

آنالیز قابلیت اطمینان مرتبه اول

آبشستگی پایه های پل استوانه ای

احمد رضا غفاری، سید امین سلامتیان

- 1- دانشجوی دوره کارشناسی دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
- 2- دانشجوی دوره دکتری دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
تهران. خیابان حافظ، روبروی خیابان سمیه، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

Ahmad.r.ghaffari@gmail.com

خلاصه

در بسیاری از مسائل مهندسی، به ویژه مهندسی هیدرولیک، عدم قطعیت های موجود در داده ها و تئوری ها، هم در مرحله تحلیل و هم طراحی، منجر به لزوم استفاده از روشهای احتمالاتی می شود. در راه حل های قدیمی، با استفاده از ضرایب اطمینان تجربی مسئله عدم قطعیت ها را حل کرده اند. این ضرایب از تجارب قبلی منتج می شوند و ممکن است ایمنی قطعی و یا رفتار رضایت بخشی در بر نداشته باشند. آنالیز قابلیت اطمینان روشی است که در آن با توجه به ویژگی های آماری، میزان ایمنی سیستم تحت عوامل شناخته شده محاسبه می شود. در این مقاله با تشریح پیچیدگی های موجود در آبشستگی پایه پلها، با استفاده از آنالیز قابلیت اطمینان مرتبه اول نسل اول، احتمال شکست یک پایه پل تک تحت اثر آبشستگی را محاسبه کرده و با نتایج سایر محققین مقایسه کردیم.

کلمات کلیدی: آبشستگی، پایه پل، قابلیت اطمینان، ضریب اطمینان، FORM

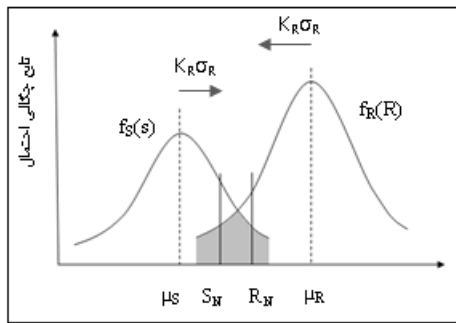
مقدمه

به طور کلی طراحی، محاسبه و احداث پایه های پل، از مهمترین و حساسترین مراحل یک پروژه پل سازی می باشند. بخصوص وقتی که این پل در محل عبور یک رودخانه واقع شده باشد. در این زمان، طراح باید برای انتخاب طول و تعداد دهانه ها و عمق حداقل پی پایه ها، اطلاعات هیدرولوژیکی و هیدرولیکی منطقه را در نظر گرفته، مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد. به دلیل پارامترهای زیاد و پیچیدگیهای موجود در جریان، مکانیزم جابجایی رسوب، آشفستگی جریان و اثرات شکل و مشخصات پایه ها و همچنین تکیه گاه ها، نمی توان یک فرمول و یا الگوی معین برای آبشستگی ارائه داد. از سوی دیگر به دلیل هزینه های سنگین ساخت و نگهداری پلها، به یک بهینه سازی ایمنی - اقتصادی در طراحی پایه برای دوره طراحی نیاز داریم. در بسیاری از مسائل مهندسی، به ویژه مهندسی هیدرولیک، عدم قطعیت های موجود در داده ها و تئوری ها، هم در مرحله تحلیل و هم طراحی، منجر به لزوم استفاده از روشهای احتمالاتی می شود. شکست در سازه هیدرولیکی نتیجه تاثیرات ترکیب اتفاقی بودن ذاتی بار خارجی و عدم قطعیت های مختلف در تحلیل، طراحی، ساخت و به کارگیری سازه است. آنالیزهای قابلیت اطمینان یک چهارچوب منظم و سازماندهی شده را برای کمی کردن عدم قطعیت های مدل فراهم می کند. علاوه بر این به طراح اجازه می دهد تا نقش هرکدام از پارامترهای ورودی مسئله را در عدم قطعیت خروجی مدل مشخص کند. این آگاهی برای تشخیص پارامترهای مهم به منظور توجه بیشتر به آنها برای دستیابی دقیق تر به اندازه و تاثیر آنها و در نهایت کاهش عدم قطعیت های خروجی بسیار مهم است.

آنالیز قابلیت اطمینان

قابلیت اطمینان یک سیستم عبارتست از احتمال عملکرد رضایتبخش سیستم تحت شرایط محیطی مشخص و برای زمان معین. اغلب پدیده هایی که در زندگی ما اتفاق می افتند، دارای عدم قطعیت هایی هستند و ما قادر به پیش بینی آنها نخواهیم بود. بدین صورت که اندازه گیری پارامترهای گوناگون در مکان و زمان های متفاوت دارای فراوانی های متفاوتی می باشد. رخداد خروجی های چند گانه بدون هیچ الگوی مشخصی با عباراتی همچون عدم قطعیت، شانس و یا احتمال بیان می شود.

طراحی مهندسی معمولا یک بهینه سازی بین ماکزیمم ایمنی و حداقل هزینه است. روشی در طراحی که بتواند هر دو وجه این خواسته ها را برآورده سازد بسیار با ارزش است. مهندسی همیشه وجود عدم قطعیت ها را در طراحی و تحلیل سیستم های مهندسی تشخیص داده اند. در راه حل های قدیمی، مسئله را با برخورد محاسباتی نسبت به پارامترهای دارای عدم قطعیت ساده سازی کرده اند و با استفاده از ضرایب اطمینان تجربی مسئله عدم قطعیت ها را حل کرده اند. این ضرایب از تجارب قبلی منتج می شوند و ممکن است ایمنی قطعی و یا رفتار رضایت بخشی در بر نداشته باشند. همچنین، آنها نمی توانند اطلاعاتی در باره نقش متفاوت هر یک از پارامترها در ایمنی سیستم بیان کنند. لذا، طراحی یک سیستم با توزیع یکسان سطوح ایمنی در بین پارامترهای مختلف با استفاده از ضرایب تجربی کار خیلی دشواری است. لذا روشهایی در طراحی که مسئله عدم قطعیت ها و برآیند آنها را در نظر بگیرند، بسیار با ارزش هستند.



شکل 1- مفاهیم طراحی بر اساس ریسک

چهارچوب طراحی بر اساس ریسک

در صورت وجود عدم قطعیت ها، ارضا کردن تمام الزامات طراحی کار آسانی نیست. شکل 1 یک مثال ساده برای 2 متغیر می باشد که یکی مربوط به تقاضای سیستم مثلا بار وارده S و دیگری مربوط به ظرفیت سیستم مثلا مقاومت R می باشد. هر دو متغیر تصادفی هستند و هر دو دارای میانگین های μ_S و μ_R و انحراف معیار های σ_S و σ_R و تابع چگالی احتمال های متناظر $f_S(S)$ و $f_R(R)$ می باشد. در شکل نشان داده شده همچنین مقادیر محاسباتی (اسمی) پارامترها، R_N و S_N نیز نشان داده شده است.

$$S_F = \frac{R_N}{S_N} \quad (1)$$

در رابطه 1 نسبت مقادیر اسمی بار و مقاومت را نشان می دهد که ضریب اطمینان نامیده شده و با S_F نشان داده می شود. مقاومت اسمی یا R_N معمولا یک مقدار پایستار است و K_R برابر انحراف معیار کمتر از میانگین است. بار اسمی یا S_N نیز یک مقدار پایستار است و K_S برابر انحراف معیار از میانگین بیشتر است. در شکل نشان داده شده ناحیه هاشور خورده در واقع یک اندازه گیری کمی از احتمال شکست است. این فضای هاشور خورده تابع سه فاکتور زیر است :

- موقعیت نسبی دو منحنی
- پراکندگی دو منحنی
- شکل دو منحنی

در روش های محاسباتی برای دستیابی به ایمنی بیشتر ناحیه همپوشانی بین دو منحنی را کاهش می دهند. برای این منظور با کمک ضریب اطمینان صرفا فاصله دو منحنی را کم می کنند. در این گونه روشها ریسک قابل قبول با توجه به محدودیت های اقتصادی بدست نمی آید. روش منطقی تر این است که هر سه عامل هم پوشانی را در نظر بگیریم تا با انتخاب متغیر های مورد نظر، ریسک شکست قابل قبول بدست آید. این پایه طراحی بر اساس ریسک است.

با توجه به شکل (1) عدم قطعیت های موجود در بار و مقاومت با توابع چگالی احتمال آنها بیان می شود و ما می توانیم اندازه ریسک را به صورت احتمال رخداد شکست $P(R < S)$ به صورت زیر نشان دهیم.

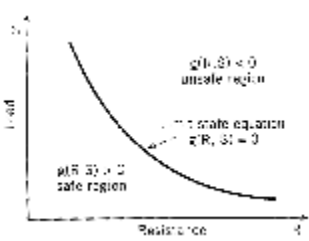
$$P_f = P(R < S) = \int_0^{\infty} \left[\int_0^s f_R(r) dr \right] \cdot f_S(s) \cdot ds = \int_0^{\infty} F_R(s) \cdot f_S(s) \cdot ds \quad (2)$$

که در آن $F_R(s)$ تابع توزیع تجمعی (CDF) متغیر R می باشد که در S محاسبه شده است. معادله بالا بیان می کند که وقتی بار $S=S$ باشد، احتمال شکست، $F_R(S)$ است. این انتگرال گیری برای تمامی مقادیر S، که شانس وقوع آن با $f_S(s)$ تابع چگالی احتمال (PDF) آن بیان شده است، باید حل

شود. نکته مهم اینکه CDF متغیر R و یا PDF متغیر S ممکن است همیشه به صورت صریح در دسترس نباشد و یا اینکه انتگرال گیری فوق به سادگی امکان پذیر نباشد.

اولین قدم در ارزیابی قابلیت اطمینان و یا ارزیابی احتمال شکست سازه، تعیین رفتار پاسخ سیستم و همچنین پارامترهای دخیل در آن می باشد. این متغیرهای پایه که X_i نامیده می شوند در واقع تشکیل دهنده تابعی هستند که معیار عملکرد صحیح سیستم خواهد بود. بنابراین بایستی در نمودار بار-مقاومت سطح آستانه‌ای را مشخص کنیم که ناحیه زیر نمودار ناحیه ایمن و ناحیه بالای آن ناحیه شکست می باشد و به شکل زیر تعریف می شود:

$$Z = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (3)$$



شکل 2- سطح شکست

این سطح آستانه در قابلیت اطمینان به سطح شکست¹ و یا تابع رفتار² شناخته می شود و بسته به مورد می تواند به صورت $Z=0$ تعریف شود. معادله سطح شکست می تواند تابعی صریح و یا غیر صریح از متغیرهای تصادفی پایه باشد و یا ممکن است یک معادله ساده نباشد. با توجه به شکل 2 احتمال شکست به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_f = \iiint_{g(x) < 0} f_X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). dx_1. dx_2. dx_3 \dots dx_n \quad (4)$$

که در آن $f_X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ تابع چگالی احتمال ترکیبی برای متغیرهای پایه X_1, X_2, \dots, X_n است و انتگرال گیری روی تمام سطح شکست انجام شده است. اگر متغیرهای تصادفی مستقل شرطی باشند، تابع چگالی احتمال ترکیبی به حاصلضرب توابع چگالی احتمال از تک تک متغیرها تبدیل می شود.

معادله فوق یک معادله عمومی برای حل تمامی مسائل قابلیت اطمینان می باشد و به نام معادله اساسی قابلیت اطمینان شناخته می شود. در عمل بدست آوردن تابع چگالی احتمال ترکیب غیر ممکن است. همچنین انتگرال گیری مورد نظر نیز چندان ساده نخواهد بود. برای رفع این مشکل، از روش های تقریبی استفاده می شود. این روشها به دو نوع تقسیم می شوند [1]:

- روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM)
- روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم (SORM)

در حالت کلی سطح شکست ممکن است تابعی خطی یا غیر خطی از متغیرهای پایه باشد اگر سطح شکست تابع خطی از متغیرهای ناهمبسته نرمال و یا یک تابع غیر خطی ولی با تقریب خطی (درجه اول) قابل قبول از متغیرهایی شبیه نرمال باشد روش FORM در محاسبه انتگرال اساسی قابلیت اطمینان، مناسب خواهد بود. SORM احتمال شکست را با تخمین درجه دوم، سطوح شکست غیر خطی و همچنین در نظر گرفتن توزیع دلخواه محاسبه می کند. در این مقاله از نسل اول روشهای FORM برای محاسبه احتمال شکست استفاده شده است.

همانطور که توضیح داده شد در روش FORM رفتار پدیده مورد نظر به صورت خطی مدل می شود. برای این کار از اطلاعات ممانهای اول و دوم آمار (میانگین و واریانس) استفاده می شود. نسل اول این روش صرفاً با در نظر گرفتن ممانهای آماری و بدون توجه به توزیع متغیرها، قابلیت اطمینان را محاسبه می کند و روش مرتبه اول ممان دوم (FOSM) نامیده می شود. در حالی که در روش مرتبه اول ممان دوم پیشرفته (AFOSM) با تبدیل توزیع متغیر تصادفی به توزیع نرمال معادل، این اطلاعات نیز وارد حل مسئله می شود.

روش مرتبه اول ممان دوم (FOSM)

این روش با نام روش مرتبه اول ممان دوم حول میانگین³ (MVFOSM) نیز شناخته می شود. این نامگذاری به دلیل پایه تقریب اول بسط تیلور، که حول میانگین و به صورت خطی انجام می شود، می باشد. صورت اولیه آن در سال 1969 توسط کرنل⁴ برای دو متغیر ساده با توزیع نرمال بیان شده است. تابع رفتار در این مورد $Z=R-S$ می باشد و فرض شده که R و S دو متغیر ناهمبسته با توزیع نرمال هستند. احتمال شکست که همان $Z < 0$ است به صورت ذیل محاسبه می شود:

¹ Failure surface

² Performance function

³ First Order Reliability Method

⁴ Second Order Reliability Method

⁵ First Order Second Moment

⁶ Advance First Order Second Moment

⁷ Mean Value First Order Second Moment

⁸ Cornell

$$P_f = 1 - \Phi \left[\frac{(m_R - m_S)}{\sqrt{s_R^2 + s_S^2}} \right] \quad (5)$$

Z دارای توزیع نرمال با میانگین $m_R - m_S$ و واریانس $\sqrt{s_R^2 + s_S^2}$ خواهد بود. Φ نیز همان CDF توزیع نرمال در نقطه محاسبه شده است. احتمال شکست تابع نسبت میانگین به واریانس Z است. نسبت زیر شاخص ایمنی¹ یا شاخص قابلیت اطمینان²، β نامیده می شود.

$$b = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{s_R^2 + s_S^2}} \quad (6)$$

با بیان اخیر احتمال شکست به صورت زیر محاسبه می شود :

$$P_f = \Phi^{-1}(-b) = 1 - \Phi(b) \quad (7)$$

صورت دیگر این روش برای دو متغیر تصادفی ناهمبسته با توزیع لگاریتمی نرمال توسط روزنبلوس و استوا³ در سال 1972 بیان شده است. اغلب پدیده های فیزیکی مقادیر مثبت به خود می گیرند و از این رو استفاده از توزیع لگاریتمی نرمال برای آنها منطقی تر است. سطح شکست به صورت زیر خواهد بود:

$$Y = \frac{R}{S} \Rightarrow \ln Y = Z = \ln R - \ln S \quad (8)$$

و Z دارای توزیع نرمال است. احتمال شکست نیز از فرمول زیر محاسبه خواهد شد:

$$P_f = P(Y < 1) = P(z < 0) = 1 - \Phi \left[\frac{(\ln R - \ln S)}{\sqrt{z_R^2 + z_S^2}} \right] \quad (9)$$

در رابطه فوق λ و γ مشخصه های توزیع لگاریتمی نرمال هستند. روابط فوق برای تعداد زیادی متغیر تصادفی نیز به راحتی قابل محاسبه است. اگر تابع رفتار را به صورت $Z = g(X) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ بنویسیم که در آن بردار مجموعه X_i ها است. بسط تیلور Z حول میانگین به صورت ذیل است:

$$Z = g(m_X) + \sum_{i=1}^n (X_i - m_{X_i}) \cdot \frac{\partial g}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - m_{X_i}) \cdot (X_j - m_{X_j}) \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} + \dots \quad (10)$$

که مشتقات، به ازای مقدار میانگین متغیرهای تصادفی محاسبه خواهد شد. در بسط فوق اگر از جمله های با مشتق مرتبه دوم و بالاتر صرف نظر کنیم مقادیر میانگین و واریانس Z حول میانگین به صورت زیر خواهند بود.

$$m_Z \approx g(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}) \quad (11)$$

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{Var}(X_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial g}{\partial X_j} \cdot \text{Cov}(X_i, X_j) + \dots \quad (12)$$

که اگر متغیرها ناهمبسته باشند :

$$s_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \cdot \text{Var}(X_i) \quad (13)$$

شاخص ایمنی نیز از نسبت میانگین به واریانس Z مطابق رابطه (6) بدست می آید. با استفاده از β در مواردی که متغیرها ناهمبسته و دارای توزیع نرمال باشند و همچنین رابطه خطی با Z داشته باشند می توان احتمال شکست دقیق پدیده را محاسبه کرد. در غیر این صورت نتایج محاسبات تقریبی خواهد بود و صرفاً یک دید کلی از ایمنی بدست خواهد داد. در مورد متغیرهای ناهمبسته لگاریتمی نرمال که Z حاصلضرب آنها باشد نیز به همین

¹ Safty Index

² Reliability Index

³ Rosenbleuth & Esteva

صورت است. روش MVFOSM در آئین نامه های فراوانی که بر پایه طراحی بر اساس ریسک هستند مانند AISC-1986، CSA-1974 و یا CEB-1976 به کار رفته است.

آبشستگی

همانطور که در مقدمه ذکر شد آبشستگی تابع پارامترهای متعدد کمی و کیفی است. با توجه به شرایط سازه ای، هیدرولیکی، هیدرولوژیکی، زمین شناسی و اقتصادی، عدم قطعیت های فراوانی در مطالعه آبشستگی پایه پلها وجود دارد. لذا به عنوان یک طرح مهندسی و در کل به عنوان بخشی از یک سیستم، به منظور طراحی مطابق با واقعیت، نیاز به آنالیز قابلیت اطمینان واضح به نظر می رسد. طبق مطالعات انجام شده بر روی مسئله آبشستگی، این پدیده تابع متغیرهای ذیل می باشد.

$$y = f\left(\frac{d_0}{b}, Fr, shape, q, s_g, \frac{b}{D_{50}}\right) \quad (14)$$

که در آن $y = \frac{dS}{b}$ عمق نسبی آبشستگی است. این نسبت در واقع نسبت ماکزیمم عمق آبشستگی در اطراف پایه به عرض پایه پل عمود بر جهت جریان می باشد. d_0 عمق جریان، Fr عدد بی بعد فرود، q زاویه بین جریان و محور پایه، s_g انحراف معیار اندازه ذرات دانه ای و D_{50} اندازه متوسط رسوبات shape نشان دهنده شکل پایه می باشد. به بیان دیگر معادله آبشستگی به صورت زیر است:

$$y = f\left(\frac{d_0}{b}, Fr, K_1, K_2, K_3, K_4\right) \quad (15)$$

که در آن ضرایب k_1, k_2, k_3, k_4 به ترتیب نشان دهنده دانه بندی رسوبات، شکل پایه، چیدمان پایه ها نسبت به جهت جریان و اثرات نسبی عرض پایه و اندازه رسوبات می باشد. این ضرایب توسط محققین فراوانی در مطالعات آزمایشگاهی و صحرایی، بر اساس شرایط مختلف جریان، پایه و مسیر بررسی شده است.

تا کنون ایوب¹ (1992)، جانسون² (1996)، جانسون و ایوب (1996)، جانسون (1998)، یانماز³ (2001) و همچنین موزامیل⁴ (2006) مطالعاتی در زمینه آنالیز قابلیت اطمینان آبشستگی پایه پل داشته اند. این مقاله بر اساس مطالعات یانماز بر روی آبشستگی پایه پلهای استوانه ای می باشد. در این مقاله احتمال شکست پایه پلها بر اساس آنالیز قابلیت اطمینان مرتبه اول بررسی می شود.

یانماز در سال 2001 آزمایشات خود را برای آبشستگی پایه پل استوانه ای در شرایط $\frac{b}{D_{50}} > 50$ انجام داده و رابطه زیر را بیان می کند:

$$y = f\left(\frac{d_0}{b}, Fr\right) \quad (16)$$

با تعریف مسئله به صورت رابطه بار مقاومت که در آن X متغیر تصادفی بار خارجی و Y متغیر تصادفی مقاومت می باشد. وی بنا بر خصوصیات فیزیکی مسئله، بار را به صورت زیر تعریف می کند:

$$x = \frac{d_0}{b} + Fr \quad (17)$$

که در آن d_0 نماینده فشار و همچنین نیروهای جسمی و اینرسی می باشد. b نیز نشان دهنده شدت نیروی درگ دینامیکی، نیروی بالابرنده و همچنین معادله ممنت در نزدیکی های بازشدگی پایه پل می باشد. ترکیب این مجموعه، بار خارجی است. مقاومت Y نیز به صورت زیر بیان می شود:

$$y = \frac{dS}{b} \quad (18)$$

که در واقع حداقل الزامات پایه برای جلوگیری از آبشستگی بیشتر است. این مقاله بر اساس داده های یانماز در سال 2001 می باشد. وی برای شرایط زیر و مصالح کف ریز دانه، مشخصه های آماری مطابق جدول 1 را بدست آورده است.

$$4.0 \leq b \leq 39.5 \text{ cm}$$

$$0.3 \leq Fr \leq 1.25$$

¹ Ayyub

² Johnson

³ Yanmaz

⁴ Muzzamil

جدول 1- توزیع های برازش یافته به بار و مقاومت

Parameters of probability density functions (PDFs) for x											
PDF (1)	μ (2)	σ^2 (3)	μ_{ln} (4)	σ_{ln}^2 (5)	G (6)	G_{ln} (7)	a (8)	α_0 (9)	β (10)	γ (11)	
N	1.8258	0.2888	—	—	—	—	—	—	—	—	
LN3	—	—	0.1561	0.0971	—	-0.4666	—	—	—	—	
LN3	—	—	1.8188	0.0970	0.2012	—	4.3824	—	—	—	
LVT3	1.8137	0.3817	—	—	0.2750	—	—	2.0578	1.2010	—	
PT3	1.8258	0.2888	—	—	—	—	—	0.0736	53.3780	-3.0583	
LP13	—	—	0.1561	0.0971	—	0.4829	—	0.0708	10.1070	0.7582	

Parameters of probability density functions (PDFs) for y											
PDF (1)	μ (2)	σ^2 (3)	μ_{ln} (4)	σ_{ln}^2 (5)	G (6)	G_{ln} (7)	a (8)	α_0 (9)	β (10)	γ (11)	
N	1.3437	0.0867	—	—	—	—	—	—	—	—	
LN2	—	—	0.2704	0.0520	—	0.1273	—	—	—	—	
LN2	—	—	1.8737	0.0520	0.1353	—	-1.1884	—	—	—	
LVT3	1.3437	0.0867	—	—	0.1419	—	—	1.2549	1.2122	—	
PT3	1.3437	0.0867	—	—	—	—	—	0.0209	188.360	-3.8061	
LP13	—	—	0.2704	0.0520	—	0.1619	—	0.0227	18.7420	0.7272	

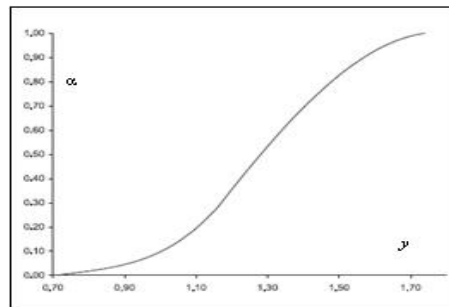
در این جدول m_{ln} میانگین لگاریتمی نرمال، S_{ln} انحراف معیار لگاریتمی نرمال، G_{ln} چولگی لگاریتمی نرمال و a, p, a, b و g مشخصه های توزیع های LN3, PT3 و LPT3 می باشند. وی در نهایت با محاسبه $r = 0.783$ (ضریب همبستگی بین x و y) قابلیت اطمینان را با کمک توزیع لگاریتمی نرمال دو متغیره به صورت زیر بیان می کند:

$$\alpha = \int_0^x \int_0^y \frac{1}{2\pi\sigma_{lnx}\sigma_{lny}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{\ln x - \mu_{lnx}}{\sigma_{lnx}}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{\ln x - \mu_{lnx}}{\sigma_{lnx}}\right)\left(\frac{\ln y - \mu_{lny}}{\sigma_{lny}}\right) + \left(\frac{\ln y - \mu_{lny}}{\sigma_{lny}}\right)^2\right]\right\} dx dy \quad (19)$$

از سوی دیگر با برازش منحنی، رابطه بین x و y را به بدست آورده و سپس رابطه بین قابلیت اطمینان α و مقاومت را محاسبه کرده است. شکل 3 نمایش این رابطه است.

$$a = 3.1829y^3 - 7.319y^2 + 5.8042y - 1.5700 \quad 0.71 \leq y \leq 1.17 \quad (20)$$

$$a = -1.1466y^3 + 3.5248y^2 - 1.6511y - 0.7584 \quad 1.17 \leq y \leq 1.74$$



شکل 3- احتمال شکست بر حسب مقاومت

همانطور که گفته شد احتمال شکست با روش انتگرال گیری بدست آمد. در این مقاله با استفاده از روش FORM نسل اول احتمال شکست را محاسبه می شود. از جدول 1 اطلاعات توزیع مقاومت و بار را که از این به بعد با R و S نشان داده می شوند، به صورت زیر است.

$$R: N(1.3437, \sqrt{0.0867}) = 0.9311 \quad \& \quad LN(0.2704, \sqrt{0.0520}) = 0.2283$$

$$S: N(1.8258, \sqrt{0.2888}) = 0.5374 \quad \& \quad LN(0.5561, \sqrt{0.0971}) = 0.9854$$

که R و S دارای ضریب همبستگی 0,783 هستند. با فرض سطح شکست به صورت $Z=R-S$ و ملاک قرار دادن توزیع نرمال از روابط 6 و 7 شاخص ایمنی و احتمال شکست به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$b = -0.7867$$

$$P_f = P(Z < 0) = 1 - \Phi(-0.7867) = 0.6904$$

با توجه به اینکه میانگین بار از میانگین مقاومت بیشتر است شاخص ایمنی منفی بدست آمده است. بدین معنی که احتمال شکست در این حالت زیاد است. در حل بعدی سطح شکست را مطابق رابطه 8 فرض کرده و احتمال شکست را از رابطه 9 با فرض توزیع لگاریتمی نرمال برای بار و مقاومت، محاسبه می کنیم (ردیف ۲). در دو روش فوق همبستگی بین بار و مقاومت در نظر گرفته نشده است. با توجه به ضریب همبستگی نسبتاً زیاد موجود، در

تخمین بعدی با کمک روابطه تخمین خطی منتج از بسط تیلور (روابط 11 و 12) مشخصات Z را محاسبه کرده و از آنجا احتمال شکست را محاسبه می کنیم (ردیف ۳).

جدول 2- نتایج FOSM

ردیف	سطح شکست	توزیع بار و مقاومت	توزیع سطح شکست	شخص ایمنی	احتمال شکست	توضیحات
1	Z=R-S	نرمال	Z : N(-0.4821, 0.6128)	-0.7867	0.6904	یا قرض ناهمبستگی
2	Z=R/S	لگاریتمی نرمال	Z : N(-0.2857, 0.3861)	-0.7399	0.8803	یا قرض ناهمبستگی
3	Z=R-S	نرمال	Z : N(-0.4821, 0.5016)	-0.9611	0.8302	p=0.783
4	Z=R-S	لگاریتمی نرمال			0.3946	Pf = 1-α

همانطور که در شکل 1 مشخص است مقادیر اسمی بار و مقاومت K برابر انحراف معیار از میانگین دور هستند. اگر برای این مسئله از 10 درصد مقاومت و 90 درصد بار استفاده کنیم (که در برخی آئین نامه ها اینگونه است)، مقدار K مطابق منحنی توزیع نرمال مساوی 1,645 خواهد بود. در این صورت و با توجه به شکل 1 داریم:

$$\begin{aligned} R_N &= m_R (1 - K_R \cdot d_R) \\ S_N &= m_S (1 + K_S \cdot d_S) \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن δ ضریب تغییرات متغیر تصافی نرمال است. با قرار دادن مقادیر داده شده مقادیر اسمی بار و مقاومت به ترتیب 0,9418 و 0,8593 بدست می آید. بدین ترتیب با توجه به رابطه 1 مقدار ضریب اطمینان مساوی 0,91 بدست می آید. این مقدار نشان دهنده شکست سیستم است. در صورتی که بخواهیم به ضریب اطمینان بیش از 1 برسیم، صرفاً مقدار مقاومت را می توان تغییر داد. چرا که بار تابع ویژگیهای جریان است و از خارج به سیستم اعمال می شود. به عنوان مثال اگر هدف دستیابی به ضریب اطمینان 1,5 باشد، با فرض همین ویژگی های آماری بار و مقاومت، و ثابت ماندن مقدار $K_S=1.645$ مقدار K_R از روابط فوق مساوی 0,128 بدست می آید. با توجه به منحنی توزیع نرمال، باید از 55 درصد مقاومت استفاده کنیم. اگر این محاسبات را ملاک طراحی قرار دهیم، می بایست پایه پلی بسازیم که میانگین مقاومت آن 55 درصد میانگین مقاومت در داده های این مقاله باشد. این کار با افزایش مشخصه های مقاومتی پایه و همچنین دقت بیشتر در ساخت و کنترل به وجود می آید

نتیجه گیری

همانطور که گفته شد روش FOSM دارای تقریب های زیادی است. از سویی سطح شکست را خطی فرض می کند و از سوی دیگر صرفاً مسئله را با فرض توزیع نرمال حل می کند. با توجه به همبستگی نسبتاً زیاد بین بار و مقاومت، فرض ناهمبستگی، تقریب این حل را زیاد می کند. یکی دیگر از معایب FOSM این است که تفسیر مکانیکی متفاوت از سطح شکست منجر به نتایج متفاوت در احتمال شکست می شود (ردیف های 1 و 2). در ردیف چهارم نیز مقدار مقاومت میانگین ($y=1.3437$) را در معادله 21 قرار داده و از آنجا قابلیت اطمینان را محاسبه می کنیم. احتمال شکست کسر قابلیت اطمینان از واحد است. همانطور که مشاهده می شود اختلاف زیادی بین نتایج انتگرال گیری مستقیم FOSM وجود دارد. انتگرال گیری مستقیم روشی نسبتاً دقیق است و در این مورد نتایج FOSM قطعاً غیر قابل استناد خواهد بود. برای محاسبه احتمال شکست می بایست از روش های پیشرفته قابلیت اطمینان استفاده کرد. در این روشها نه تنها مسئله توزیع های مختلف، همبستگی و یا فرض سطح شکست خطی رفع شده است، بلکه احتمال شکست در نقطه ای که دارای حداکثر احتمال شکست محاسبه می شود. در حالی که در روش انتگرال گیری مستقیم با اینکه قابلیت اطمینان در تمام نقاط محاسبه شده است، اما نقطه با احتمال شکست حداکثر مشخص نمی شود.

قدردانی

این مقاله بخشی از پروژه کارشناسی ارائه شده در دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست می باشد. در پایان بر خود لازم می دانیم که از زحمات آقای دکتر زرانی دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست که استاد راهنمای این پروژه هستند، تشکر نماییم

فهرست مراجع

- 1- Achintya, H., Sankaran, M.(2000). “ Probablity, Reliability, and Satatistical Method in Engineering Design”, john Willey & sons, Inc.
- 2- Yanmaz, A.M., and Çiçekdağ, Ö.(2001). “Composite Reliability Model for Local Scour around Cylindrical Bridge Piers”, *Canadian Journal Of Civil Engineering*, 28(3), 520-535, 2001.
- 3- Yanmaz, A.M., and Üstün, İ.(2001). “Generalized Reliability for Local Scour Around Bridge Piers of Various Shapes”, *Turk. j. Engin. Environ. Sci.*, 25,687-698, 2001.