدانس وابسته به فرکانس به فیلترهای در حوزه ی زمان

1-4 مبنای روش

هنگامی که از برنامه های تحلیل دینامیکی استاندارد در حوزه ی زمان استفاده می شود از فنرها و میراگرهای وابسته به فرکانس نمی توان استفاده کرد. در اینجا روشی برای بر طرف کردن این مشکل ارائه شده است. این روش بر پایه تقریبی از توابع امپدانس با نسبت های معینی از کثیرال جمله ای های پیچیده می باشد. چنین نسبت های معینی مطابق با توابع انتقالی مربوط به فیلترهای بازگشتی با گسسته سازی زمانی می باشند که معادلات تفاوت محدود در حوزه ی زمان ساده ای هستند، که ارائه کننده ی روابط بین نیروهای پی و تغییر مکانها می باشند.

2-4 توابع امپدانس پی

توابع امپدانس پی در برگیرنده ی سختی دینامیکی خاک اطراف پی می باشند. آنها به عنوان نسبتی معین از نیروی هارمونیک (با یک لنگر) اعمال شده به سطح مشترک خاک و پی که متناظرا تغییر مکان هارمونیک (یا چرخش) می باشد، بدون در نظر گرفتن اثرات جرم پی تعریف می شوند.

در این قسمت فرم عمومی توابع امپدانس خاک با معادله ی زیر ارائه می شود :

$$K(\omega) = K_0[K_1(\omega) + iK_2(\omega)] \quad (8)$$

K_0 ضریبی ثابت است که به عنوان مؤلفه ی استاتیکی مقاومت خاک می باشد . $k_1(\omega)$ و $k_2(\omega)$ به ترتیب ضریب های سختی و میرایی وابسته به زمان و به عنوان مؤلفه های دینامیکی مقاومت می باشند . اگر پی به اندازه ی یک مقدار $u(t)$ نسبت به خاک اطراف جابجا شود ، نیروی $F(t, \omega)$ بوسیله ی خاک به پی وارد می شود که با رابطه ی زیر تعریف می شود :

$$F(t, \omega) = K(\omega)u(t) \quad (9)$$

$k(\omega)$ را می توان به عنوان یک فیلتر که $u(t)$ را به $F(t, \omega)$ تبدیل می کند در نظر گرفت که برای انواع مشخصی از پی عبارات تحلیلی برای $k(\omega)$ در نوشتجات در دسترس است .

3-4) فیلتر های بازگشتی با گسسته سازی زمانی :

فیلتر های بازگشتی با گسسته سازی زمانی معادلات تفاوت محدود ساده ای هستند که سری های زمانی موجود را به سری های زمانی دیگری تبدیل می کنند . یک فیلتر بازگشتی با گسسته سازی زمانی با معادله ی زیر تعریف می شود :

$$y(t) = -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) - \dots - a_my(t-m) + b_0x(t) + b_1x(t-1) + b_2x(t-2) + \dots + b_nx(t-n) \quad (10)$$

بطوریکه $x(t)$ و $y(t)$ به ترتیب سیگنال های اصلی و فیلتر شده می باشند . a_j و b_j ضرایب و m و n مرتبه ی فیلتر هستند . برای ساده سازی پارامتر t در معادله ی 10 مربوط به زمان است .

با بکار بردن تعریف فوریه و معکوس فوریه ی تبدیل شده برای سیگنال های مجزا شده ، می توان نشان داد :

$$\text{اگر } F[x(t)] = X(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N x(t)e^{-i\omega t} \quad (11)$$

$$\text{پس } F[x(t-k\Delta)] = e^{-i\omega k\Delta} X(\omega)$$

بطوریکه $F[x(t)]$ و $X(\omega)$ هر دو مشخص کننده ی تبدیل فوریه ی $x(t)$ می باشند و N تعداد نقاط در $x(t)$ می باشد . باگرفتن تبدیل فوریه از دو طرف معادله ی 10 و بکار بردن معادله ی 11 عبارات زیر بدست می آید :

$$[1 + a_1 e^{-i\omega\Delta} + a_2 e^{-2i\omega\Delta} + \dots + a_m e^{-mi\omega\Delta}]Y(\omega) = [b_0 + b_1 e^{-i\omega\Delta} + \dots + b_n e^{-ni\omega\Delta}]X(\omega) \quad (12)$$

یا با تعریف $H(\omega) = Y(\omega) / X(\omega)$ و :

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m} \quad (13)$$

$$z = e^{i\omega\Delta} \quad B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}$$

معادله ی 12 بصورت زیر در می آید :

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (14)$$

$H(\omega)$ تابع انتقال فیلتر را مشخص می کند.

4-4) تطبیق توابع امپدانس با فیلترهای با گسسته سازی زمانی :

بحث های قبلی اظهار می کنند که اگر ما تابع امپدانس $k(\omega)$ را با یک نسبتی معین از دو کثیر الجمله ای مختلط را بتوانیم با تقریبی تعیین کنیم ، مانند $H(\omega)$ در معادله ی 14 ، آنگاه می توانیم رابطه ی بین u , f (معادله ی 9) را با یک فیلتر بازگشتی با گسسته سازی زمانی در یک فرم شبیه به معادله ی 10 بنویسیم . این کار را می توان با بکار بردن تکنیک تقریب کوچکترین مربعات انجام داد . پارامترهای a_j و b_j را باید طوری تعیین کرد که تا حد امکان $H(\omega)$ به $k(\omega)$ نزدیک باشد و این مستلزم مینیمم شدن تابع خطای زیر (V) می باشد :

$$V = \sum_{\omega} W(\omega)[H(\omega) - K(\omega)]^2 \quad (16)$$

بطوریکه $W(\omega)$ تابع توزین می باشد . بکار بردن تابع توزین باعث انعطاف در تنظیم کردن دقت برای تطبیق دادن $H(\omega)$ و $k(\omega)$ در فرکانس های انتخابی ، می شود . پارامترهای فیلتر نیز با بکار بردن روابط زیر تعیین می شوند :

$$\frac{\partial V}{\partial a_k} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial b_l} = 0 \quad l = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (17)$$

معادلات نتیجه شده برای b_k و a_k غیر خطی هستند و به سادگی قابل حل نیستند به همین دلیل $H(\omega)$ یک تابع غیر خطی از a_k و b_k می باشد . معادله ی 16 می تواند اصلاح شود هنگامی که a_k و b_k بصورت یک روند تکراری با حل خطی یک سری از معادلات بدست بیایند . یک روش اصلاح با روند تکراری مربوط به معادله ی 16 با معادله ی زیر داده شده است :

$$V_i = \sum_{\omega} \frac{W(\omega)}{A_{i-1}(\omega)} [B_i(\omega) - A_i(\omega)K(\omega)]^2 \quad (18)$$

بطوریکه اندیس i شماره ی تکرار است . ضرایب a_k و b_k با یک روند تکراری بصورت زیر بدست می آیند :

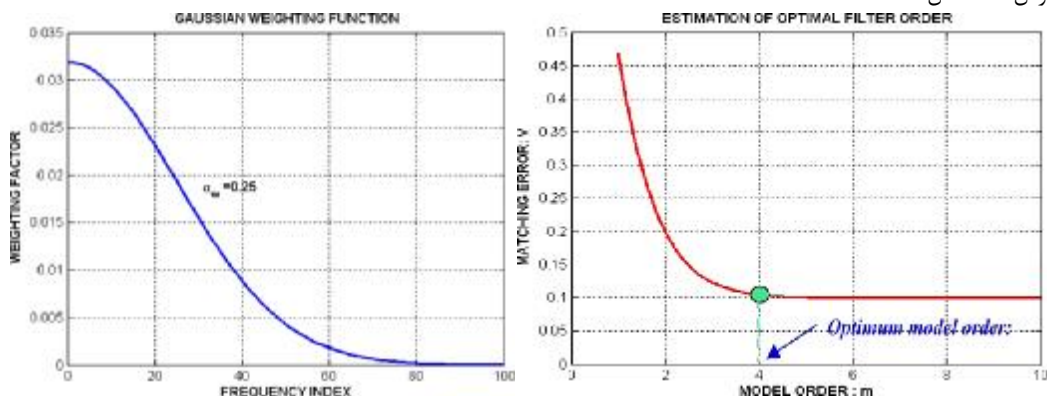
- 1) شروع با فرض یک مقدار اولیه برای ضریب a_k
 - 2) تعیین a_k و b_k برای مرحله ی i با مینیمم کردن V_i (بکار بردن مقادیر a_k از مرحله قبلی برای محاسبه ی A_{i-1})
 - 3) تکرار مرحله ی 2 تا زمانی که ضرایب a_k و b_k در مراحل پی در پی تغییرات قابل ملاحظه ای نداشته باشد .
- که به سرعت این پارامترها همگرا به یک عدد می شوند .

نیروی فنر $F(t)$ در مرحله ی زمانی t ، به سادگی بصورت زیر بدست می آید :

$$F(t) = -a_1F(t-1) - a_2F(t-2) - \dots - a_mF(t-m) + b_0u(t) + b_1u(t-1) + b_2u(t-2) + \dots + b_nu(t-n) \quad (19)$$

توجه کنید که این عبارت کاملاً در حوزه ی زمان می باشد . برای محاسبه ی $F(t)$ ما احتیاج داریم که مقادیر قبلی m مربوط به $F(t)$ و مقادیر قبلی n مربوط به $u(t)$ را در هر مرحله ی زمانی ثبت کنیم .

یک مسأله انتخاب m , n می باشد . پارامتر اصلی تعیین مرتبه m می باشد . یک روش ساده برای تعیین مقدار بهینه m رسم کردن تغییرات خطای تخمینی (V) با افزایش m می باشد . بطور نمونه V یک کاهش اولیه ی تیزی را با افزایش m نشان می دهد و سپس ثابت می شود که بصورت شماتیک در شکل 3 نشان داده شده است . ثابت شدن V نشان می دهد که دیگر افزایش m باعث کم شدن فاصله ی $H(\omega)$ و $K(\omega)$ نمی شود . بنابراین مقدار m در زمانی که V ثابت می شود را به عنوان مقدار بهینه در نظر می گیرند . تابع توزین Gaussian که در شکل 4 نشان داده شده است ، نتایج رضایت بخشی را برای کم کردن خطا نشان داده است .

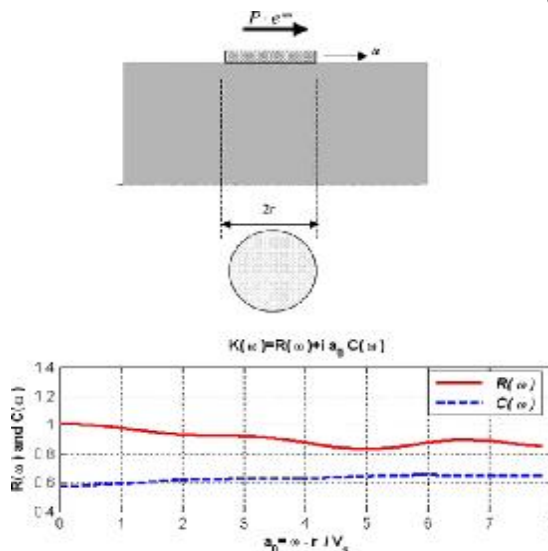


شکل 4) تابع توزین Gaussian برای تعیین ضرایب فیلتر بازگشتی

شکل 3) تخمین مقدار بهینه ی مرتبه ی m با توجه به ثابت شدن تابع خطای V

5-4) مثال عددی :

پی سطحی دایره ای روی خاک همگن میانی



شکل 5) پی دایره ای روی محیط خاک همگن و مؤلفه های تابع امپدانس برای حرکت افقی

این مثال مربوط به امپدانس افقی مربوط به پی دایره ای روی یک سطح با خاک میانی همگن می باشد که در شکل 5 نشان داده است . تابع امپدانس افقی برای این پی با معادله ی زیر داده شده است :

$$K(\omega) = K_0[R(a_0) + ia_0 C(a_0)]$$

$$\text{where } a_0 = \frac{\omega r}{V_s} \text{ and } K_0 = \frac{8Gr}{2-\nu} \quad (20)$$

K_0 سختی استاتیکی ، V_s ، ν ، G به ترتیب نسبت پواسون ، سرعت موج برشی و مدول برشی مربوط به خاک می باشند و r شعاع پی دایره ای می باشد بدون بعد a_0 . تغییرات $R(a_0)$ و $C(a_0)$ با فرکانس بدون بعد $a_0 = \omega r / V_s$ در شکل 5 رسم شده است . با در نظر گرفتن کاهش در مقدار V (تابع خطا) مقادیر بهینه ی m و n به ترتیب برابر 2 و 1 می باشد . با بکاربردن روش کوچکترین مربعات و تابع توزین Gaussian پارامترهای فیلتر بصورت زیر تعیین می شوند :

$$a_1=0.3097 \text{ و } a_2=0.4479 \text{ و } b_0=11.21 \text{ و } b_1=9.4717$$

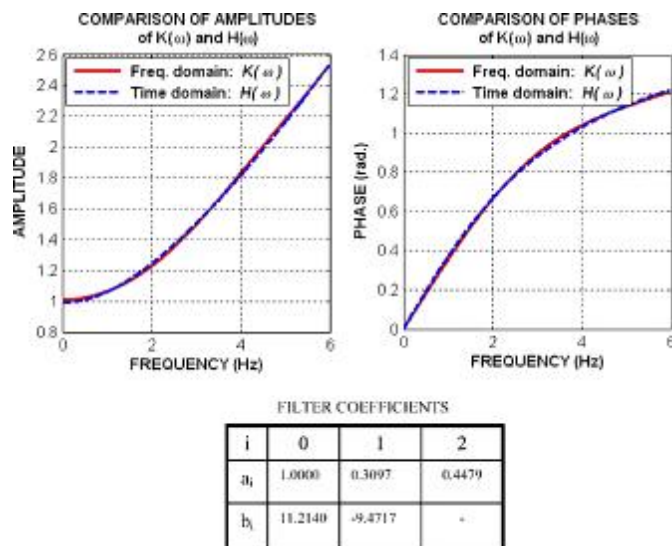
بنابراین تابع انتقالی با گسسته سازی زمانی $H(\omega)$ که برابر با تابع امپدانس می شود بصورت زیر در می آید :

$$H(\omega) = K_0 \frac{11.2140 - 9.4717z^{-1}}{1 + 0.3097z^{-1} + 0.4479z^{-2}} \quad (21)$$

مقایسات دامنه و فاز مربوط به $H(\omega)$ و $K(\omega)$ در شکل 6 نشان داده شده است . توجه کنید که محور افقی فرکانس بر مبنای رادیان می باشد نه فرکانس بدون بعد a_0 . اگرچه در اینجا یک فیلتر مرتبه ی دوم بکار رفته است ولی برای توابع امپدانس پیچیده تر فیلترهای با مرتبه های بالاتر احتیاج است . مشخص کردن فیلتر، ما الان می توانیم عکس العمل خاک را محاسبه کنیم و $F(t)$ روی پی ناشی از هر تغییر مکان پی نسبت به خاک $u(t)$ ، به شکل زیر محاسبه می شود :

$$F(t) = -0.3097F(t-1) - 0.4479F(t-2) + K_0[11.2140u(t) - 9.4717u(t-1)] \quad (22)$$

چنین عبارتی را می توان براحتی در برنامه های تحلیلی تاریخچه ی زمانی سازه ای برای محاسبه ی SSI بکار برد .



شکل 6) مقایسه ی تابع امپدانس افقی در دو حوزه ی زمان و فرکانس برای یک پی دایره ای روی محیط همگن با فرض یک فیلتر مرتبه ی 2، و ضرایب فیلتر محاسبه شده

نتیجه :

در اینجا خصوصیات دینامیکی پی برای تحلیل اندرکنش خاک و سازه بحث شده است . به جهت ارزیابی ماتریس های سختی و میرایی خاک و پی ، از المان های دینامیکی نا محدود استفاده شده است . از اینرو با توجه به محتوا و روش زیر سازه ای (تقسیم بندی سیستم به چند زیر سازه) ، ماتریس های معادل سختی و میرایی مربوط به یک سیستم تعمیم یافته ی فنر - میراگر صوری احتیاج می باشد، که یک سازه بر روی آن قرار دارد و یک سری فرمول ها برای بدست آوردن این ماتریس ها از معادله ی تعادل تجزیه شده به ناحیه ی دور و نزدیک در حوزه ی فرکانس ارائه شده است . همچنین نتیجه شده است که بکار بردن المان های نا محدود یک روش مؤثر و قابل اطمینان در روش زیر سازه ای در تحلیل اندرکنش خاک و سازه می باشد . همچنین خصوصیات بدست آمده ی فنر و میراگر بوسیله ی المان های نا محدود به درستی معرف و نماینده ی امتداد و توسعه ی نامحدود پی دینامیکی می باشد . همچنین در ادامه با توجه به وابسته بودن توابع امپدانس به فرکانس و بوجود آمدن مشکل در هنگام استفاده از تحلیل های تاریخچه زمانی استاندارد ، روشی برای حل این مشکل ارائه شده است ، این مشکل با معرفی تابع امپدانس بصورت نسبتی از دو کثیر الجمله ای مختلط با ضرایب نا معلوم قابل حل می باشد . این ضرایب با مینیمم کردن اختلاف بین تابع انتقال فیلتر و تابع امپدانس هدف با روش کمترین مربعات بدست می آیند. نسبت این دو چند جمله ای مختلط معادل است (در حوز ی زمان) با فیلتر بازگشتی با گسستگی زمانی که معادله ی تفاوت محدود ساده ای است که رابطه ی بین نیروها و تغییر مکان های پی را بیان می کند ، با کمک این تقریب با گسستگی زمانی ، توابع امپدانس ، غیر وابسته به فرکانس می گردند و در نتیجه می توان این توابع را در تحلیل های تاریخچه ی زمانی برای محاسبه ی اندرکنش خاک و سازه داخل کرد .

منابع:

- 1-Wolf, J.P., (1988) Dynamic soil Structure interaction. Prentice Hall. Englewood Cliffs, N.J,
- 2- White. W., Valliappan, S., and Lee. K (1977). Unified boundary for finite dynamic models. J. Eng. Mech. Div. ASCE. 103.949-964.
- 3-Safac E. Detection and identification of soil-structure interaction in buildings from vibration recordings. ASCE J Struct Eng 1995 ;121(5):899-906
- 4-Sieffert J-G, Cevaer F. Handbook of impedance functions. Nantes, France:Queat Editions, Presses Academiques; 1991 .